

不同原子的选择电离和测量产生腔场压缩的比较*

宋克慧

(怀化师范高等专科学校物理系, 怀化 418008)

摘 要 研究了一个慢的二能级里德伯原子和一个快的三能级里德伯原子与腔场发生相互作用后腔场的压缩性质。结果表明, 对快原子进行选择电离和测量, 腔场不存在压缩; 而对慢原子进行选择电离和测量, 腔场存在压缩, 最大压缩处压缩参量可达 25%。

关键词 里德伯原子, 原子选择电离和测量, 压缩性质。

1 引 言

近来, 对原子的选择性测量的方法被广泛应用于量子态工程, Guo 等人^[1-3]利用这种方法制备了薛定谔猫态和原子纠缠态。最近人们把这种方法应用于 Jaynes-Cummings 模型中^[4], 对腔场进行操纵和增强腔场的压缩效应。早期利用 J-C 模得到的光场压缩^[5, 6], 其压缩的强弱主要取决于初始光场的情况, 即使得到较强的压缩也是由于初始光子数为较大时而得到的。本文提供原子与光场相互作用的另一种描述, 通过对不同原子的选择性电离和测量, 研究了光场的压缩性质, 通过比较发现, 对不同原子进行选择电离和测量, 腔场可以得到压缩, 也可以完全无压缩。

2 原子-腔场相互作用的描述及其时间演化

考虑一个频率为 ω 的高 Q 微波腔, 把一个跃迁频率为 ω_g 的慢的二能级里德伯原子注入微波腔, 随后把一个快的三能级里德伯原子沿不同方向也注入微波腔, 两个原子的能级如图 1 所示。

设慢原子与腔模是共振的, 即 $\omega_g = \omega$, ω 是腔模的频率。快原子的两个低能态 $|e\rangle_T$ 和 $|g\rangle_T$ 之间的跃迁是远离共振的, 而它的两个上能态 $|i\rangle_T$ 和 $|e\rangle_T$ 之间的跃迁频率与腔模是近共振的, 失谐量为 δ , 即 $\delta = \omega - (\omega - \omega)$, 设它与腔场的耦合常数为 λ , 取 $\lambda < \delta < \omega$, 这样, 快原子与腔场只发生弱的相互作用, 其作用结果只是对慢原子的拉比振荡产生一个微扰。由

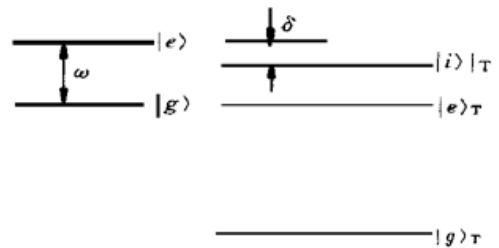


Fig. 1 Two-level and three-level Rydberg atoms energy-level configuration

* 湖南省教委青年骨干教师基金和国内访问学者基金资助课题。

它们构成的系统在相互作用图像中的有效哈密顿量^[7]为

$$H_{\text{eff}} = \hbar f (a |e\rangle \langle g| + a^\dagger |g\rangle \langle e|) + \hbar \lambda (a |i\rangle_{\text{T}} \langle i| + a^\dagger |e\rangle_{\text{T}} \langle i|), \quad (1)$$

这里 f 为慢原子与腔模的耦合常数, a 和 a^\dagger 为腔场的湮灭和产生算符。

为了求得快原子以 $|e\rangle_{\text{T}}$ 和 $|g\rangle_{\text{T}}$ 的相干叠加态进入腔场的整个系统的时间演化规律, 采取如下的步骤。

首先, 假设快原子处于基态 $|g\rangle_{\text{T}}$, 慢原子处于激发态 $|e\rangle_1$, 腔场处于真空态 $|0\rangle$, 这时快原子与腔场不发生相互作用, 而且也不干扰慢原子与腔场的相互作用。当快原子离开腔场时, 整个系统的态矢为

$$|\Psi(\tau)\rangle = |x(\tau)\rangle |g\rangle_{\text{T}}, \quad (2)$$

其中

$$|x(\tau)\rangle = \cos(f\tau) |e\rangle_1 |0\rangle - i \sin(g\tau) |g\rangle_1 |1\rangle, \quad (3)$$

