

# 平板波导的非线性耦合

余守宪

(北方交通大学物理系, 北京 100044)

**摘 要** 给出了由两个平板波导耦合成的定向耦合器, 当两波导的间隙(耦合区)为克尔(Kerr)型非线性介质时耦合系数与导波功率的关系的计算公式与计算步骤。给出了耦合区为自聚焦介质及自散焦介质两情况的计算实例, 并对计算结果进行了讨论。

**关键词** 光波导, 耦合器, 非线性波导。

## 1 引 言

平面波导中非线性导波的研究<sup>[1]</sup>由于超高速光信息处理的应用前景光明而受到普遍关注, 其中, 非线性相干耦合器是一种对光信息处理很有用的器件<sup>[2]</sup>, 该器件不涉及双稳性, 只利用当两个光波导之间间隙很小时两个导波场的相互作用(耦合)而产生非线性传输特性, 它可用于信息处理。

定向耦合器可用耦合波方程分析<sup>[3, 4]</sup>, 对线性介质的平板定向耦合器已有成熟的成果, 包括矩形波导定向耦合器耦合系数的简化近似计算(诸如 Marcatilli 近似, 有效折射率法<sup>[3]</sup>及本文作者曾提出的加权余量法——矩量法<sup>[5, 6]</sup>等)已有长足的发展。本文将以 LLN 型(指衬底、薄膜为线性介质, 覆盖层为非线性介质)的三层平板波导的分析公式<sup>[1]</sup>为基础, 经适当改动和扩展, 以导出计算非线性平板波导定向耦合器中耦合系数  $K$  随导波功率变化的依赖关系的计算公式与方法, 并给出实例分析(包括自聚焦与自散焦两种情况)。

## 2 计算方法

图 1 表示由两个平板波导耦合成的定向耦合器, 两波导的间隙(耦合区)为厚度  $d$  的克尔型非线性介质, 折射率  $n = n_c + n_{2l}I$ , 其中  $n_c$  为线性折射率,  $n_{2l}$  为非线性折射率,  $I$  为光强, 从而  $n^2 = n_c^2 + \alpha E^2$ ,  $\alpha = c\epsilon_0 n_{2l} n_c^2$ ,  $c$  为真空中光速,  $\epsilon_0$  为真空电容率,  $E$  为当地电场强度, 两芯区均是厚度为  $w$ 、折射率为  $n_l$  的线性介质, 芯区外侧为折射率  $n_s$  的线性介质,  $n_l > n_c > n_s$ 。取  $x$  坐标轴垂直于各分界面, 原点  $O$  在耦合区中点处, 先考虑  $\alpha > 0$  (自聚焦非线性介质)的情形。

为计算此非线性定向耦合器的耦合系数, 可先分别讨论两个三层平板波导的 TE 导波, 其中衬底、薄膜与覆盖层的折射率各为  $n_s$ ,  $n_l$  与  $n_c + n_{2l}I$ , 把耦合器分解为两个孤立的平板波导, 求得各自的本征模, 然后用微扰法处理导模的耦合, 定向耦合器的耦合系数为<sup>[3]</sup>

$$K_c = i \frac{\omega \epsilon_0}{4P} \int_{-\infty}^{\infty} (n^2 - n_c^2 - \alpha E^2) E_1 E_2 dx \quad (1)$$

式中  $P$  为单位长度平板波导的导波功率,  $E_1(x)$ 、 $E_2(x)$  分别为两个导波的横向电场的幅值。

先求三层平板波导的本征模, 由于对称性, 只需分析上面的一个波导。设  $N$  为导模的模折射率, 并令  $q_s = \sqrt{N^2 - n_s^2}$ ,  $q_f = \sqrt{n_f^2 - N^2}$ ,  $q_c = \sqrt{N^2 - n_c^2}$ 。于是三层非线性平板波导的亥姆霍兹方程为

$$\left. \begin{aligned} E'' - k_0^2 q_s^2 E &= 0 & x &\geq d/2 + w \\ E'' + k_0^2 q_f^2 E &= 0 & d/2 + w &\geq x \geq d/2 \\ E'' - k_0^2 q_c^2 E + \alpha k_0^2 E^3 &= 0 & d/2 &\geq x \end{aligned} \right\} (2)$$

