

部分相干光的 X 射线同轴伽柏全息理论*

程 静 韩申生 邵雯雯 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 用光的部分相干理论研究 X 射线同轴伽柏(Gabor)全息成像. 得到成像的分辨率、对比度与入射光的部分相干程度的关系: 横向和纵向的分辨、对比度均随相干性下降而下降. 给出空间相干长度所必须满足的一个条件以得到较高质量成像.

关键词 X 射线 同轴全息 部分相干性.

1 引 言

成像系统的极限分辨率主要受到光源波长的限制, X 射线成像的极限分辨可以达到纳米量级, 人们对如何实现 X 射线成像进行了广泛的研究, 提出了多种 X 射线成像技术. 其中, X 射线全息由于具有对三维物体的振幅和位相得到纳米分辨的潜在能力, 而引起人们的广泛兴趣.

自从伽柏发明全息术^[1]以来, 在 1952 年 Baez^[2]首先提出了 X 射线全息显微镜的设想. 到今天, X 射线全息成像已有了相当大的进展. 用同步辐射光源, 高分辨光刻胶, 记录同轴 X 射线全息图, 并用计算机重现样品的方法^[3, 4], 已经做到 50 nm 的分辨距离^[5-7]. 用同步辐射光源, 及 CCD 记录, 并用计算机重现, 目前已经得到分辨距离 60 nm 的 X 射线无透镜傅里叶变换全息图^[8]. 除了用同步辐射光源外, 用 X 射线激光做光源也得到了同轴 X 射线全息图^[9].

然而, 由于至今尚不能获得完全相干的 X 射线光源, 无论同步辐射光源还是 X 射线激光光源, 都远非完全相干光源, 它们实际是部分相干光. 部分相干光对全息成像有何种影响, 这个问题并没有得到认真的考虑. 一般实验中, 只是通过将入射光限制在一个小范围内, $r < \lambda l / 2\pi\rho$ (l 为光源到物体的距离, λ 为光波长, ρ 为光源半径), 而近似看成相干光^[10]. 至于定量的研究, 尚未见报道. 另一方面, 在实际应用中, 这种做法降低了入射孔径上的亮度, 为了得到高分辨的全息像, 要求的曝光时间更长, 这有可能破坏样品并降低成像质量. 所以, 需要平衡这两方面的要求. 在这里, 作者将用部分相干理论^[11]对同轴伽柏 X 射线全息来研究这个问题. 由于目前的同步辐射或 X 射线激光均能得到很好的单色性, 故本文主要考虑空间相干性的影响.

* 国家科委 863 高技术和上海市应用物理中心资助项目.

收稿日期: 1997-12-01; 收到修改稿日期: 1998-02-27

在第二部分, 给出所用的数学模型. 第三部分中, 通过近似分析, 解析地研究入射光的部分相干性对同轴 X 射线全息成像的影响. 第四部分中, 通过数值研究验证作者的结论. 最后是一些讨论, 及进一步的研究方向.

2 部分相干光的同轴伽柏 X 射线全息模型

同轴伽柏 X 射线全息的模型如图 1 所示.

假设已知物面上的互强度分布^[11] $J_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2)$, 并定义

$$T(x_i, y_i) = \begin{cases} 1, & (x_i, y_i) \notin D \\ t'(x_i, y_i) = t(x_i, y_i) + 1, & (x_i, y_i) \in D \end{cases} \quad (1)$$

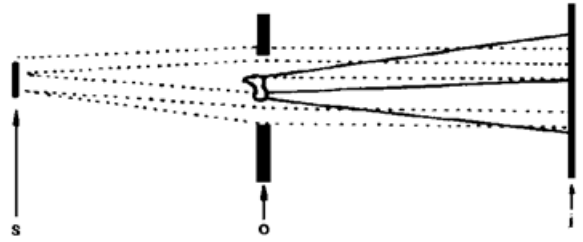


Fig. 1 Schematic set-up of Gabor hologram

根据互强度的传播理论可知^[11]

$$I(x_0, y_0) = \iint_A dx_1 dy_1 \iint_A dx_2 dy_2 \frac{1}{\lambda^2 d_{10} d_{20}} \times J_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2) \exp(j\frac{2\pi}{\lambda} d_{10}) \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda} d_{20}) T(x_1, y_1) T^*(x_2, y_2) \quad (2)$$

t' 为样品透过率, t 为真空中的透过率, I 为强度分布, D 为样品所占空间, T 为物面空间的透过率, d_{10} 为物面 (x_1, y_1) 点到像面 (x_0, y_0) 的距离, d_{20} 为物面点 (x_2, y_2) 到像面 (x_0, y_0) 的距离. 在旁轴近似下

