

外加交变电场对光折变基频空间电荷场瞬态特性的影响*

周忠祥 冯玉文 姜永远 孙秀冬 许克彬
(哈尔滨工业大学应用物理系, 哈尔滨 150001)

摘 要 利用“跳跃模型”讨论外加交变电场(包括正弦和方波电场)对光折变基频空间电荷场建立的影响,给出了空间电荷场基频分量随时间、外加交流电场振幅频率等变化的通解表达式。发现基频空间电荷场虚部和实部的振荡频率分别是外加交流电场振荡频率的两倍和一倍。当外加交变电场频率较大时光折变光栅是相移型的。这和基于“带导模型”给出的数值结果相符。

关键词 光折变, 外加交变电场, 空间电荷场。

1 引 言

随着光折变效应研究的不断深入,人们发现不同的光折变材料其性能有很大差别,为了达到特定的目的,通常采用不同的技术,如运动干涉条纹非静态记录、外加交变电场技术等来提高光折变非线性响应。

1985年, Stepanov 和 Petrov^[1]研究了外加交流电场时光折变材料中的非稳态全息记录,并利用 BTO 晶体测量了不同外加电场下指数增益系数与光栅波矢之间的关系。1987年和1988年, Kumar 等^[2]和 Gan^[3]分别在 GaAs 和 BSO 晶体中应用交变电场来增大二波耦合增益。1990年, Saynao 和 Yariv^[4]利用外加直流电场在 Cr·SBN 晶体中获得的指数增益系数是外加电场为零时的两倍。1992年, Ziari 等^[5]利用半导体材料掺钒碲化镉晶体在入射波长 1.3 ~ 1.5 μm 时,施加交变电场获得指数增益为 10 cm^{-1} 。Brost^[6]利用有限差分技术讨论了外加交变电场时非稳态记录条件下光折变光栅的形成,给出的数值结果预言了大调制度时空电荷场的振幅、空间分布及瞬态行为。另外, Saxena 和 Chang^[7]从 Kukhtarev 模型出发给出了任意场强和运动干涉条纹时前三阶空间电荷场的解析表达式,当外加电场远远大于稳态场时,各阶分量的表达式变为 Vachss 和 Hesselink 给出的结果^[8]。Miller 等人^[9]讨论了外加交流方波电场对指数增益的影响,发现随着外加电场振幅的增加,指数增益明显提高。1994年, Serrano 等人^[10]用数值计算方法,模拟计算了大调制度下施加外加电场时光折变非线性响应的记录和擦除动力学特性。Grunnet-Jepsep 等人^[11]分别给出了外加正弦及方波电场时,基频空间电荷场的数值解和近似解析表达式,讨论了空间电荷场振幅的瞬态变化行为对外加电场

* 黑龙江省自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1998-03-25; 收到修改稿日期: 1998-10-12

频率及入射夹角的依赖关系。1995 年, Raymond De Vre 等人^[12]从理论和实验上讨论了外加电场对光折变全息记录和读出的影响, 发现外加电场的存在使振幅和相位耦合增强, 并使布拉格衍射失谐。我们曾利用“跳跃模型”^[13]讨论了大调制度下纯扩散场和外加直流电场时光折变非线性响应特性^[14, 15]。

本文利用“跳跃模型”讨论外加交变电场对基频空间电荷场建立的影响。

2 外加电场时的光折变非线性响应理论

入射相干光在材料中产生的一维正弦干涉图案可以表示为:

$$I_n(z_n) = I_0 \left[1 + \frac{m}{2} \exp(iKz_n) + \frac{m}{2} \exp(-iKz_n) \right] \quad (1)$$

其中, $I_0 = I_p + I_s$ 为入射总光强, I_p 和 I_s 分别为入射的抽运光强和信号光强, $m = 2\sqrt{I_p I_s / I_0}$ 为干涉条纹调制度, K 为光栅波矢。由跳跃模型给出的描述电荷波振幅基频分量的微分方程为^[13]:

$$\frac{d\omega_1}{dt} = -\Gamma \left[\left(\omega_1 + m + \frac{m\omega_2}{2} \right) (a^2 + ia f) + \omega_1 \right] \quad (2)$$