其中  $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$  表示自由空间的传播常数。波导各层内的场强分布可写为

$$\left. \begin{aligned} E &= \alpha^{-1/2} A \exp[-k_0 q_s (x - d/2 - w)] & x &\geq d/2 + w \\ E &= \alpha^{-1/2} A \left\{ \cos[k_0 q_f (x - d/2 - w)] - \frac{q_s}{q_f} \sin[k_0 q_f (x - d/2 - w)] \right\} & d/2 + w &\geq x \geq d/2 \\ E &= \sqrt{2} \alpha^{-1/2} q_c \operatorname{sech}[k_0 q_c (x - d/2 - x_c)] & x &\leq d/2 \end{aligned} \right\} (3)$$

以上的第一、第二两式已满足  $x = d/2 + w$  处  $E$  和  $E'$  均连续的条件。由  $x = d/2$  处  $E$  和  $E'$  连续的条件可得到

$$A = \sqrt{2} q_c (1 - v^2)^{1/2} [\cos(k_0 q_f w) + q_s/q_f \sin(k_0 q_f w)]^{-1} \quad (4)$$

其中参数  $v = \tanh k_0 q_c x_c$ , 以及本征方程

$$\tan k_0 q_f w = \frac{q_f (q_s + v q_c)}{q_f^2 - v q_s q_c} \quad (5)$$

在  $x_c \rightarrow \infty$  即  $v \rightarrow 1$  的极限情形下, 覆盖层中的场分布趋近于线性三层平板波导中指数型衰减区的场分布, 这时, 本征方程退化为

$$\tan k_0 q_f w = \frac{q_f (q_s + q_c)}{q_f^2 - q_s q_c} \quad (6)$$

$$\text{即 } k_0 q_f w = m\pi + \arctan(q_s/q_f) + \arctan(q_c/q_f), \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

这与熟知的公式一致<sup>[3]</sup>。由此可见, 参数  $v$  可用来表征非线性效应的强弱程度, 当  $v$  值由 1 开始单调减小时, 非线性效应逐渐增大。

容易看出, 常数  $A$  与芯区中场强最大值  $E_m$  成正比, 有

$$A = \frac{q_f}{\sqrt{q_f^2 + q_s^2}} \sqrt{\alpha} E_m \quad (8)$$

而芯区场强最大值  $E_m$  所在处的位置(坐标  $x_m$ ) 由下式给出

$$x_m = d/2 + w - (1/k_0 q_f) \arctan(q_s/q_f) \quad (9)$$

若已给定光波波长及结构参数时, 耦合参数  $K_c$  之值随导波功率  $P$  的变化关系的计算步骤与方法如下所述。

取定模折射率  $N$  ( $N$  值可以从线性三层平板波导的相应值开始, 逐渐改变), 由本征方程求出相应的参数  $v$  之值

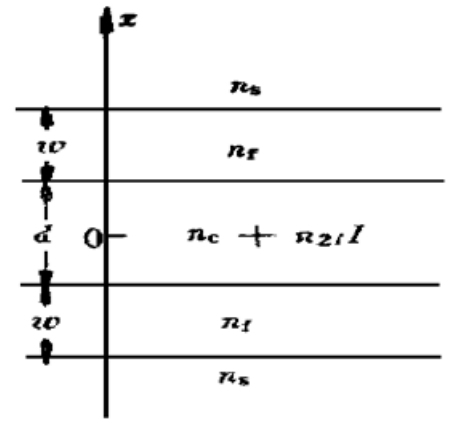


Fig. 1 Schematic of a nonlinear directional coupler

$$v = \frac{q_t}{q_c} \frac{q_t \tan k_0 q_t w - q_s}{q_t + q_s \tan k_0 q_t w} \quad (10)$$