$$\begin{aligned} I(x_0, y_0) = & \iint_A dx_1 dy_1 \iint_A dx_2 dy_2 \frac{1}{\lambda^2 z^2} J_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2) \times \\ & \exp\left\{ \frac{j\pi}{\lambda z} [(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 - (x_0 - x_2)^2 - (y_0 - y_2)^2] \right\} T(x_1, y_1) T^*(x_2, y_2) = \\ & \left[\iint_A dx_1 dy_1 \iint_A dx_2 dy_2 \frac{1}{\lambda^2 z^2} J_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2) \times \right. \\ & \left. \exp\left\{ \frac{j\pi}{\lambda z} [(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 - (x_0 - x_2)^2 - (y_0 - y_2)^2] \right\} \right] + \\ & \left[\iint_A dx_1 dy_1 \iint_A dx_2 dy_2 \frac{1}{\lambda^2 z^2} J_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2) t(x_1, y_1) t^*(x_2, y_2) \times \right. \\ & \left. \exp\left\{ \frac{j\pi}{\lambda z} [(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 - (x_0 - x_2)^2 - (y_0 - y_2)^2] \right\} \right] + \\ & 2\text{Re} \left[\left[\iint_A dx_1 dy_1 \iint_A dx_2 dy_2 \frac{1}{\lambda^2 z^2} J_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2) t(x_1, y_1) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \exp\left\{ \frac{j\pi}{\lambda z} [(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 - (x_0 - x_2)^2 - (y_0 - y_2)^2] \right\} \right] \right] \quad (3) \end{aligned}$$

上式的形式类似完全相干光的同轴伽柏全息, 第一项是参考光在像面的强度, 第二项是物体衍射光在像面的强度, 第三项是物体衍射光和参考光的干涉在像面的强度. 干涉项编码了物体的三维信息, 包括振幅与位相, 第一、二项是背景项. 一般情况的互强度分布 $J_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2)$ 很难确定, 然而很多情况下, 可以用 Van cittert-Zernite 定理^[11] 来描述互强度分布 $J_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2)$.

在实验和理论分析中常用的一个假设是光源是半径为 ρ 均匀分布的圆形光源, 此时互强度分布 J_{12} 为

$$J_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2) = C(\rho^2/l^2)[2J_1(v)/v] \exp(j\Phi),$$

其中 C 为一个常数, $J_1(v)$ 为第一类贝塞尔函数

$$v = (2\pi\rho/\lambda) \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}, \quad \Phi = \pi(x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)/\lambda l.$$

引入 $I_i = C\rho^2/l^2$, $w = \lambda/\rho$, I_i 即物面上的光强度, w 为相干长度, 其大小表征了相干程度. 这样得到干涉项的形式为(设 $D \ll A$, A 为物面上的照明范围)

$$I_{\text{int}}(x_0, y_0) = \frac{2I_i}{\lambda^2 z^2} \operatorname{Re} \left\{ \iint_A dx_1 dy_1 \exp \left[\frac{j\pi}{\lambda z} \left(\frac{z}{l} + 1 \right) (x_1^2 + y_1^2) \right] t(x_1, y_1) \exp \left[- \frac{j\pi}{\lambda z} (x_1 x_0 + y_1 y_0) \right] \times \right. \\ \left. \iint_A dx_2 dy_2 \exp \left[- \frac{j\pi}{\lambda z} \left(\frac{z}{l} + 1 \right) (x_2^2 + y_2^2) \right] \exp \left[\frac{j2\pi}{\lambda z} (x_2 x_0 + y_2 y_0) \right] \times \right. \\ \left. \frac{2J_1 \left[(2\pi/w) \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \right]}{(2\pi/w) \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}} \right\} \quad (4)$$

加上背景项, 并考虑三维情况:

$$I(x_0, y_0) = 2 \operatorname{Re} \left[\iint_A \iint_A dx_1 dy_1 t(x_1, y_1) h(x_0, y_0, x_1, y_1, z) \right] + \text{背景项} \quad (5)$$

其中

$$h(x_0, y_0, x_1, y_1, z) = \frac{I_i}{\lambda^2 z^2} \exp \left[\frac{j\pi}{\lambda z} \left(\frac{z}{l} + 1 \right) (x_1^2 + y_1^2) \right] \exp \left[- \frac{j2\pi}{\lambda z} (x_1 y_0 + y_1 y_0) \right] \times \\ \iint_A dx_2 dy_2 \exp \left[- \frac{j\pi}{\lambda z} \left(\frac{z}{l} + 1 \right) (x_2^2 + y_2^2) \right] \exp \left[\frac{j2\pi}{\lambda z} (x_2 x_0 + y_2 y_0) \right] \times \\ \frac{2J_1 \left[(2\pi/w) \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \right]}{(2\pi/w) \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}} \quad (6)$$

上面给出了部分相干同轴伽柏 X 射线全息成像的描述. 为重建物体, 数学上需要求解积分方程, 但这个积分方程太复杂, 直接求解很困难. 比较恰当的方法是用菲涅耳衍射积分, 类似完全相干同轴伽柏 X 射线全息的重建, 但解的精度将受到部分相干程度的影响. 通过选择不同的参数, 可以定量分析部分相干程度对同轴伽柏 X 射线全息的效应.