这里 τ 是慢原子与腔场的相互作用时间。

其次, 假设快原子进入腔场时处于态 $|e\rangle_{\text{T}}$, 而慢原子处于 $|e\rangle_1$, 腔场处于真空态 $|0\rangle$ 。此时慢原子与腔场发生共振相互作用, 快原子由于它处于态 $|e\rangle_{\text{T}}$, 但它的两个上能级与腔场有一小失谐量, 因此它只对慢原子和腔场的相互作用产生微扰^[7], 慢原子与腔场相互作用的结果用(3)式表示。对于(3)式的第一项, 由于光场处于真空态 $|0\rangle$, 因此其作用的结果为 $\cos(f\tau) |e\rangle_1 |e\rangle_{\text{T}} |0\rangle$; 但对于第二项, 光场处于有一个光子的态 $|1\rangle$, 采用微扰论的方法, 取一级微扰可求得(3)式的第二项为

$$- i \sin(f\tau) |g\rangle_1 (|e\rangle_{\text{T}} |1\rangle - i \lambda \tau' |i\rangle_{\text{T}} |0\rangle), \quad (4)$$

其中 τ' 为快原子与腔场的作用时间。当快原子离开腔场时, 整个系统的态为

$$|\Psi(\tau)\rangle = [\cos(f\tau) |e\rangle_1 |0\rangle - i \sin(f\tau) |g\rangle_1 |1\rangle] |e\rangle_{\text{T}} - \lambda \tau' \sin(f\tau) |g\rangle_1 |0\rangle |i\rangle_{\text{T}}, \quad (5)$$

最后, 假设快原子进入腔场时处于 $|g\rangle_{\text{T}}$ 和 $|e\rangle_{\text{T}}$ 的相干叠加态:

$$|\Psi(0)\rangle = \cos \alpha_1 |e\rangle_{\text{T}} - i \sin \alpha_1 |g\rangle_{\text{T}}, \quad (6)$$

其中 α_1 是产生这种叠加态的经典场的拉比角的 $1/2$ 。此时系统的初态为

$$|\Psi(t=0)\rangle = (\cos \alpha_1 |e\rangle_{\text{T}} - i \sin \alpha_1 |g\rangle_{\text{T}}) \otimes |e\rangle_1 \otimes |0\rangle, \quad (7)$$

根据(2)式和(5)式, 可以得出当快原子离开腔场时整个系统的态矢为

$$|\Psi(\tau)\rangle = \cos \alpha_1 [\cos(f\tau) |e\rangle_1 |0\rangle - i \sin(f\tau) |g\rangle_1 |1\rangle] |e\rangle_{\text{T}} - i \sin \alpha_1 [\cos(f\tau) |e\rangle_1 |0\rangle - i \sin(f\tau) |g\rangle_1 |1\rangle] |g\rangle_{\text{T}} - \lambda \tau' \sin(f\tau) |g\rangle_1 |0\rangle |i\rangle_{\text{T}} \quad (8)$$

3 不同原子的选择电离和测量所产生的腔场压缩的比较

1) 为了描述腔场的压缩特性, 引入如下两个正交算符:

$$X_1 = \frac{1}{2}(a + a^\dagger), \quad X_2 = \frac{1}{2i}(a - a^\dagger). \quad (9)$$

X_1 和 X_2 满足如下的对易关系:

$$[X_1, X_2] = \frac{1}{2} \quad (10)$$

还可以得到如下的测不准关系:

$$\langle (\Delta X_1)^2 \rangle \langle (\Delta X_2)^2 \rangle \geq \frac{1}{16} \quad (11)$$

光场的压缩被定义为, 当 $\langle (\Delta X_k)^2 \rangle < \frac{1}{4}$, $k = 1$ 或 2 , 就说其某一分量存在压缩, 压缩的强弱由参量 q_k 描述, q_k 满足如下关系:

$$q_k = \frac{\langle (\Delta X_k)^2 \rangle - 1/4}{1/4}, \quad (12)$$

当有压缩存在时, $q_k \in [-1, 0]$ 。

2) 当慢原子与腔场发生共振, 系统的时间演化规律由(3)式描述时, 很容易计算出

$$\langle (\Delta X_1)^2 \rangle = \langle (\Delta X_2)^2 \rangle = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \sin^2(f\tau) > \frac{1}{4}, \quad (13)$$

即此时光场不存在任何压缩。但是当快原子、慢原子一起与腔场发生上面所述的相互作用后, 其系统的态矢由(8)式描述, 当快原子离开腔场后, 探测到快原子处于态 $|e\rangle_T$, 则腔场塌缩到如下的态:

$$|\psi\rangle_T^\tau = N_T^\tau \{ \cos \alpha_1 [\cos(f\tau) |e\rangle_1 |0\rangle - i \sin(f\tau) |g\rangle_1 |1\rangle] \}, \quad (14)$$

同样, 如探测到它处在 $|g\rangle_T$, 则有

$$|\psi\rangle_T^\tau = N_T^\tau \{ -i \sin \alpha_1 [\cos(f\tau) |e\rangle_1 |0\rangle - i \sin(f\tau) |g\rangle_1 |1\rangle] \}, \quad (15)$$

