

纵向运动双散射散斑场的动态特性研究*

孙 虹

清华大学现代应用物理系, 单原子分子测控科学中心, 北京 100084
中国科学院化学研究所分子反应动力学国家重点实验室, 北京 100080

刘 迎 马世宁

(天津大学应用物理系, 天津 300072)

摘 要 研究了慢纵向运动双散射散斑场的统计性质。得出纵向运动双散射散斑振幅自相关函数、强度涨落自相关函数, 并由此得出, 夫朗和费衍射区内的接收平面上任意点上的自相关函数是时间的非平稳随机过程, 而在光轴附近小区域内, 强度涨落自相关函数是时间的平稳随机过程。相关时间与散射体纵向运动速度成反比, 理论和实验结果相一致。

关键词 纵向运动双散射散斑场, 振幅自相关函数, 强度涨落自相关函数。

1 引 言

人们对于散斑现象早已熟悉, 但是仅在激光问世以后才对它有比较深刻的认识, 并且有了许多新的应用^[1-3]。当相干性极好的激光照射光学粗糙表面时, 空间各处会出现激光散斑, 但是感兴趣的是在成像面及夫朗和费衍射面上的散斑。当光学粗糙表面静止时, 随机场的分布在时域上是稳定的, 仅是空间坐标的函数。当粗糙表面随时间变化时, 由此产生的散斑场的空间分布也将随时间变化。这种因散射介质运动而随时间变化的散斑场叫做动态散斑。动态散斑能够给出散射的信息, 近年来受到了越来越多的人的重视^[4-5]。尤其是由动态散斑的统计性质得到散射体运动的速度, 即散斑测速, 是动态散斑最重要的应用之一^[6]。

双散射散斑是激光场经粗糙表面散射形成的散斑场再经过散射而形成的散斑场。对于横向运动(散射体沿垂直于光轴方向运动)三次散射散斑场本文作者已经进行了深入的研究^[7]。本文则对纵向运动(散射体沿光轴方向运动)双散射散斑场的统计性质进行研究。得出了纵向运动双散射散斑振幅自相关函数、强度涨落自相关函数, 并由此得出夫朗和费衍射区内的接收平面任意点的自相关函数是时间的非平稳随机过程, 而在光轴附近小区域内, 强度涨落自相关函数是时间的平稳随机过程。相关时间与散射体纵向运动速度成反比, 理论和实验结果相符合。

* 中国博士后基金及国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1997-08-25; 收到修改稿日期: 1997-12-03

2 纵向运动双散射散斑场振幅自相关函数

现在讨论如图 1 所示的系统, 两个散射体 A 和 B, 散射体 A 静止, 散射体 B 以速度 v 沿

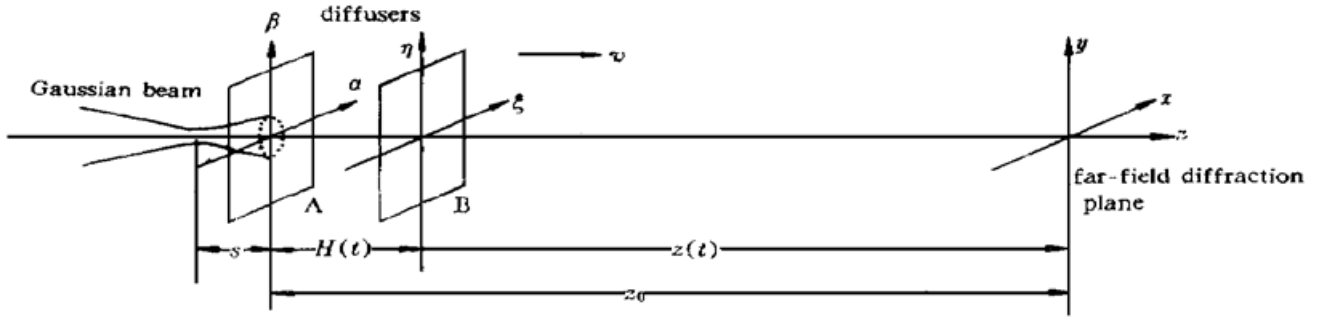


Fig. 1 Schematic configuration for the time-varying speckle in far-field diffraction region from two diffusers. One is static, another is moving longitudinally along the optical axis