比较完全相干同轴伽柏 X 射线全息的干涉项, 将 $[2J_1(v)/v] \exp(j\Phi)$ 用 1 代替, 有

$$2I_i \operatorname{Re} \left\{ \iint_A dx_1 dy_1 \exp \left\{ \frac{j\pi}{\lambda z} [(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2] \right\} t(x_1, y_1) \frac{\exp(j2\pi z/\lambda)}{j\lambda z} \times \right. \\ \left. \iint_A dx_2 dy_2 \exp \left\{ \frac{j\pi}{\lambda z} [(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2] \right\} \frac{\exp(-j2\pi z/\lambda)}{-j\lambda z} \right\} \approx \\ 2I_i \operatorname{Re} \left\{ \left[\iint_A dx_1 dy_1 \exp \left\{ \frac{j\pi}{\lambda z} [(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2] \right\} t(x_1, y_1) \frac{1}{j\lambda z} \right] \times 1 \right\} \quad (7)$$

即为衍射光与参考光的干涉.

众所周知, 对于单个点物体, 它的全息干涉像是平方正弦型, 类似菲涅耳波带板. 从(6)式和(7)式可看出, 互强度分布 $J_{12}(x_1, y_1, x_2, y_2)$ 的相位使波带变疏, 互强度分布 $J_{12}(x_1,$

y_1, x_2, y_2) 的幅度对波带的幅度进行调制.

3 解析分析

对包含大参数 k 的指数函数的积分, 存在渐近展开式^[13]. 对于线性传递函数(6)式, 如果 $z \gg l$, 可以将线性传递函数用渐近展开, 整理后得到(见附录 1)

$$h(x_0, y_0, x_1, y_1, z) = \frac{I_i}{jz\lambda} \exp \left[\frac{j\pi}{\lambda z} \left(\frac{z}{l} + 1 \right) (x_1^2 + y_1^2) \right] \exp \left[- \frac{j2\pi}{\lambda z} (x_1 x_0 + y_1 y_0) \right] \times \\ \exp \left[\frac{j\pi}{\lambda z} \left(1 - \frac{z}{l} \right) (x_0^2 + y_0^2) \right] \frac{2J_1 \left[(2\pi/w) \frac{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}}{(2\pi/w) \sqrt{x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}} \right]}{(2\pi/w) \sqrt{x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}} \quad (8)$$

从而位于 (x_1, y_1) , $t(x_1, y_1) = A \exp(j\theta)$ 的点物的部分相干全息的干涉项是

$$2\text{Re}[h(x_0, y_0, x_1, y_1, z)t(x_1, y_1)] = \frac{2I_i}{z\lambda} \frac{2J_1 \left[(2\pi/w) \frac{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}}{(2\pi/w) \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}} \right]}{(2\pi/w) \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}} A \times \\ \sin \left\{ \frac{\pi}{\lambda z} \left[\left(\frac{z}{l} + 1 \right) (x_1^2 + y_1^2) - 2(x_1 x_0 + y_1 y_0) + \left(1 - \frac{z}{l} \right) (x_0^2 + y_0^2) \right] + \theta \right\} \quad (9)$$

而完全相干的点物全息的干涉项是

$$\frac{2I_i A}{z\lambda} \sin \left\{ \frac{\pi}{\lambda z} [(x_1^2 + y_1^2) - 2(x_1 x_0 + y_1 y_0) + (x_0^2 + y_0^2)] + \theta \right\} \quad (10)$$

两者比较, 可见部分相干光相对于完全相干光, 其作用在于对干涉强度加以调制, 并使得干涉条纹的排列变疏.

用数值复原方法, 菲涅耳衍射来复原部分相干光的点物全息, 研究部分相干光对横向和纵向的分辨率, 及对比度的影响. 由于真实实验中在全息图上得到的像总是有一定大小的, 不妨设大小为半径 a 的圆, 物体是一个位于 $(0, 0)$ 的点, 它的 $t(0, 0) = -0.1$. 研究横向的场分布, 为复原实像, 光传播 $(-R)$

$$u(x, y) = \frac{tI_i}{Rz\lambda^2} \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda}R) \exp \left[- \frac{j\pi}{\lambda R} (x^2 + y^2) \right] \times \\ \iint \text{circ} \left(\frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{a} \right) \exp \left[\frac{j\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{l} - \frac{1}{R} \right) (x_0^2 + y_0^2) \right] \times \\ \exp \left[\frac{j2\pi}{\lambda R} (x_0 x + y_0 y) \right] \frac{2J_1 \left[(2\pi/w) \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} \right]}{(2\pi/w) \sqrt{x_0^2 + y_0^2}} dx_0 dy_0 \quad (11)$$