其中 N_T^τ 和 N_T^τ 为归一化因子, 将其归一化后, (14)式和(15)式即为(3)式, 这样很容易知道, 腔场仍不存在压缩。

考虑另一情况, 当快原子从腔场出来以后, 让它经过一个经典场, 这个经典场使它作如下的跃迁^[4, 7]:

$$|e\rangle_T \rightarrow \cos \alpha_2 |e\rangle_T - i \exp(-i\varphi) \sin \alpha_2 |g\rangle_T, \quad (16)$$

$$|g\rangle_T \rightarrow i \exp(i\varphi) \sin \alpha_2 |e\rangle_T - \cos \alpha_2 |g\rangle_T, \quad (17)$$

这里 α_2 是产生这种跃迁的经典场的拉比角的 $1/2$, φ 是经典场的相位因子。同样对快原子进行探测, 可得如下的态:

$$|\psi\rangle_T^\tau = N_T^\tau \{ \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 [\cos(f\tau) |e\rangle_1 |0\rangle - i \sin(f\tau) |g\rangle_1 |1\rangle] + \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \exp(i\varphi) [\cos(f\tau) |e\rangle_1 |0\rangle - i \sin(f\tau) |g\rangle_1 |1\rangle] \}, \quad (18)$$

以及

$$|\psi\rangle_T^\tau = N_T^\tau \{ -i \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \exp(-i\varphi) [\cos(f\tau) |e\rangle_1 |0\rangle - i \sin(f\tau) |g\rangle_1 |1\rangle] + i \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 [\cos(f\tau) |e\rangle_1 |0\rangle - i \sin(f\tau) |g\rangle_1 |1\rangle] \}, \quad (19)$$

对(18)式或(19)式进行计算, 有

$$\langle (\Delta X_1)^2 \rangle = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cos^2(f\tau) \geq \frac{1}{4}, \quad (20)$$

在以上的计算中, 取 $\varphi = 0$ 。这样让快原子进入经典场, 这个经典场使其作(16)式和(17)式所示的电离, 并对其进行测量, 经过这一过程, 腔场仍不存在压缩。可以认为, 腔场不存在压缩是因为快原子对慢原子和腔场的作用仅起到一个微扰作用; 如果对慢原子进行同样的处理, 将会得到完全不同的结果, 下面的计算将说明这个问题。

当腔场处于(14)式或(15)式所表示的态后, 让慢原子经过一个经典场, 使其作如下的跃迁^[4, 7]:

$$|e\rangle_1 \rightarrow \cos \beta |e\rangle_1 - i \exp(-i\gamma) \sin \beta |g\rangle_1, \quad (21)$$

$$|g\rangle_1 \rightarrow i \exp(i\gamma) \sin \beta |e\rangle_1 - \cos \beta |g\rangle_1, \quad (22)$$

这里 β 是使慢原子产生这种跃迁的经典场的拉比角的 $1/2$, γ 是经典场的相位因子。这样可以

得到

$$|\psi\rangle = N \{ \cos \alpha [\cos (f \tau) (\cos \beta |e\rangle_1 - i \exp(-i\gamma) \sin \beta |g\rangle_1) |0\rangle - i \sin (g \tau) (i \exp(i\gamma) \sin \beta |e\rangle_1 - \cos \beta |g\rangle_1) |1\rangle \}, \quad (23)$$

这时若对慢原子进行探测, 若它处于 $|e\rangle_1$ 态, 则腔场将塌缩到如下的态:

$$|\psi\rangle_e = N_e [\cos (f \tau) \cos \beta |0\rangle + \sin (f \tau) \sin \beta \exp(i\gamma) |1\rangle], \quad (24)$$

若探测到它处于 $|g\rangle_1$ 态, 可以得到

$$|\psi\rangle_g = N_g [\sin (f \tau) \cos \beta |1\rangle - \cos (f \tau) \sin \beta \exp(i\gamma) |0\rangle], \quad (25)$$

其中归一化因子 N_e 和 N_g 分别为

$$N_e = [\cos^2(f \tau) \cos^2 \beta + \sin^2(f \tau) \sin^2 \beta]^{-1/2}, \quad (26)$$

以及

$$N_g = [\sin^2(f \tau) \cos^2 \beta + \cos^2(f \tau) \sin^2 \beta]^{-1/2} \quad (27)$$