其中 $\omega_1 = W_1/W_0$ 是归一化的电荷波振幅基频分量, $k_0 = \sqrt{N W_0 q^2 / \epsilon k_B T}$ 表示特征波矢, 其倒数为屏蔽长度; $\Gamma = D I_0 k_0^2 l^2$ 为特征激发速率; $a = K/k_0$ 是用特征波矢 k_0 归一化的光栅波矢; $f = (\Phi_n - \Phi_{n-1,0})/l f_0$ 为用特征场 $f_0 = k_0 k_B T / q$ 归一化的均匀电场。 Φ_n 为准静电势, 包括晶体内部迁移电荷产生的势、外场势和化学势, q 为电荷, k_B 为波尔兹曼常数。 l 为陷阱位之间的等间距。

(2) 式的一般解的积分表达式为:

$$\omega_1 = \exp \left[- \int (1 + a^2 + ia f) dt \right] \left\{ - \int \Gamma m (a^2 + ia f) \exp \left[\int (1 + a^2 + ia f) dt \right] + B_1 \right\} \quad (3)$$

其中, B_1 为积分常数, 由初始条件确定。

通过适当选择积分常数, 对任意形式的外加电场均可以由(3)式计算出归一化的电荷波振幅。根据泊松方程, 空间电荷场基频分量 E_1 和电荷波振幅 W_1 满足关系

$$E_1 = - \frac{qN}{i\epsilon K} W_1, \quad (4)$$

(4) 式可以改写为

$$e_1 = i\omega_1 \quad (4')$$

由(3)式给出空间电荷场基频分量的积分表达式:

$$e_1 = i \exp \left\{ - \int [1 + e_D + ie_0(t)] dt \right\} \left\{ - \int \Gamma m [e_D + ie_0(t)] \exp \left[\int f(t') dt' \right] + B_1 \right\} \quad (5)$$

$$f(t') = 1 + e_D + ie_0(t')$$

其中, $e_1 = E_1/E_q$, $e_D = E_D/E_q$, $e_0 = E_0/E_q$ 分别是由饱和场 $E_q = qN W_0 / \epsilon K$ 归一化的空间电荷场、扩散场和外加电场。

3 外加正弦交流电场时的基频空间电荷场瞬态特性

假定外加正弦交流电场的形式如下:

$$E_0 = E_A \cos \omega t \quad (6)$$

其中 E_A 为振幅, $\omega = 2\pi/T_0$ 为外加交流电场频率, T_0 为振荡周期。

把(6)式代入(5)式可得归一化的基频空间电荷场为:

$$e_1(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_l\left(\frac{e_A}{\Omega}\right) J_k\left(\frac{e_A}{\Omega}\right) \exp [i(l-k)\omega t] \left\{ \frac{ime_D}{1+e_D+i\Omega} (1-\exp G) - \frac{me_A}{(1+e_D+i\Omega)^2 + \Omega^2} [(1+e_D+i\Omega)(1-\exp G) \cos \omega t + \Omega \sin \omega t] \right\} \quad (7)$$

$$G = -r(1+e_D)t - i\omega t$$

基频空间电荷场的稳态表达式为

$$e_1(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_l\left(\frac{e_A}{\Omega}\right) J_k\left(\frac{e_A}{\Omega}\right) \exp [i(l-k)t] \left\{ \frac{ime_D}{1+e_D+i\Omega} - \frac{me_A}{(1+e_D+i\Omega)^2 + \Omega^2} [(1+e_D+i\Omega) \cos \omega t + \Omega \sin \omega t] \right\} \quad (8)$$

其中, $J_l\left(\frac{e_A}{\Omega}\right)$ 为贝塞尔函数, $\Omega = \frac{\omega}{\Gamma}$, $e_A = \frac{E_A}{E_q}$ 。