光轴方向运动, z_0 为光腰到接收表面的距离. t 时刻接收表面 $X = (x, y)$ 处光场复振幅为

$$U(X, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} E_0(\alpha) t_A(\alpha) t_B(\xi) \exp \left[i \frac{k}{2H(t)} (\xi - \alpha)^2 \right] \exp \left[-i \frac{k}{z(t)} \xi x \right] d\alpha d\xi \quad (1)$$

其中 α 为散射体 A 表面上的矢量 $\alpha = (\alpha, \beta)$, $\xi = (\xi, \eta)$ 为散射体 B 表面上的矢量 $\xi = (\xi, \eta)$. 波数 $k = 2\pi/\lambda$ (λ 为波长), $t_A(\alpha)$ 是散射体 A 的透射函数, $t_B(\alpha)$ 是散射体 B 的透射函数, $H(t)$ 是散射体 A、B 间的距离. $z(t)$ 是散射体 B 到接收表面的距离.

漫射体 A 置于光腰处 ($s = 0$), B 自 H_0 处开始运动, t 时刻两个散射体之间的距离为 $H(t) = vt$, 散射体 B 到接收面的距离是 $z(t) = z_0 - vt$, 入射高斯光束为

$$E_0(\alpha) = \exp \left(-\frac{|\alpha|^2}{\omega_0^2} \right) \quad (2)$$

散斑振幅的自相关函数为

$$\Gamma(X, t_1, t_2) = \langle U(X, t_1) U^*(X, t_2) \rangle \quad (3)$$

利用振幅定义, 上式则为

$$\begin{aligned} \Gamma(X, t_1, t_2) = & \langle \iiint_{-\infty}^{\infty} E_0(\alpha_1) E_0^*(\alpha_2) t_A(\alpha_1) t_A^*(\alpha_2) t_B(\xi_1) t_B^*(\xi_2) \times \\ & \exp \left[i \frac{k}{2H(t_1)} (\xi_1 - \alpha_1)^2 - i \frac{k}{2H(t_2)} (\xi_2 - \alpha_2)^2 \right] \times \\ & \exp \left[-ik \frac{\xi_1 X}{Z(t_1)} + ik \frac{\xi_2 X}{Z(t_2)} \right] d\alpha_1 d\alpha_2 d\xi_1 d\xi_2 \rangle = \\ & \iiint_{-\infty}^{\infty} E_0(\alpha_1) E_0^*(\alpha_2) t_A(\alpha_1) t_A^*(\alpha_2) t_B(\xi_1) t_B^*(\xi_2) \times \\ & \exp \left[i \frac{k}{2H(t_1)} (\xi_1 - \alpha_1)^2 - i \frac{k}{2H(t_2)} (\xi_2 - \alpha_2)^2 \right] \times \\ & \exp \left[-ik \frac{\xi_1 X}{Z(t_1)} + ik \frac{\xi_2 X}{Z(t_2)} \right] d\alpha_1 d\alpha_2 d\xi_1 d\xi_2 \end{aligned} \quad (4)$$

运用复高斯过程的矩定理^[8]将调制函数的 4 阶矩展开:

$$\begin{aligned} \langle t_A(\alpha_1) t_B(\xi_1) t_A^*(\alpha_2) t_B^*(\xi_2) \rangle = & \langle t_A(\alpha_1) t_A^*(\alpha_2) \rangle \langle t_B(\xi_1) t_B^*(\xi_2) \rangle + \\ & \langle t_A(\alpha_1) t_B^*(\xi_2) \rangle \langle t_B(\xi_1) t_A^*(\alpha_2) \rangle \end{aligned} \quad (5)$$