当腔场塌缩到 $|\psi\rangle_e$ 后, 通过计算得到

$$q^k = \frac{2 \sin^2(f \tau) \sin^2 \beta}{\cos^2(f \tau) \cos^2 \beta + \sin^2(f \tau) \sin^2 \beta} - \frac{\sin^2(2f \tau) \sin^2(2\beta)}{4[\cos^2(f \tau) \cos^2 \beta + \sin^2(f \tau) \sin^2 \beta]^2} \quad (28)$$

在上式的计算中, 取 $\gamma = 0$ 。让与腔场发生共振相互作用的慢原子经过一个经典场, 使其发生如(21)式和(22)式所示的跃迁, 然后对其进行选择性测量, 通过对 q 求极小值可得 $q|_{\min} = -0.25$, 即光场获得了压缩。通过对(25)式进行同样的计算, 亦可发现腔场存在同样程度的压缩。

以上研究表明, 对于慢原子与腔场发生共振相互作用的情况, 不存在通常意义上的任何压缩; 而让快原子从腔中出来以后, 先经过一个经典场, 使其作一跃迁, 再对其进行选择性测量, 这时亦无压缩存在; 但另一种情况则完全不同, 让慢原子经过一个经典场作同样的跃迁, 然后对其进行选择性测量, 腔场得到明显的压缩, 而且最大压缩处压缩参量可达 25%。

结 语 通过对不同原子与腔场发生不同的相互作用的研究表明, 对不同的原子进行原子的选择性测量, 得到腔场的压缩性质完全不同; 并不是对任一原子进行选择性测量, 都可以得到腔场的压缩。之所以会出现这种情况, 本文认为是由于慢原子与腔场发生共振相互作用, 而快原子的两个上能级与腔场有一小的失谐, 因而当对快原子进行适当制备, 使它进入腔场时, 处于它的两个低能态的叠加态, 这时它只能对慢原子与腔场相互作用产生一个微扰, 而微扰的结果并未对腔场的 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的相干叠加态产生影响, 因而, 在本方案中, 尽管对快原子也进行了原子的选择电离和测量, 但无论如何腔场也不存在通常意义上的压缩; 而对慢原子, 由于对它进行了选择电离, 从而改变了腔场的 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的相干叠加态的性质; 另一方面, 又对慢原子进行了选择性测量, 这是对慢原子与腔场相互作用后生成的混合态进行纯化。众所周知, 在非经典态中, 纯态比统计混合态具有更强的非经典性质, 正是由于对慢原子的选择电离和测量, 改变了 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的相干叠加的性质和对混合态进行了纯化, 从而使腔场获得了压缩。另外, 本方案中提及的对原子的操作手段, 目前已在量子态工程中广泛使用, 所以它也是获得腔场压缩的一种行之有效的方法。

作者感谢导师郭光灿教授的悉心指导和与黄燕霞副教授的有益探讨。

参 考 文 献

- [1] Guo G C, Zheng S B. Generation of Schrödinger cat states via the Jaynes-Cummings model with large detuning. *Phys. Lett. (A)*, 1996, **223**(5) : 332~ 336
- [2] Guo G C, Zheng S B. A scheme for preparing Schrödinger cat states with controllable manners. *Chin. Phys. Lett.*, 1997, **14**(6) : 424~ 427
- [3] Zheng S B, Guo G C. Preparation of multiatom GHZ states. *J. Mod. Opt.*, 1997, **44**(5) : 963~ 966
- [4] Gerry C C, Ghosh H. Squeezing enhancement in the Jaynes-Cummings model via selective atomic measurements. *Phys. Lett. (A)*, 1997, **229**(1) : 17~ 22
- [5] Meystre P, Zubairy M S. Squeezed state in the Jaynes-Cummings model. *Phys. Lett. (A)*, 1982, **89**(8) : 390~ 392
- [6] Kuklinski J R, Madajczyk J L. Strong squeezing in the Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1988, **37**(8) : 3175~ 3178
- [7] Zagury N, de Toledo Piza A F R. Large correlation effects of small perturbations by preselection and postselection of states. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **50**(4) : 2908~ 2914

Comparison of Squeezing Properties of a Cavity Field via Selective Different Atomic Ionization and Measurement*

Song Kehui

(Department of Physics, Huaihua Teacher's college, Huaihua 418008)

(Received 25 May 1998; revised 5 October 1998)

Abstract The interaction of a slow two-level Rydberg atom and a fast three-level Rydberg atom with a cavity field is studied. The results show that no squeezing exists for the selective fast atomic ionization and measurement, while for the slow atom, squeezing up to 25% can be obtained.

Key words Rydberg atom, selective atomic ionization and measurement, squeezing properties.

* This work was supported by the Young Core Teacher Foundation and Domestic Visitor Foundation of the Education Committee of Hunan Province.