考虑横向分布, 在焦点 $R = F$ (F 为光的传播长度), $\frac{1}{z} - \frac{1}{l} - \frac{1}{F} = 0$ 处

$$u(x, y) = \frac{tI_i}{Fz\lambda^2} \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda}F) \exp \left[- \frac{j\pi}{\lambda F} (x^2 + y^2) \right] \times \\ \mathcal{A} \text{circ} \left(\frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{a} \right) \frac{2J_1 \left[(2\pi/w) \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} \right]}{(2\pi/w) \sqrt{x_0^2 + y_0^2}} \Bigg|_{\frac{x}{\lambda F}, \frac{y}{\lambda F}} = \\ \frac{tI_i}{Fz\lambda^2} \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda}F) \exp \left[- \frac{j\pi}{\lambda F} (x^2 + y^2) \right] \frac{a^2 w^2}{\lambda^2 F^2} \left[\text{circ} \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\lambda F/w} \right) \right] \odot$$

$$\frac{2J_1\left[\left(\frac{2\pi}{\lambda F/a}\right)\sqrt{x^2+y^2}\right]}{\left(\frac{2\pi}{\lambda F/a}\right)\sqrt{x^2+y^2}} \quad (12)$$

这就得到了点物体全息复原,然而真实的场分布还要加上背景和孪生像的场分布,考虑纵向场分布,在焦点附近, $x = y = 0$, $(1/z) - (1/l) - (1/R) \approx (d/F^2)$, $d = R - F$

$$\begin{aligned} u(d) &= \frac{tI_i}{Rz\lambda^2} \exp(-j\frac{2\pi R}{\lambda}) \iint \text{circ}\left(\frac{\sqrt{x_0^2+y_0^2}}{a}\right) \exp\left[\frac{j\pi d}{\lambda F^2}(x_0^2+y_0^2)\right] \times \\ &\quad \frac{2J_1\left[(2\pi/w)\sqrt{x_0^2+y_0^2}\right]}{(2\pi/w)\sqrt{x_0^2+y_0^2}} dx_0 dy_0 = \\ &\quad \frac{2\pi tI_i}{Rz\lambda^2} \exp(-j\frac{2\pi R}{\lambda}) \int_0^a dr_0 \exp\left(\frac{j\pi d}{\lambda F^2}r_0\right) \frac{2J_1(2\pi r_0/w)}{(2\pi r_0/w)} \end{aligned} \quad (13)$$

从焦面的场分布 $u(x, y)$ 及纵向的场分布 $u(d)$ 可以看出,入射光的相干程度越好, w 越大,卷积的圆函数越接近于 δ 函数, $u(x, y)$ 接近于完全相干光的焦面的场分布,横向分辨率越好,同时纵向的场分布 $u(d)$ 表达式中 $\frac{2J_1(2\pi r_0/w)}{2\pi r_0/w}$ 接近于 1, $u(d)$ 接近于完全相干光的纵向的场分布,纵向分辨率越好.

从上面(12)式、(13)式可以求出横向和纵向的分辨率以及反映复原物体对比度的量,焦点场幅度与相干性的关系如图 2 所示.相干性用相干长度与复原用的全息像的半径之比 (w/a) 表示.

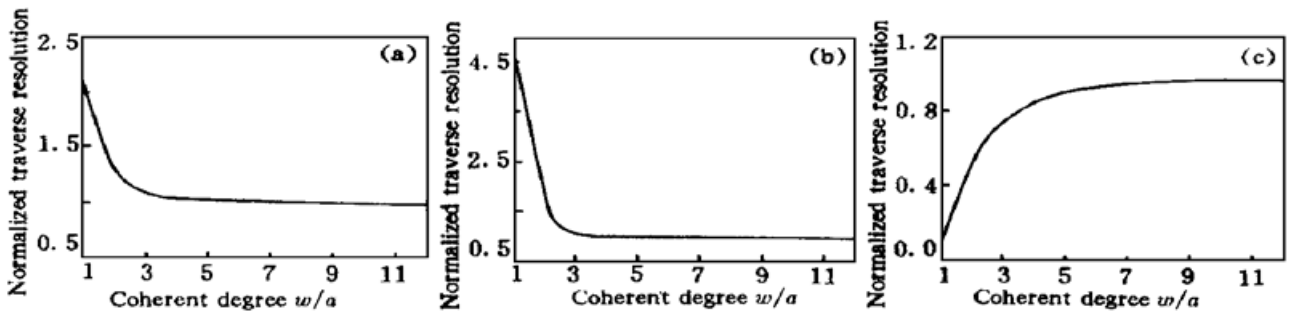


Fig. 2 The relation between imaging quality and coherent degree. (a) Transverse resolution, (b) Longitudinal resolution, (c) Peak amplitude