如果外加电场的频率很高或外加电场振幅远远小于饱和场(即 $E_A \ll E_q$, $e_A \ll 1$), 则有 $\frac{e_A}{\Omega} \ll 1$ 。此时贝塞尔函数可以近似表示为:

$$J_0\left(\frac{e_A}{\Omega}\right) = 1, \quad J_1\left(\frac{e_A}{\Omega}\right) = \frac{e_A}{2\Omega} \quad (9)$$

这样由(8)式可以近似地把稳态空间电荷场基频分量的实部和虚部分别表示为:

$$\text{Im}(e_1^{\text{sat}}) = T_0 + T_1 \sin 2\omega t - T_2 \cos 2\omega t \quad (10a)$$

$$\text{Re}(e_1^{\text{sat}}) = -\frac{me_A}{(1+e_D)^2 + \Omega^2} \left(\frac{\Omega}{1+e_D} \sin \omega t + \cos \omega t \right) \quad (10b)$$

其中,

$$T_0 = \frac{me_D}{1+e_D} + \frac{me_A^2(1+2\Omega^2)}{2\Omega^2[(1+e_D)^2 + \Omega^2]}$$

$$T_1 = \frac{me_A^2}{2\Omega} \left[\frac{1}{(1+e_D)^2 + \Omega^2} - \frac{1+e_D}{(1+e_D)^2 + 4\Omega^2} \right]$$

$$T_2 = \frac{me_A^2}{2[(1+e_D)^2 + \Omega^2]} \left[1 + \frac{e_D(1+e_D)}{2\Omega^2} \right] - \frac{me_A^2}{(1+e_D)^2 + 4\Omega^2}$$

从(10a)式和(10b)式可以注意到, 基频空间电荷场的虚部振荡频率是外加交变电场频率的两倍, 而实部的振荡频率与外加电场频率相同, 这一结果与由 Grunet-Jepsen^[11]等人基于“带导模型”给出的数值结果相符。

在图 1 中, 给出了外加交流正弦电场时稳态空间电荷场基频分量的虚部与实部的瞬态变化行为。图中所用参数为 $m = 1$, $\Gamma = 2 \text{ s}^{-1}$, $e_D = 0.1$, $\omega = 2$, $e_A = 0.2$ (实线), $e_A = 0.1$ (虚线)。

从图中可以看出, 空间电荷场基频分量强度及振荡幅度随外加电场振幅的增加而增加, 且其振荡波形是对称的, 与文献[11]中给出的形状不一致, 这是因为数值计算时对贝塞尔函数作了近似计算。

在图 2 中, 示出了基频空间电荷场的虚部随时间建立的动态过程。图中所用参数为 $m = 1$, $\Gamma = 2 \text{ s}^{-1}$, $e_D = 0.1$, $\omega = 2$, (a) $\omega = 2$, $e_A = 0.2$ (实线), $e_A = 0.1$ (虚线); (b), $e_A = 0.2$, $\omega = 2$ (实线), $\omega = 4$ (虚线)。

