

对流湍流池光学湍流的空间和时间结构分析*

曾宗泳 张 骏 翁宁泉

(中国科学院安徽光学精密机械研究所, 合肥 230031)

摘 要 分析了用于自适应光学波前补偿实验的对流湍流池折射率和光强起伏的空间、时间结构, 建立了平均速度很小或等于零时的相关函数, 讨论了速度起伏对相关的扩散作用。数值计算和实测的结果表明: 速度起伏不仅使时间相关减小, 而且使频谱的内尺度减小。

关键词 对流湍流, 时间相关, 空间相关。

尽管水或酒精作为介质的对流湍流池用于激光通过湍流大气的模拟实验研究^[1, 2]具有湍流强度易于控制、温度起伏谱比较接近实际大气的优点, 但仍存在着一些没有完全解决的问题, 如湍流内尺度的变化、折射率和光强起伏的时间、空间相关等。

由于对流湍流池中平均速度很小或为零, 泰勒假定难以使用, 湍流的空间和时间变化之间的关系不同于实际大气。因此有必要在理论和实验上弄清平均速度很小或为零时, 空间结构和时间结构之间的关系。这是因为湍流的空间结构决定了光强和相位起伏, 而时间结构决定了测量量的时间特性。开展对流湍流池内光学湍流的时间、空间结构的研究, 不仅可以弄清楚对流湍流池中湍流的特性, 而且还可以与实际大气进行对比研究。

1 温度起伏的空间、时间结构

假定湍流标量场温度 T 或折射率 n 是保守、被动的^[3], 忽略分子扩散的作用, 则空间 r 点上在 t 时刻的温度 T 可以用上游 $r - V\xi$ 点上前时刻 $t - \xi$ 的值来表示, 即

$$T(r, t) = T(r - V\xi, t - \xi) \quad (1)$$

式中, V 为迁移速度, ξ 为时间延迟, 如果 $V = U_0$ (平均速度) 即是所谓泰勒假定^[4]。

对于空间两点的观测结果, 如果先将其中一点时间坐标平移量 ξ , 则可写出两点间的互相关或结构函数。对于均匀平稳湍流, 空间结构函数可表示为

$$D_T(\rho, \xi) = \langle [T(r + \rho, t + \xi) - T(r, t)]^2 \rangle \quad (2)$$

式中, ρ 表示两点间的距离, ξ 表示时间延迟, $\langle \cdot \rangle$ 表示系综平均。

若使用泰勒假定,

$$D_T(\rho, \xi) = D(\rho - U_0\xi) \quad (3)$$

根据(1)式, 可设迁移速度 V 等于拉格朗日平均速度 V_0 和速度起伏 V' 之和, 即

* 国家科委 863 高科技项目。

$$V = V_0 + V' \quad (4)$$

在对流湍流池中, 假定 V_0 等于有组织的对流环流的平均速度 U_{or} , 而 V' 和对流环流的速度起伏 U' 之间的关系尚不清楚, (3) 式可改写为

$$D_T(\rho, \xi) = D(\rho - U_{or}\xi - \int_0^\xi V' dt) \quad (5)$$

对 D_T , 迁移速度的起伏表现为空间两点距离的起伏, 即空间位置的扩散, 其方差为

$$\sigma^2 = \iint_0^\xi V'(t_1) V'(t_2) dt_1 dt_2 \quad (6)$$

这即 Batchelor 关于流体质点三维扩散宽度的积分^[5], 若起伏速度各分量的互相关很小, 则

$$\sigma_i^2 = \begin{cases} \langle V_i'^2 \rangle \xi^2, & (\xi \text{ 很短}) \\ 2 \langle V_i'^2 \rangle [\Gamma_{i,i}] \xi, & (\xi \text{ 很长}) \end{cases} \quad (7)$$

式中, $[\Gamma_{i,i}]$ 表示三维拉格朗日积分时间尺度, 对于各向同性湍流

$$[\Gamma_{i,i}] = \Gamma_L \quad (8)$$

把拉格朗日积分时间尺度 Γ_L 当作扩散时间长短的量度, 记作 R_τ , 并假定 $\langle V_i'^2 \rangle = \langle U_i'^2 \rangle$, 则(7)式变为

$$\sigma_i^2 = \begin{cases} \langle U_i'^2 \rangle \xi^2, & \xi < R_\tau \\ 2K_i \xi, & \xi > R_\tau \end{cases} \quad (9)$$

扩散系数 $K_i = K_n = \langle U_i'^2 \rangle \Gamma_L$ 。进一步假定 U_i' 服从正态分布, 则实测空间结构函数 $D_m(\rho, \xi)$ 应为

$$D_m(\rho, \xi) = \iiint \frac{D(\rho - U_{or}\xi - y_i)}{(2\pi)^{3/2} (\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3)} \exp(-\sum_i \frac{y_i^2}{2\sigma_i^2}) dy_1 dy_2 dy_3 \quad (10)$$