由场强分布计算式及导波总功率公式<sup>[3]</sup>

$$P = \frac{N}{2c\mu_0} \int_{-\infty}^{\infty} E^2 dx \quad (11)$$

即可求得

$$P = P_0 \{ A^2 (1/2q_s + k_0 w/2) + (A^2/2q_t) \sin k_0 q_t w [(1 - q_s^2/q_t^2) \cos k_0 q_t w + 2q_s/q_t \sin k_0 q_t w] + 2q_c(1 - v) \} \quad (12)$$

其中  $P_0 = N/2c\mu_0 k_0 \alpha$ 。于是可求得模折射率  $N$  与总功率  $P$  的依赖关系,并可求出对应于给定功率  $P$  的场分布曲线及芯区中场强极大值  $E_m$  及所在位置  $x_m$ 。

为求两波导耦合成的定向耦合器的耦合系数,注意在耦合系数计算式<sup>[3]</sup>

$$K_c = \frac{i\omega\epsilon_0}{4p} \int_{-\infty}^{\infty} (n^2 - n_c^2 - \alpha E_2^2) E_1 E_2 dx \quad (13)$$

中两波导的模场分布是对称的,即  $E_2(x) = E_1(-x)$ , 于是即可求得

$$K_c = \frac{i\omega\epsilon_0}{4p} \left[ \int_{-\infty}^{-(d/2+w)} (n_s^2 - n_c^2 - \alpha E_2^2) E_1 E_2 dx + \int_{-(\alpha/2+w)}^{-\alpha/2} (n_t^2 - n_c^2 - \alpha E_2^2) E_1 E_2 dx \right] \quad (14)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \sqrt{2} \alpha^{-1/2} q_c \operatorname{sech} [k_0 q_c (x - d/2 - x_c)] \\ &= \sqrt{2} \alpha^{-1/2} q_c \sqrt{1 - v^2} [\cosh k_0 q_c (x - d/2) - v \sinh k_0 q_c (x - d/2)]^{-1} \\ E_2 &= \alpha^{-1/2} A \exp [k_0 q_s (x + d/2 + w)] \quad (-\infty, -d/2 - w) \\ E_2 &= \alpha^{-1/2} A \{ \cos [k_0 q_t (x + d/2 + w)] + (q_s/q_t) \sin [k_0 q_t (x + d/2 + w)] \} \quad (-\frac{d}{2} - w, -\frac{d}{2}) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

于是,即得到相应于功率  $P$  的耦合系数  $K_c$  之值。

以上给出的是耦合区为克尔型自聚焦介质 ( $\alpha > 0$ ) 的有关计算式。对于自散焦介质 ( $\alpha < 0$ ) 的情况,用同样的方法可以处理,相应公式应作如下改动。

场分布可写为

$$\left. \begin{aligned} E &= |\alpha|^{-1/2} B \exp \{k_0 q_s (x - d/2 - w)\}, \quad x \geq d/2 + w \\ E &= |a|^{-1/2} B \{ \cos [k_0 q_t (x - d/2 - w)] - \frac{q_s}{q_t} \sin [k_0 q_t (x - d/2 - w)] \}, \quad \frac{d}{2} + w \geq x \geq \frac{d}{2} \\ E &= \sqrt{2} |\alpha|^{-1/2} q_c \operatorname{csch} [k_0 q_c (x - d/2 - x_c)], \quad x \leq d/2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$B = \sqrt{2} q_c (u^2 - 1)^{1/2} \{ \cos k_0 q_t w + q_s \sin k_0 q_t w / q_t \}^{-1} \quad (17)$$

其中参数

$$u = \coth k_0 q_c x_c \quad (18)$$

本征方程为

$$\tan k_0 q_t w = \frac{q_t (q_s + u q_c)}{q_t^2 - u q_c q_s}, \quad \text{或} \quad u = \frac{q_t}{q_c} \frac{q_t \tan k_0 q_t w - q_s}{q_t + q_s \tan k_0 q_t w} \quad (19)$$