图 2(a) 是相对横向分辨率作为 (w/a) 的函数,图 2(b) 是相对纵向分辨率作为 (w/a) 的函数,图 2(c) 是相对焦点场幅度作为 (w/a) 的函数.由于对 (w/a) 很小的情况,焦点处是一个极小值,横向、纵向分布均呈马鞍形,所以在图 2 中 $(w/a) < 2$ 的这一段函数值仅作参考.在实际的实验中是不可能无限的加大 (w/a) ,以得到更好的成像质量,若希望在对成像质量影响不大的前提下, (w/a) 尽可能小.从图 2 中可以看到,取 $(w/a) = 5$,相对横向分辨率减小不到 5%,相对焦点场幅度减小不到 10%.

全息记录介质的分辨率总是有限的,设最小可记录条纹间距为 Δ ,又从(9)式可知点物全息图是最内环半径为 $r_1 = \sqrt{\lambda F}$ 的正弦波带片.这样,最外波带的宽度 $r_n - r_{n-1} = \Delta$,从而得到正弦波带片的半径 $r_n = \lambda F/2\Delta$.有 $a \leq r_n$,更大的 a 没有物理意义.这样,可以得到部分相干全息成像的一个判据:

$$w \geq 2.5 \frac{\Delta F}{\Delta} \approx 2.5 \frac{\Delta z}{\Delta} \quad (14)$$

当(14)式满足, 复原的结果与完全相干光的全息成像比较, 基本一致, 偏差小于 10%. (14)式并没有对物体的大小加以限制, 所以, 在旁轴近似的范围内, 可以对大于相干面积的物体全息成像.

更一般的位于 (x_1, y_1) 处, $t(x_1, y_1) = A \exp(j\theta)$ 点物的部分相干全息的复原场分布是 (在 F 处)

$$u(x, y) = \frac{I_i}{Fz\lambda^2} t(x_1, y_1) \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda}F) \exp\{-j\frac{\pi}{\lambda F}[(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2]\} \frac{a^2 w^2}{\lambda^2 F^2} \times$$

$$\left\{ \text{circ} \left[\frac{\sqrt{(x-x_1 F/z)^2 + (y-y_1 F/z)^2}}{\lambda F} \right] \circledast \frac{2J_1[(2\frac{2\pi}{\lambda F/a})\sqrt{x^2+y^2}]}{(\frac{2\pi}{\lambda F/a})\sqrt{x^2+y^2}} \right\} \quad (15)$$

其中符号 \circledast 表示卷积, 从解析结果可以看出: 光场的部分相干性使得复原物体的位置发生变化, 位于 (x_1, y_1, z) 处的点物复原后位于 $(x_1 F/z, y_1 F/z, F)$; 复原的质量下降, 与前面的讨论完全一样, 横向和纵向的分辨, 对比度均随相干性下降而下降.

4 数值计算

现在通过数值模拟来分析部分相干光对点物体的同轴伽柏 X 射线全息, 验证上述解析结果. 按照第二部分的模型, 本文用傅里叶变换计算成像过程, 用数字方法计算菲涅耳衍射复原物体.

在图 3~ 图 6 中, 是对物体用不同的光源进行同轴伽柏 X 射线全息, 然后对全息图数值复原得到的像, 但没有计及背景, 而孪生像效应包括在内. 取 $l = 12500 \mu\text{m}$, $z = 400 \mu\text{m}$, $\lambda = 2.56 \text{ nm}$, $A = [-8, 8] \times [-8, 8] \mu\text{m}^2$, 全息像记录介质的最小可记录条纹间距 $\Delta = 0.04 \mu\text{m}$. 参数的意义见第二部分.