因为散射体 A、B 是统计独立的, 即

$$\langle k_A(\alpha_1) t_B^*(\xi_2) \rangle = \langle k_B(\xi_1) t_A^*(\alpha_2) \rangle = 0 \quad (6)$$

所以调制函数的 4 阶矩

$$\langle k_A(\alpha_1) t_B(\xi_1) t_A^*(\alpha_2) t_B^*(\xi_2) \rangle = \langle k_A(\alpha_1) t_A^*(\alpha_2) \rangle \langle k_B(\xi_1) t_B^*(\xi_2) \rangle \quad (7)$$

设散射体 A、B 是深度随机的相位屏, 其表面相关函数为 δ 函数,

$$\langle k_A(\alpha_1) t_B(\xi_1) t_A^*(\alpha_2) t_B^*(\xi_2) \rangle = \Delta S \delta(\alpha_1 - \alpha_2) \delta(\xi_1 - \xi_2) \quad (8)$$

ΔS 为散射体表面的相关面积。利用(4)式和(8)式, 振幅自相关函数式为

$$\Gamma(X, t_1, t_2) = \Delta S \iiint_{-\infty}^{\infty} \exp \left[- \frac{2(\alpha^2 + \beta^2)}{\omega_0^2} \right] \exp \{ iA [(\xi - \alpha)^2 + (\eta - \beta)^2] \} \times \\ \exp [- iB(\xi x + \eta y)] d\alpha d\beta d\xi d\eta \quad (9)$$

其中

$$A = \frac{k}{2} \left[\frac{1}{H(t_1)} - \frac{1}{H(t_2)} \right] \\ B = k \left[\frac{1}{z(t_1)} - \frac{1}{z(t_2)} \right] \quad (10)$$

经过一系列复杂的积分运算, 最后得到串级纵向运动散斑场的振幅自相关函数

$$\Gamma(x, t_1, t_2) = \Delta S \pi^2 (g^2 + h^2)^{-1/2} (g'^2 + h'^2)^{-1/2} \times \\ \exp \left[- \frac{h'B^2(x^2 + y^2)}{4(g'^2 + h'^2)} \right] \\ \exp \left\{ - i \left[\frac{g'B^2(x^2 + y^2)}{4(g'^2 + h'^2)} - \arctan \left(\frac{g'}{h'} \right) - \arctan \left(\frac{g}{h} \right) \right] \right\} \quad (11)$$

其中

$$g = A, \quad h = \frac{2}{\omega_0^2} \\ g' = \frac{gh^2}{g^2 + h^2}, \quad h' = \frac{g^2h}{g^2 + h^2} \quad (12)$$

结合(10)~(12)式, 可知振幅自相关函数是与观察时间 t_1 、 t_2 、激光的光腰半径以及表面相关面积大小有关。以此为基础可以讨论纵向运动双散射散斑场强度自相关函数。

3 纵向运动双散射散斑场强度自相关函数

假设散斑场复振幅 $U(X, t)$ 服从零均值的复高斯统计, 散斑强度 $I(X, t) = |U(X, t)|^2$ 其涨落定义为

$$\Delta I(X, t) = I(X, t) - \langle I(X, t) \rangle$$

它的自相关函数可写为

$$\langle \Delta I(X, t_1) \Delta I(X, t_2) \rangle = \langle I(X, t_1) \rangle \langle I(X, t_2) \rangle |\Gamma(X, t_1, t_2)|^2 \quad (13)$$

强度涨落的相关函数可用振幅相关函数的模平方表示, 振幅相关函数(11)式取模平方:

$$|\Gamma(X, t_1, t_2)|^2 = \frac{\pi^4 \Delta S^2}{(g^2 + h^2)(g'^2 + h'^2)} \exp \left[- \frac{h'B^2 |X|^2}{2(g'^2 + h'^2)} \right] \quad (14)$$

将 g , h , g' , h' , B 的具体参数代入, 最后得到

$$|\Gamma(X, t_1, t_2)|^2 = \left[\frac{\lambda \omega_0 \pi \Delta S v t_1 t_2}{2(t_2 - t_1)} \right]^2 \exp \left[- \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{1}{z_0 - vt_1} - \frac{1}{z_0 - vt_2} \right)^2 |X|^2 \right] \quad (15)$$