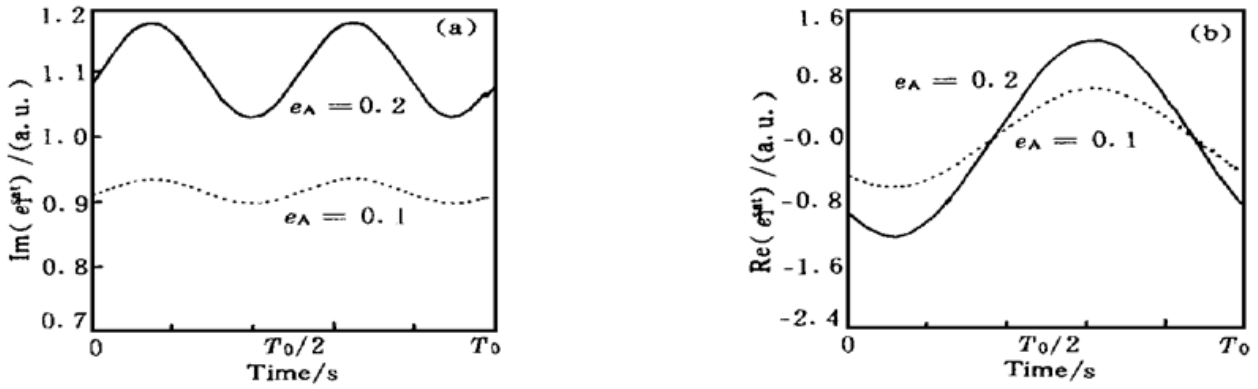


Fig. 1 Temporal variation of the the imaginary and real of the fundamental harmonics of the normalized space-charge field with an applied AC sinusoidal electric field

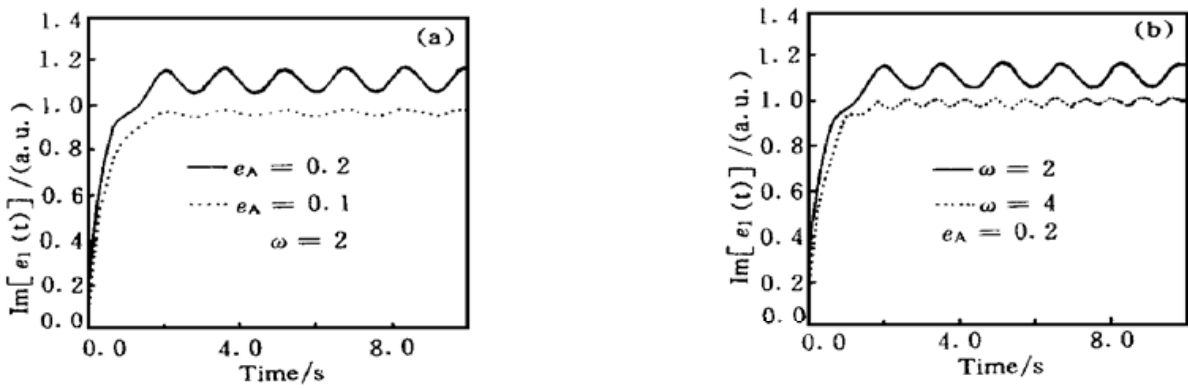


Fig. 2 Transient behaviour of the imaginary part of the fundamental harmonic of the normalized space-charge field with an applied AC electric field

从图中可以发现, 基频空间电荷场分量振荡的振幅随外加电场振幅增加而增加, 另一方面, 基频分量振荡的幅度随外加电场的频率增加而减小, 这也和 Gumet-Jepsen 给出的结果一致。

4 外加方波电场对基频空间电荷场瞬态特性的影响

方波电场的形式为:

$$E_0 = \begin{cases} E_A, & mT_0 \leq t < mT_0 + \frac{T_0}{2} \\ -E_A, & mT_0 + \frac{T_0}{2} \leq t < (m+1)T_0 \end{cases} \quad (11)$$

其中 E_A 为振幅, T_0 为振荡周期。

把(11)式可以改写成

$$E_0 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4E_A}{(2k+1)\pi} \sin(2k+1)\omega t \quad (11')$$

其中 $\omega = 2\pi/T_0$ 是外加交流方波电场的频率。

从(11')式可以看出, 交流方波电场可以等效于多个交流正弦电场的叠加。把(11')式代入(5)式中可得到归一化的基频空间电荷场为:

$$e_1 = i \sum_{p, q, m, n} i^{p+q} (-i)^{m+n} J_p \left(\frac{4e_\Lambda}{\Omega\pi} \right) J_q \left(\frac{4e_\Lambda}{9\Omega\pi} \right) J_m \left(\frac{4e_\Lambda}{\Omega\pi} \right) J_n \left(\frac{4e_\Lambda}{9\Omega\pi} \right) \times \left. \begin{aligned} & \exp [i(p + 3q + m + 3n)\omega t] \left\{ \frac{me_D [1 - \exp H(t)]}{R} + \sum_k \frac{i4me_\Lambda}{(2k+1)\pi} \times \right. \\ & \left. \left[\frac{R \sin(2k+1)\omega t - \Omega(2k+1) \cos(2k+1)\omega t}{R^2 + (2k+1)^2\Omega^2} - [(2k+1)\Omega \exp H(t)] \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$H(t) = -\Gamma t(1 + e_D) - i(m + 3n)\omega t$$