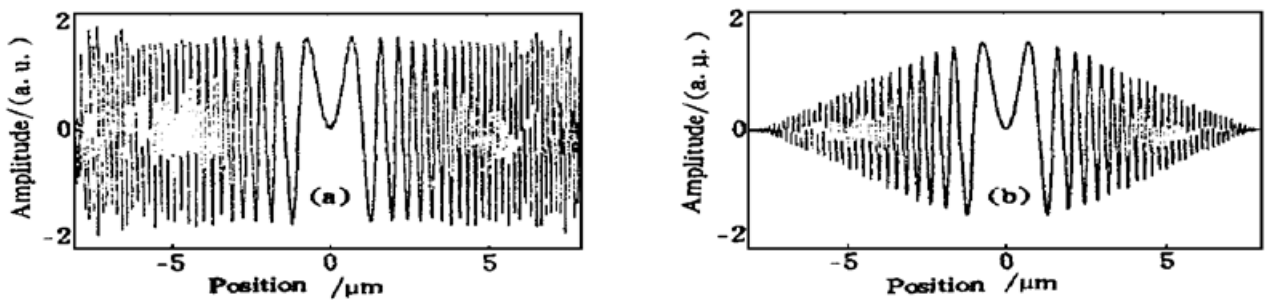


Fig. 3 Interference pattern. (a) Good coherence, (b) Bad coherence

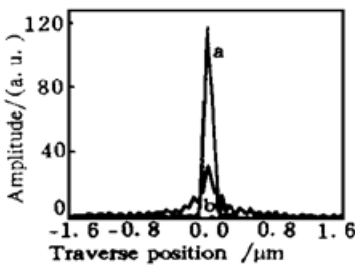


Fig. 4 Reconstructed transverse distribution. Object at (0, 0) micron

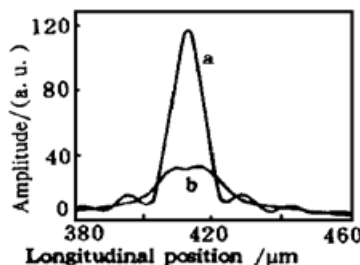


Fig. 5 Reconstructed longitudinal distribution. Object at (0, 0) micron

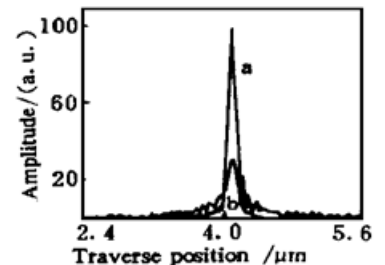


Fig. 6 Reconstructed transverse distribution. Object at (0, 4) micron

图 3 是全息像的干涉项的分布. 物体是位于原点的点物. 图 3(a) 是用近似完全相干的部分相干光源(空间相干长度 $w = 102.4 \mu\text{m}$,) 进行同轴伽柏 X 射线全息得到的像, 图 3(b) 是

用相干性差的部分相干光源(空间相干长度 $w = 12.8 \mu\text{m}$,) 进行同轴伽柏 X 射线全息得到的像. 可见, 干涉条纹的强度是由内向外减小的, 如(9)式所表述. 当相干性很差, 最外的一部分波带强度接近 0, 在实际成像中, 背景及噪声将使得这些波带不再对复原物体有用. 即最小波带宽度大于记录介质的最小条纹间距, 分辨率进一步下降.

图 4 研究横向分辨. 物体是位于原点的点物. 图中的曲线 a 是用近似完全相干的部分相干光源(空间相干长度 $w = 102.4 \mu\text{m}$,) 进行同轴伽柏 X 射线全息, 然后对全息图数值复原(用 $z = 413 \mu\text{m} \approx F$) 得到的场分布; 曲线 b 是用近似不相干的部分相干光源(空间相干长度 $w = 12.8 \mu\text{m}$) 进行同轴伽柏 X 射线全息, 然后对全息图数值复原(用 $z = 413 \mu\text{m} \approx F$) 得到的场分布(但没有计及背景, 而孪生像效应包括在内). 从这些图可以看出, 随相干程度下降, 对比度下降, 横向的分辨率变差. 对于部分相干光, 复原物体的位置如上节所述, 位于比 z 大的 F 处. 曲线 a 相应的 $(w/a) = 10$, 曲线 b 相应的 $(w/a) = 1.25$. 从图 2 得到曲线 b 相对于曲线 a 的横向分辨比是 1.85, 峰值强度比是 0.23. 而从图 4 得到横向分辨比是 1.68, 峰值强度比是 0.27. 误差可能来自孪生像效应, 以及数字化的离散效应.

图 5 研究纵向分辨. 点物体位于原点. 曲线 a 用近似完全相干的部分相干光源 ($w = 102.4 \mu\text{m}$,) 成像, 给出的是纵轴上原点的复原场. 曲线 b 用近似非相干的部分相干光源 ($w = 12.8 \mu\text{m}$,) 成像, 给出的是纵轴上原点的复原场. 从这些图看出, 随相干程度下降, 对比度下降, 纵向的分辨率变差. 在曲线 b 中, 按所用的参数, 中心已经略呈马鞍型.

图 6 研究偏离原点的物体, 点物体位于 $[4, 0] \mu\text{m}$. 分别用近似完全相干的部分相干光源(空间相干长度 $w = 102.4 \mu\text{m}$,) 和近似不相干的部分相干光源(空间相干长度 $w = 12.8 \mu\text{m}$) 成像, 复原所用的 $z = 413 \mu\text{m} \approx F$. 复原场分别是曲线 a 和曲线 b. 图 6 再一次验证了随相干程度下降, 对比度下降, 横向的分辨率变差. 对于部分相干光, 复原物体的位置在 $4.12 \mu\text{m}$, 如上节所述, 偏离原始位置, 与由(15)式算得的 $4.13 \mu\text{m}$ 很接近.