作变换: $y_i = x_i + \rho_i - U_{or}\xi$, 则

$$D_m(\rho, \xi) = \iiint \frac{D(x_i)}{(2\pi)^{3/2} (\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3)} \exp[-\sum_i \frac{(x_i + \rho_i - U_{or}\xi)^2}{2\sigma_i^2}] dx_1 dx_2 dx_3 \quad (11)$$

(11) 式为扩散方程, 由于湍流的时间演变(速度起伏), 两点间的标量相关将随时间扩散。

2 光强起伏的时间、空间结构

和温度起伏相似, 根据上述的分析, 光强起伏的空间、时间相关^[6]可改写成

$$B_A(\rho, \xi) = 4\pi^2 k^2 \int_0^\infty \Phi_n(\kappa) \kappa d\kappa \int_0^L \{ \kappa[\rho - U_0(z)\xi] \} \sin^2[\frac{\kappa^2(L-z)}{2k}] \exp[-\kappa^2 f(\xi)] dz \quad (12)$$

其中

$$f(\xi) = \begin{cases} \langle U'^2 \rangle \xi^2, & \xi < R_\tau \\ 2K_n \xi, & \xi > R_\tau \end{cases} \quad (13)$$

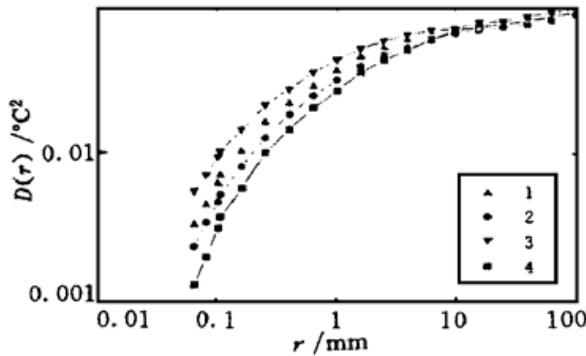
$\Phi_n(\kappa)$ 为折射率功率谱, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为光波波长, $J(\kappa\rho)$ 为贝塞尔函数, z 为距离, L 为光路长度, κ 为湍流空间波数。在对流湍流池中, 除速度起伏对光强时间相关的影响类似于对温度脉动标量场的影响外, 平均速度 $U_0(z)$ 为距离的函数, 并假定沿光路满足

$$\int_0^L U_0(z) dz = 0 \quad (14)$$

由于横向可能出现对流环流, 故这一条件实际上不能严格满足。

3 数值模拟与实验结果

图 1 给出几组温度起伏的时间结构函数的数值计算结果。其中曲线 1 为 $U_0 = 9 \text{ mm/s}$,



$U' = 4 \text{ mm/s}$; 曲线 2 为 $U_0 = 9 \text{ mm/s}$, $U' = 0$; 曲线 3 为 $U_0 = 0$, $U' = 10 \text{ mm/s}$; 曲线 4 为 $U_0 = 0$, $U' = 4 \text{ mm/s}$ 。时间尺度 $R_\tau = 1 \text{ s}$, 曲线 2 由于 $U' = 0$ 相当于空间结构函数, 由实测曲线拟合得到。曲线 3 和 4 为平均速度等于零的情况。分析结果表明: 这种扩散作用随尺度减小而增大, 使斜率变均匀, 因而将减小内尺度, 对大尺度的扩散作用减弱。空间和时间结构函数差别较小。因此, 湍流速度起伏将改变时间结构函数或频谱的形状。

Fig. 1 Temporal structure function of temperature fluctuations calculated using equation (11)

图 2 给出了对流湍流池温度起伏的空间结构函数 $D(\rho)$ 和温度起伏的时间结构函数 $D(\xi)$ 的实测结果。在高频小尺度端 $D(\xi)$ 略大于 $D(\rho)$, 速度起伏的扩散作用不很清楚; 低频端 $D(\xi)$ 反比 $D(\rho)$ 小, 这可能与湍流的各向异性有关, ρ 在水平方向上, U_0 在垂直方向。在水平方向的 $D(\rho)$ 比流线方向的 $D(\rho)$ 大。测量的结果和 Bissonette^[11] 测量的时间谱作比较发现, 在文献[11]中的时间谱中 $-5/3$ 幂的区域比空间结构函数的 $2/3$ 幂的区域要宽得多。将谱换算成结构函数并移动时间坐标发现, 由于速度起伏的扩散作用使 $D(\xi)$ 在高频端抬高, 同样可能由于各向异性的原因使 $D(\xi)$ 在低频端抬高。

在存在平均速度的情况下, 把速度起伏引入迁移速度, 即将(4)式改写成

$$V = U_0 + U' \tag{15}$$

假定 U' 服从正态分布, 实测的两点相关函数同样可以表示为两点距离的函数, 并对速度求平均, 写成功率谱的形式, 进一步简化可得到 Lumly 的展开式。还可以证明: 当功率谱处于惯性区域或是其它的幂函数时, 速度起伏不改变频谱的形式^[7], 因而有可能将(11)式简化。

图 3 给出了光强起伏的空间、时间相关测量和计算结果。由于假定条件(14)式成立, 因此数值计算(12)式时, $B_A(\xi)$ 不易出现负值。此外速度起伏的作用使 $B_A(\xi)$ 下降变快, 相当于