$u = 1$  ( $x_c = \infty$ ) 对应于线性波导情况,  $u$  由 1 起渐增, 对应于非线性效应逐渐增大。  
导波功率

$$P = P_0 \{ B^2 (1/2q_s + k_0 w/2) + B^2 \sin k_0 q_t w / 2q_t [ (1 - q_s^2/q_t^2) \cos k_0 q_t w + 2q_0 \sin k_0 q_t w / q_t ] + 2q(u - 1) \}$$

$$P_0 = \frac{N}{2c\mu_0 k_0 |\alpha|} \quad (20)$$

计算耦合系数  $K_c$  时, 定积分(14) 式中

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \sqrt{2} |\alpha|^{-1/2} q_c \sqrt{u^2 - 1} [u \sinh k_0 q_c (x - d/2) - \cosh k_0 q_c (x - d/2)]^{-1} \\ E_2 &= |\alpha|^{-1/2} B \exp [k_0 q_s (x + d/2 + w)] \quad (-\infty, -d/2 - w) \\ E_2 &= |\alpha|^{-1/2} B \{ \cos [k_0 q_t (x + d/2 + w)] + \frac{q_s}{q_t} \sin [k_0 q_t (x + d/2 + w)] \} \quad (-\frac{d}{2} - w, -\frac{d}{2}) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

### 3 计算实例与讨论

为说明本文介绍的计算方法并讨论非线性耦合效应随导波功率的变化特点, 分别对自聚焦 ( $\alpha > 0$ ) 及自散焦 ( $\alpha < 0$ ) 情况各举一数值实例。

表 1 给出光波波长  $\lambda = 1.50 \mu\text{m}$ ,  $n_f = 1.56$ ,  $n_s = 1$  (空气),  $n_c = 1.54$ ,  $n_{2l} = 1.67 \times 10^{-10} \text{cm}^2/\text{W}$ ,  $w = 2.0 \mu\text{m}$ ,  $d = 2.0 \mu\text{m}$  情况下, 当导波功率  $P$  由零开始渐增时, 耦合系数  $K_c$  的变化。为比较起见, 表中第 1、第 2 行分别给出相应的波导模折射率  $N$  及参数  $v$  之值 ( $v = 1$  对应于线性介质情况), 第 5 行给出表明导波模场中场强极大值  $E_m$  所在的相对位置  $\zeta = \frac{x_m - d/2}{w}$  [ $\zeta = 0$  对应于场强极大处移至芯区与耦合区(波导间隙)分界处]。表中清楚地表明, 当功率  $P$  渐增时, 耦合系数  $K_c$  值单调上升, 相应地, 导模折射率  $N$  则由线性情况下 ( $v = 1$ ) 之值随  $v$  值的渐减而逐渐增大,  $\zeta$  值则渐减, 而当  $v = 0$  时,  $\zeta = 0$ ,  $v$  继续减小时,  $\zeta$  变为负值, 相应于场强极大值点移入非线性耦合区。

Table 1. Dependence of coefficient of coupling for nonlinear planar directional coupler ( $\alpha > 0$ ) on guided power ( $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$ ,  $n_f = 1.56$ ,  $n_s = 1$  (air),  $n_c = 1.54$ ,  $n_{2l} = 1.67 \times 10^{-10} \text{cm}^2/\text{W}$ ,  $w = 2.0 \mu\text{m}$ ,  $d = 2.0 \mu\text{m}$ )

$N$	1.5442	1.5450	1.5460	1.5470	1.5480	1.5490	1.5500	1.5510	1.5520
$v$	0.9911	0.7737	0.5623	0.3961	0.2613	0.1495	0.0550	-0.026	-0.0458
$ K_c  / \text{m}^{-1}$	1.59	27.5	51.1	65.2	73.0	76.7	77.9	77.7	76.9
$P / (\text{W}/\mu\text{m})$	0.013	0.360	0.733	1.051	1.322	1.553	1.746	1.903	2.021
$\zeta = \frac{x_m - d/2}{w}$	0.253	0.231	0.201	0.167	0.129	0.080	0.037	-0.021	-0.089