以上均未计入背景. 如计入背景的影响, 主要是降低对比度. 因为不同相干程度的光源所造成的背景大致相当, 所以相干程度好的光源复原质量受到的影响较小.

从这些结果中可以看出, 随着相干性变差, 复原物体的对比度下降, 横向半高宽度和纵向半高宽度均增大, 即分辨率下降. 另外, 部分相干性使得复原距离增长, 并令非原点物点的复原横向位置也略有增大. 这与本文的近似分析符合的很好. 所有这些结论完全验证了在上节所给出的解析结果.

5 讨 论

下面简要评论本文忽略了的方面及有待深入的工作

1) 将背景及孪生像考虑进去, 复原的像场将叠加一个扰动, 对于不同相干程度的入射光, 其背景强度大致相当. 由于入射光的相干程度越好, 复原场的强度越大, 从而对比度越好, 信噪比越高, 详细的结果有赖于数值计算. 由于 X 射线全息所遇到的大都是弱吸收物体, 背景相对于信号特别大, 一个减小背景的方法是在孔径上加上一层衰减膜^[10], 这样就增强了全息的干涉信号.

2) 一个真实的实验见文献[6]. 按其中的参数, $w = 179 \mu\text{m}$, $a = 31 \mu\text{m}$, $w/a = 5.8$, 如全部记录的信息均利用, 理想的复原的分辨约为 20 nm , 从图 2 可知在考虑部分相干后, 复原的分辨约为 21 nm . 但该文并没有利用全部信息, 而是仅用了 $22 \mu\text{m} \times 26 \mu\text{m}$ 的一部分全息信息. 如[6]的图 8, 所以 $a = 11 \mu\text{m}$, $z = 400 \mu\text{m}$, 此时 $w/r_n > 14$, 复原的分辨约为 $50 \sim 60 \text{ nm}$, 近于理想分辨 $0.5\lambda z/a = 48 \text{ nm}$ (方孔径)或 $0.61\lambda z/a = 57 \text{ nm}$ (圆孔径). 对得到的 50

~ 60 nm 分辨而言, 所用的相干性太高. 事实上, 如果只要求 50 nm 分辨, 按作者的理论, 可以缩短该文中的 $l = 1.74 \text{ m}$, 而基本不降低分辨, 从而在物体上得到更高的光照度或用较低亮度的光源进行实验.

3) 通常 X 射线全息所用的光源是同步辐射光源, 虽然同步辐射光源有很好的方向性, 是部分相干光源, 但 Howells 等的研究^[14]发现在作者感兴趣的范围内(小光源, 至物体长距离), Van Cittert-Zernike 定理仍然适用, 本文的结果可以直接用于目前的 X 射线全息实验.

4) 对于任意形状和强度分布的光源, 入射光的互强度分布得不到解析表达式. 然而, 由于本文的结果形式上只和空间相干长度有关, 只要知道入射光的空间相干长度, 定性而言, 所有的结果均可应用.

5) 光源亮度对成像分辨率有很大的影响, 但要彻底地分析这个问题还有很大困难. 不过在实际应用中可以按文献[6]中的方法给出为得到确定分辨所需要的亮度, 也可从文献[12]的图 1 直接确定所需要的光源亮度.

6) 目前能够进行实验的 X 射线全息除了同轴伽柏 X 射线全息, 还有无透镜傅里叶变换全息. 对于部分相干光的无透镜傅里叶变换全息, 将在今后的工作中进行.

7) 为了复原物体, 这里用了菲涅耳衍射积分方法. 然而, 正如前文所述, 同轴伽柏 X 射线全息在数学上是一个积分, 精确复原物体在数学上是求解积分方程. 如何找到一个更恰当的方法来解这个积分方程是今后工作的重点.