$$R = 1 + e_D + i(m + 3n)\Omega$$

其中 $\Omega = \omega/\Gamma$ 。

当记录达到饱和时, 得到稳态基频空间电荷场表达式为

$$e_1^{\text{sat}} = i \sum_{p, q, m, n} i^{p+q} (-i)^{m+n} J_p \left(\frac{4e_\Lambda}{\Omega\pi} \right) J_q \left(\frac{4e_\Lambda}{9\Omega\pi} \right) J_m \left(\frac{4e_\Lambda}{\Omega\pi} \right) J_n \left(\frac{4e_\Lambda}{9\Omega\pi} \right) \times \left. \begin{aligned} & \exp [i(p + 3q + m + 3n)\omega t] \left\{ \frac{me_D}{R} + \right. \\ & \left. \sum_k \frac{i4me_\Lambda}{(2k+1)\pi} \left[\frac{R \sin(2k+1)\omega t - \Omega(2k+1) \cos(2k+1)\omega t}{R^2 + (2k+1)^2\Omega^2} \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

如果外加电场的频率很高或外加电场振幅远远小于饱和场(即 $E_\Lambda \ll E_q$, $e_\Lambda \ll 1$), 有 $e_\Lambda/\Omega \ll 1$ 。此时贝塞尔函数可以近似到一阶。

$$J_0 \left(\frac{4e_\Lambda}{\Omega\pi} \right) = 1, \quad J_1 \left(\frac{4e_\Lambda}{\Omega\pi} \right) = \frac{2e_\Lambda}{\Omega\pi} \quad (14)$$

利用(14)式, 并取 $k=0$, $k=1$, 由(13)式同样可以把外加交流方波电场时空间电荷场基频分量的实部和虚部近似地表示为:

$$\text{Im}(e_1^{\text{sat}}) = T'_0 + T'_1 \sin 2\omega t + T'_2 \cos 2\omega t \quad (15a)$$

$$\text{Re}(e_1^{\text{sat}}) = \frac{2me_\Lambda}{\pi[(1 + e_D)^2 + \Omega^2]} \left(\frac{\Omega}{1 + e_D} \cos \omega t - \sin \omega t \right) \quad (15b)$$

其中,

$$T'_0 = \frac{me_D}{1 + e_D} + \frac{2me_\Lambda^2 e_D(1 + e_D) + \Omega^2}{(\pi\Omega)^2 (1 + e_D)^2 + \Omega^2}$$

$$T'_1 = \frac{2me_\Lambda^2}{\pi^2\Omega} \left[\frac{1 + e_D}{(1 + e_D)^2 + 4\Omega^2} - \frac{1}{(1 - e_D)^2 + \Omega^2} \right]$$

$$T'_2 = \frac{2me_\Lambda^2}{\pi^2[(1 + e_D)^2 + \Omega^2]} \left[1 + \frac{e_D(1 + e_D)}{\Omega^2} \right] - \frac{4me_\Lambda^2}{\pi^2[(1 + e_D)^2 + 4\Omega^2]}$$

从(15a)式和(15b)两式, 可以注意到, 基频空间电荷场的虚部振荡频率是外加交变电场频率的两倍, 而实部的振荡频率与外加电场频率相同, 这一结果也与由 Grunet-Jepsen 等人^[11]基于“带导模型”给出的数值结果相符。

在图3中, 示出了外加交流方波电场时, 稳态空间电荷场基频分量的虚部(15a)与实部(15b)的瞬态变化行为。图中所用参数为 $m=1$, $\Gamma=2\text{ s}^{-1}$, $e_D=0.1$, $\omega=2$, $e_\Lambda=0.2$ (实线), $e_\Lambda=0.1$ (虚线)。