表 2 给出当其它参数不变, 而非线性系数  $n_{2l} = -1.67 \times 10^{-10} \text{cm}^2/\text{W}$  (自散焦介质), 导波功率  $P$  由零开始渐增时, 耦合系数  $K_c$  的变化以及相应的导模折射率  $N$ 、参数  $u$ 、场强极大值相对位置  $\zeta$  的变化情况, 可以看出, 功率  $P$  渐增时,  $K_c$  值渐增,  $u$  值由 1 开始渐增, 而模折射率  $N$  则由线性介质情况的数值渐减直到模截止, 相应地,  $\zeta$  值则渐增(表明场强极大值点逐渐沿着离开芯区一耦合界面的方向移动)。

Table 2. Dependence of coefficient of coupling for nonlinear planar directional coupler ( $\alpha < 0$ ) on guided power ( $n_{2l} = -1.67 \times 10^{-10} \text{ cm}^2/\text{W}$ )

$N$	1.54417	1.5440	1.5435	1.5430	1.5425	1.5420	1.5415	1.5410	1.5405
$u$	1.0004	1.0546	1.2346	1.5450	1.7302	2.0947	2.6119	3.4463	5.2403
$ K_c /\text{m}^{-1}$	2.91	10.7	37.5	109	113	166	231	312	412
$P/(\text{W}/\mu\text{m})$	0.0006	0.081	0.333	0.610	0.916	1.257	2.073	2.582	3.104
$\zeta = \frac{x_m - d/2}{w}$	0.254	0.259	0.271	0.284	0.295	0.307	0.317	0.328	0.338

可以指出, 本文讨论的虽然是平板定向耦合器, 但很容易将本方法推广到矩形波导定向耦合器情况, 为此, 可采用有效折射率<sup>[3]</sup>或加权余量法<sup>[5, 6]</sup>, 在此不再赘述。此外, 采用三波导系统的模场分析法<sup>[7]</sup>, 也不难将本文方法(对于耦合区为非线性介质情况)推广到三波导定向耦合器情况。

### 参 考 文 献

- [1] D. Mihalache, M. Bertolotti, C. Sibilia. Nonlinear wave propagation in planar structures, in E. Wolf (editor), *Progress in Optics* (Elsevier), 1989. 252~ 288
- [2] S. M. Jensen. Nonlinear coherent couplers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1982, **QE-18**(8) : 1580~ 1583
- [3] 方俊鑫, 曹庄琪, 杨傅子. 光波导技术物理基础. 上海: 上海交通大学出版社, 1987. 209~ 213, 50~ 56
- [4] D. Marcuse. *Light Transmission Optics*, New York: Academic Press, 1982, chapter 10
- [5] 余守宪. 矩形芯介质波导色散关系及定向耦合器耦合长度的加权余量法计算. *光学学报*, 1987, **7**(6) : 544~ 550
- [6] Shou Xian She. Analysis of rectangular-core waveguide structures and directional couplers by an iterated moment method. *Opt. and Quantum Electron.*, 1988, **20**(2) : 125~ 136
- [7] Shou Xian She, Li Qiao. Analysis of three channel waveguide directional couplers by a variational method and weighted residual method. *Opt. Comm.*, 1988, **67**(4) : 271~ 276

## Nonlinear Coupling of Planar Waveguides

She Shouxian

(Department of Physics, Northern Jiaotong University, Beijing 100044)

(Received 10 October 1997; revised 19 December 1997)

**Abstract** Dependence of coupling coefficient on guided wave power of a nonlinear directional waveguide coupler formed by two optical planar waveguides placed in close proximity is discussed. Formulas and procedure of the calculation is presented for the interaction region being covered with nonlinear Kerr-type dielectric material. Numerical examples and discussions are given for both self-focussing and self-defocussing material.

**Key words** optical waveguide, coupler, nonlinear waveguide.