参 考 文 献

- [1] Gabor D. A new microscopic principle. *Nature*, 1948, **161**(4098): 777~ 778
- [2] Baez A V. A study in diffraction microscopy with special reference to X-rays. *J. Opt. Soc. Am.*, 1952, **42**(10): 756~ 762
- [3] Aoki S, Kikuta S. X-ray holographic microscopy. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 1974, **13**(9): 1385~ 1392
- [4] Aristov V V, Bashkina G A, Erko A I. Holography of microobjects in soft X-rays. *Opt. Commun.*, 1980, **34**(3): 332~ 336
- [5] Howells M, Jacobsen C, Kirz J *et al.*. X-ray holograms at improved resolution: a study of Zymogen Granules. *Science*, 1987, **238**(4826): 514~ 517
- [6] Jacobsen C, Howells M, Kirz J *et al.*. X-ray holographic microscopy using photoresist. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1990, **7**(10): 1847~ 1861
- [7] Lindas S, Howells M, Jacobsen C *et al.*. X-ray holographic microscopy by means of photoresist recording and atomic-force microscopy readout. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1996, **13**(9): 1788~ 1800
- [8] McNulty I, Kirz J, Jacobsen C *et al.*. High-resolution imaging by Fourier transform X-ray holography. *Science*, 1992, **256**(5059): 1009~ 1012
- [9] Trees J E, Brown S B, Campbell E M *et al.*. Demonstration of X-ray holography with an X-ray Laser. *Science*, 1987, **238**(4826): 517~ 519
- [10] Solem J C, Chapline G F. X-ray biomicroholography. *Opt. Engng.*, 1984, **23**(2): 193~ 203
- [11] 玻恩 M, 沃尔夫 E 著. 光学原理. 杨葭荪等译, 北京: 科学出版社, 1981. 648~ 735
- [12] Nugent K A, Gureyev T E, Cookson D F *et al.*. Quantitative phase imaging using hard X-rays. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **77**(14): 2961~ 2964
- [13] Wilkins S W, Gureyev T E, Gao D *et al.*. Phase-contrast imaging using polychromatic hard X-rays. *Nature*, 1996, **384**(6607): 335~ 338
- [14] Pogany A, Gao D, Wilkins S W. Contrast and resolution in imaging with a microfocus X-ray source. *Rev. Sci. Instrum.*, 1997, **68**(7): 2774~ 2782
- [15] 玻恩 M, 沃尔夫 E 著. 光学原理. 杨葭荪等译, 北京: 科学出版社, 1981. 附录 3
- [16] Howells M, Kincaid B. X-ray holographic microscopy. In: Schlachter A, Wuilleumier F, eds. *New*

Directions in Research with Third-Generation Soft X-Ray Synchrotron Radiation Sources, London: Kluwer, 1994, E254 : 315~ 358

附 录 A [(8)式的计算].

对大参数 k , 有积分的渐近展开^[13]:

$$\iint_D g(x, y) \exp [jkf(x, y)] dx dy = \frac{2uj\sigma}{\sqrt{|\alpha\beta - \gamma^2|}} g(x_0, y_0) \frac{\exp(jkf(x_0, y_0))}{k} \quad (\text{A1})$$

其中, (x_0, y_0) 是 $f(x, y)$ 的临界点, 位于 D 内且不在 D 的边界上. 在 (x_0, y_0) 处,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \quad \alpha = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad \beta = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \quad \gamma = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y},$$

$$\sigma = \begin{cases} +1, & \alpha\beta > \gamma^2, \alpha > 0 \\ -1, & \alpha\beta < \gamma^2, \alpha < 0 \\ -j, & \alpha\beta > \gamma^2 \end{cases}$$

对于线性传递函数(6)式, 可以引入大参数 $k = l/z$, 将线性传递函数写成

$$h(x_0, y_0, x_1, y_1, z) = \frac{I_i}{\lambda^2 z^2} \exp \left[\frac{j\pi}{\lambda} (k+1)(x_1^2 + y_1^2) \right] \exp \left[-\frac{j2\pi}{\lambda} k(x_1 x_0 + y_1 y_0) \right] \times$$

$$\iint_D dx_2 dy_2 \exp \left\{ -\frac{j\pi}{\lambda} k[(x_2^2 + y_2^2) - 2(x_2 x_0 + y_2 y_0)] \right\} \exp \left[-\frac{j\pi}{\lambda} (x_2^2 + y_2^2) \right] \times$$

$$\frac{2J_1 \left[(2\pi/w) \frac{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}} \right]}{(2\pi/w) \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}} \quad (\text{A2})$$

当大参数 $k \gg 1$, 及视场 A 比物体 D 大相当多时(实际情况中这总是满足的), A(2)可以用渐近展开.

对 (x_2, y_2) 积分, 整理后得到

$$h(x_0, y_0, x_1, y_1, z) = \frac{I_i}{jz\lambda} \exp \left[\frac{j\pi}{\lambda z} \left(\frac{z}{l} + 1 \right) (x_1^2 + y_1^2) \right] \times$$

$$\exp \left[-\frac{j2\pi}{\lambda z} (x_1 x_0 + y_1 y_0) \right] \exp \left[\frac{j\pi}{\lambda z} \left(1 - \frac{z}{l} \right) (x_0^2 + y_0^2) \right] \times$$

$$\frac{2J_1 \left[(2\pi/w) \frac{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}}{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}} \right]}{(2\pi/w) \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}} \quad (\text{A3})$$

Theory of X-Ray in-Line Gabor Holography with Partial Coherent Source

Cheng Jing Han Shensheng Shao Wenwen Xu Zhizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 1 December 1997; revised 27 February 1998)

Abstract We studied partial coherent X-ray in-line Gabor holography and obtained the relation between coherent degree and resolution (contrast). Both transverse and longitudinal resolution and image contrast decrease when the degree of coherence decrease. A requirement on the coherent length for making high quality holographic imaging is presented.

Key words X-ray, partial coherence, in-line holography.