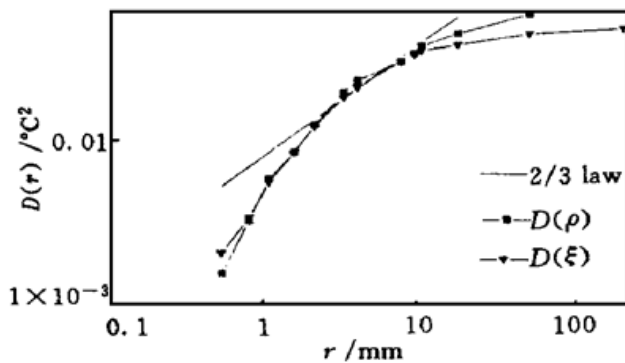


Fig. 2 Temporal spatial structure functions of temperature fluctuations

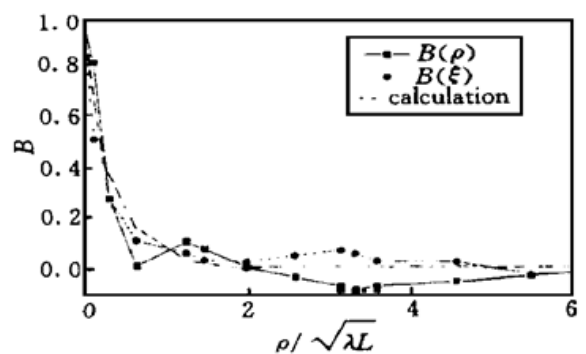


Fig. 3 Spatial and temporal correlation of irradiance scintillation

内尺度减小。计算时使用的折射率谱为

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033C_n^2 \exp[-a(\kappa\eta)^2]/(1+b\kappa^2)^{11/6} \tag{16}$$

其中, C_n^2 为折射率结构常数, a 、 b 为与湍流强度有关的函数, η 为内尺度。计算 $B_A(\xi)$ 时, U_0

$= \pm 4 \text{ mm/s}$ 为一方脉冲, 其宽度选取 1 m , $U' = \pm 4 \text{ mm/s}$ 。计算的结果如图 3 所示, 由于速度起伏 U' 对相关的扩散作用, 使得 $B_A(\xi)$ 远比 $B(\rho)$ 下降得快。

结 论 针对自适应光学波前补偿实验的对流湍流池中平均速度很小或为零的情况, 研究了对流湍流的空间结构和时间结构之间的关系, 分析了折射率和光强起伏的空间、时间特征, 建立了平均速度很小或等于零时的相关函数, 讨论了速度起伏对相关的扩散作用。数值分析和实测的结果表明: 对流湍流池中折射率和光强的空间、时间相关之间没有太大的差别。速度起伏对相关的扩散作用, 不仅使时间相关减小, 而且也使频谱的内尺度减小。

在实际大气的光传输问题中, 当风向和光路垂直的情况下, 本文所述的原理完全适用, 有关这方面的工作将另文讨论。

参 考 文 献

- [1] Bissonnette L R. Atmospheric scintillation of optical and infrared waves: A laboratory simulation. *Appl. Opt.*, 1977, **16**(8) : 2242~ 2251
- [2] Elliot R A, Kerr J R, Pincus P A. Optical propagation in laboratory-generated turbulence. *Appl. Opt.*, 1979, **18**(19) : 3325~ 3323
- [3] 周秀骥, 陶善昌, 姚克亚编著. 高等大气物理学, 北京: 气象出版社, 1991, 211~ 216
- [4] Lumley J L, Panofsky H A. *The Structure Atmospheric Turbulence*. Wiley: New York, 1964. 56~ 58
- [5] Hinze J O. *Turbulence*, New York: McGraw-Hill Book Corp. 1975. 399~ 401
- [6] Tatarski V. 湍流大气中波的传播理论(中译本), 温景嵩, 宋正方等译. 北京: 科学出版社, 1978, 18~ 24, 46~ 50
- [7] Wyngaard J C, Clifford S F. Taylor's hypothesis and high-frequency turbulence spectra. *J. of the Atmospheric Science*, 1977, **34**(6) : 922~ 929

Analysis of Spatial and Temporal Structure of Optical Turbulence in the Convective Turbulent Tank

Zeng Zongyong Zhang Jun Weng Ningquan
(Anhui Institute of Optics & Fine Mechanics, Hefei 230031)
(Received 6 April 1998; revised 9 October 1998)

Abstract The spatial and temporal correlations of refraction index and irradiance scintillation in the convective turbulent tank for adaptive optics wavefront compensative experiments are analyzed. The correlation functions are developed when the average velocity $U_0 \sim 0$ or $U_0 = 0$. The diffusion due to turbulent evolution increased is discussed in detail when velocity fluctuations V' enlarging. The numerical calculation and experimental results show that temporal correlation decreases more rapidly and inner scale of frequency spectrum gets smaller due to turbulent evolution.

Key words convective turbulence, temporal correlation, spatial correlation.