因为接收表面在夫朗和费衍射区，而且散射体运动速度很慢，所以 $vt_1 \ll z_0, vt_2 \ll z_0$ ，故对上式的 e 指数展开，取一级近似则有

$$|\Gamma(X, t_1, t_2)|^2 = \left[\frac{\lambda\omega\pi\Delta Svt_1t_2}{2(t_2 - t_1)^2} \right]^2 \exp \left[- \left(\frac{\pi v \omega_0}{\lambda z_0^2} \right)^2 (t_1 - t_2)^2 |X|^2 \right] \quad (16)$$

该式表明强度相关并不是广义平稳随机过程，这是因为它不仅与 $t_2 - t_1$ 有关，而且单独依赖于 t_1, t_2 ，但是如果对于接收面内光轴附近某一确定的点来说，可以表示成仅含 $t_2 - t_1$ 的函数，对于该点取归一化自相关函数：

$$\gamma(X, t_1, t_2) = \frac{|\Gamma(X, t_1, t_2)|^2}{|\Gamma(0, t_1, t_2)|^2} = \exp \left[- \left(\frac{\pi v \omega_0}{\lambda z_0^2} \right)^2 (t_1 - t_2)^2 |X|^2 \right] \quad (17)$$

令 $t_1 - t_2 = \tau$

$$\gamma(X, t_1, t_2) = \exp \left[- \left(\frac{\pi \omega_0 v}{\lambda z_0^2} \right)^2 \tau^2 |X|^2 \right] = \exp \left\{ - \frac{\tau^2}{\tau_c^2} \right\} \quad (18)$$

其中
$$\tau_c = \frac{\lambda z_0^2}{\pi v \omega_0 |X|} \quad (19)$$

由此看出，在观察平面中心附近由散射体纵向运动产生的散斑强度自相关函数是高斯型的，仅依赖于时间间隔 τ ，这种依赖关系由相关长度 τ_c 决定，相关长度由光波长 λ 、高斯光束的光腰半径 ω_0 、散射体 A 到接收表面的距离 z_0 以及接收面上点到中心的距离 $|X|$ 决定。在这些参数一定的情况下，相关时间与散射体运动速度 v 成反比，可用下面的实验来验证这一结果。

4 实验结果

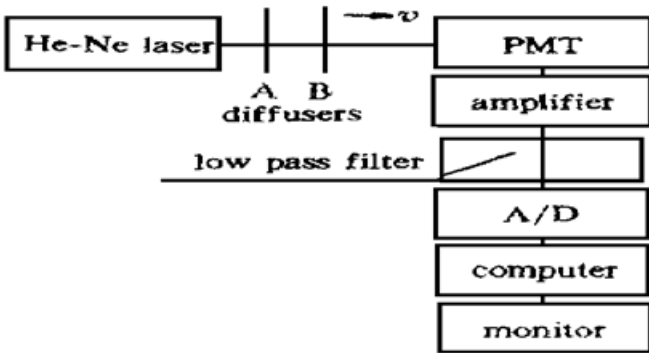


Fig. 2 Experimental setup for investigating time-varying speckle intensity variations produced from longitudinal motion of diffuser

实验系统如图 2 所示，光源为 He-Ne 激光器的单模高斯光束，散射体 A 和 B 用毛玻璃，其中散射体 B 用一驱动装置带动，以不同速度 v 沿光轴方向运动，在远场用光纤将双散射散斑场光强信号送入光电倍增管中，从光电倍增管输入的光电流信号经过放大低通滤波后送到计算机采集系统的接口，最后微机进行相关运算处理绘出图形。图 3 是散射体 B 分别以速度 $v_1 = 7.0 \mu\text{m/s}$ ， $v_2 = 11.0 \mu\text{m/s}$ ， $v_3 = 15.0 \mu\text{m/s}$ 运动所得出的相关曲线，由此可以看出相关函数的基本形式和相关时间与速度的关系与理论结果相符合。