从图3(a)中可以看出, 空间电荷场基频分量振荡幅度随外加电场振幅的增加而增加。且其振荡波形是对称的, 但空间电荷场基频分量虚部的大小并不随外加交流方波电场振幅的增加而显著增加。从(10)式和(15)式中 T_0 及 T'_0 的表达式中发现外加交变电场可以明显增强光折变材料的非线性响应, 若外加电场的频率很高, 则从(10b)式和(15b)式可发现此时空间电荷场的实部趋于零, 即此时形成的光折变光栅可以是纯相移型的。这与由“带导模型”得出的结论^[16]相一致。

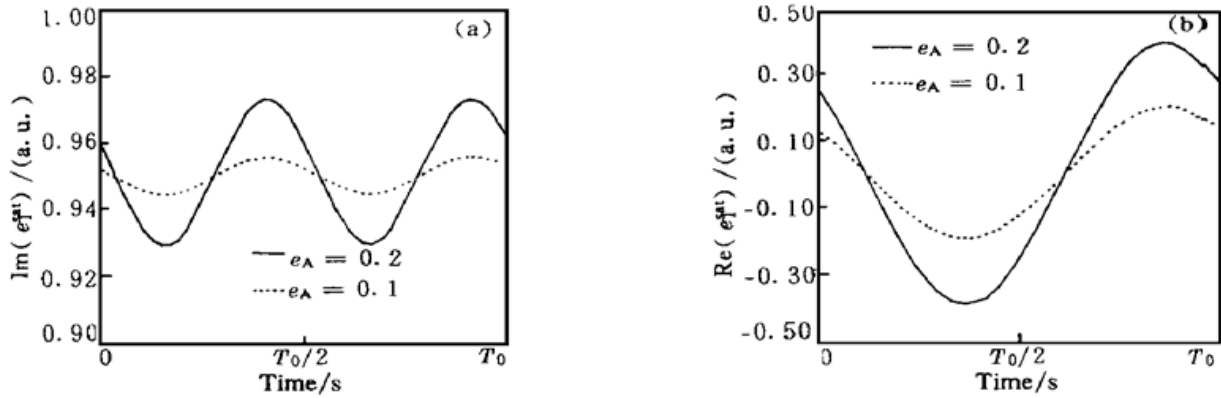


Fig. 3 Temporal variation of the real and the imaginary of the fundamental harmonics of the normalized space-charge field with an applied AC square wave electric field

上面利用“跳跃模型”讨论问题时, 假定 $Kl \ll 1$, 这相当于干涉条纹间隔远远大于陷阱之间的间距, 即陷阱位密度较大, 可以认为光发电荷一旦被激发出来, 就被邻近陷阱位俘获, 在这种情况下, 可以认为跳跃只发生在最近邻, 这相当于处理“带导模型”时假定发电荷在导带上的寿命 τ_R 很短, 从而扩散长度 $L_D = \sqrt{D'\tau_R}$ 和漂移长度 $L_E = \mu\tau_R E_0$ 也很短。因此本文所得结果适用于处理光折变材料陷阱位密度较大的情况。

结 论 1) 外加交变电场可以明显增强光折变材料的非线性响应, 若外加电场的频率很高, 则从(10b)式和(15b)式可发现此时空间电荷场的实部趋于零。即此时形成的光折变光栅可以是纯相移型的。这与由“带导模型”得出的结论相一致。

2) 基于“跳跃模型”给出了基频空间电荷场的虚部和实部, 其振荡频率分别是外加电场振荡频率的两倍和一倍, 这和 Grunet-Jepsen 等人基于“带导模型”给出的数值结果相符。

3) 空间电荷场基频分量强度及振荡幅度随外加电场振幅的增加而增加。且其振荡波形是对称的, 与文献[11]中给出的形状不一致。这是因为数值计算时对贝塞尔函数作了近似计算。

参 考 文 献

- [1] Stepanov S I, Petrov M P. Efficient unstationary holographic recording in photorefractive crystals under an external alternating electric field. *Opt. Comm.*, 1985, **53**(5): 292~ 295
- [2] Kumar J, Albanese G, Steier W H *et al.*. Enhanced two-beam mixing gain in photorefractive GaAs using alternating electric fields. *Opt. Lett.*, 1987, **12**(2): 120~ 122
- [3] Gan Xu, Ye Shonian, Sun Yinggan. Alternating electric field enhancement of two-wave mixing gain in photorefractive BSO. *Opt. Comm.*, 1988, **66**(2): 155~ 160
- [4] Sayano K, Yariv A. Enhanced photorefractive gain in Cr-doped Strontium Barium niobate with an external dc electric field. *J. Appl. Phys.*, 1990, **67**(3): 1594~ 1586
- [5] Ziari M, Steier W H, Ranon P M *et al.*. Enhancement of the photorefractive gain at 1.3~ 1.5 μm in CdTe using alternating electric field. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1992, **9**(8): 1461~ 1466
- [6] Brost G A. Photorefractive grating formations at large modulation with alternating electric fields. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1992, **9**(8): 1454~ 1460
- [7] Saxena R, Yang T. Perturbative analysis of higher-order photorefractive grating. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1992, **9**(8): 1467~ 1472
- [8] Vachss F, Hesslink L. Nonlinear photorefractive response at high modulation depths. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1988, **5**(5): 690~ 701

- [9] Millerd J E, Garmire E M, Klein M B *et al.*. Photorefractive response at high modulation depths in Bi₁₂TiO₂₀. *J. Opt. Soc. Am.*, 1992, **9**(8) : 1449~ 1453
- [10] Serrano E, Lopez V, Carrascsa M *et al.*. Recording and erasure kinetics in photorefractive materials at large modulation depths. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1994, **11**(4) : 670~ 675
- [11] Grunnet-Jeganatha A, Kwak C H, Richter I *et al.*. Fundamental space-charge fields for applied alternating electric fields in photorefractive materials. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1994, **11**(1) : 124~ 131
- [12] De Vre R, Jeganatha M, Wilde J P *et al.*. Effect of Applied electric field on the writing and the readout of photorefractive gratings. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1995, **12**(4) : 600~ 614
- [13] Feinberg J, Heiman D, Tanguay A R, Jr. *et al.*. Photorefractive effects and light-induced charge migration in barium titanate. *J. Appl. Phys.*, 1980, **51**(3) : 1297~ 1305
- [14] Zhou Zhongxiang, Sun Xiudong, Li Yan *et al.*. Kinetics of the higher-order response of photorefractive materials. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1996, **13**(11) : 2580~ 2586
- [15] 周忠祥, 姜永远, 孙秀冬等. 外加电场对光折变高阶响应的影响. *光学学报*, 1997, **17**(6) : 710~ 716
- [16] 刘思敏, 郭 儒, 凌振芳. *光折变非线性光学*, 北京: 中国标准出版社, 1992. 35~ 38

Effect of External Applied Alternating Field on the Transient Behaviour of Fundamental Harmonic of Photorefractive Space-Charge Field

Zhou Zhongxiang Feng Yuwen Jiang Yongyuan

Sun Xiudong Xu Kebin

(*Department of Applied Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001*)

(Received 25 March 1998; revised 12 October 1998)

Abstract The “hopping” model is used to analyze the transient behaviours of fundamental harmonic of the space-charge field with external AC field. Exact and approximate dynamic analytical solutions are presented in the presence of sinusoidal AC field and square-wave field. For the applied AC field, it is found that the real part of the fundamental space-charge field varies at the same frequency as that the applied field does, the imaginary part oscillates at twice the frequency. The photorefractive grating is phase-shift for high frequency of external applied alternating field. These results are in agreement with those derived from the band-transport model.

Key words photorefractive, applied alternating field, space-charge field.