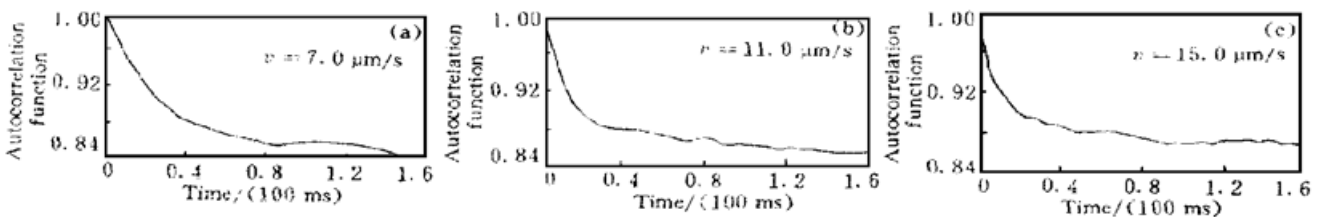


Fig. 3 Normalized autocorrelation function of double scattering speckle intensity fluctuation

结 论 研究了散射体纵向运动时双散射散斑场的统计性质。得到了其振幅自相关函数和强度涨落自相关函数。在夫朗和费衍射区的接收平面光轴附近小区域内，强度涨落自相关函数

是时间的平稳随机过程。从理论和实验上都得到了相关时间与散射体纵向运动速度成反比的结论。

参 考 文 献

- [1] H. Fujii, T. Asakura. Roughness measurements of metal surfaces using laser speckle. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(9) : 1171~ 1176
- [2] E. Archbold, A. E. Ennos. Displacement measurement from double-exposure laser photographs. *Opt. Acta.*, 1972, **19**(4) : 253~ 271
- [3] O. J. Lokberg, K. Hogmoen. Vibration phase mapping using electronic speckle pattern interferometry. *Appl. Opt.*, 1976, **15**(11) : 2701~ 2704
- [4] Ying Liu, Shining Ma, Hangyou Lin *et al.*. Speckle from cascaded diffusers in an imaging system. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1993, **10**(5) : 951~ 956
- [5] V. Malyshkin, A. R. McGurn, T. A. Leskova *et al.*. Speckle correlations in the light scattered from a weakly rough one-dimensional random metal surface. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(3) : 946~ 948
- [6] T. Okamoto, T. Asakura. Velocity dependence of image speckles produced by a moving diffuser under dynamic speckle illumination. *Opt. Commun.*, 1990, **77**(2, 3) : 113~ 120
- [7] 孙 虹, 马世宁, 刘 迎. 串级散斑场动态特性的研究. *光学学报*, 1991, **11**(10) : 901~ 904
- [8] J. W. Goodman. *Statistical Optics*, New York: John Wiley & Sons, 1985. 196

Dynamic Characteristics of Double Scattering Speckle Field in Longitudinal Motion

Sun Hong

[*Center of Atomic and Molecular Sciences, Department of Modern Applied Physics,
Tsinghua University, Beijing 100084*
*State Key Laboratory of Molecular Reaction Dynamics, Institute of Chemistry,
The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*]

Liu Ying Ma Shining

(*Department of Applied Physics, Tianjin University, Tianjin 300072*)

(Received 25 August 1997; revised 3 December 1997)

Abstract Statistical characteristics of double scattering speckle field in longitudinal motion is studied in detail. Its autocorrelation function of amplitude and intensity fluctuations are derived. At the receiving plane within the far-field diffraction region, the autocorrelation function of speckle intensity fluctuations is not generally statistically stationary. While, the time-varying speckle intensity variations become statistically stationary in the vicinity of the center of far-field diffraction plane. The velocity of the diffuser is in inverse proportion to the correlation time. The theoretical result is consistent with the experimental result.

Key words double scattering speckle produced by longitudinal moving, autocorrelation function of amplitude, autocorrelation function of intensity fluctuations.