

# $q$ 变形叠加态及其特性

董传华

(上海大学物理系, 上海 200072)

**摘 要** 利用  $q$ -振子代数提出了一种由  $q$  变形振子的本征态(即  $q$  变形光子数态) 叠加而成的态。给出了这种  $q$  变形叠加态的定义, 研究了它们的量子统计性质。也讨论了这种态的寻常压缩和  $q$  压缩, 并进一步研究了它们的寻常高阶压缩和  $q$  高阶压缩。 $q$  变形振子是一种非线性振子, 通过这些讨论, 推广了通常的叠加态。

**关键词**  $q$  变形, 叠加态,  $q$  压缩。

## 1 引 言

在量子光学中, 描写光场的基本模型是线性谐振子。由此引出的相干态和光子数态也是量子光学中的基本概念, 并常作为基矢来展开其它态。奇偶相干态就是由相干态叠加而成<sup>[1]</sup>。光子数叠加态(简称叠加态)也是由光子数态叠加而成。对于这种叠加态的性质及产生机制已有了不少研究<sup>[2]</sup>。

最近, 变形量子代数引起了人们的注意, 并作了许多研究<sup>[3, 4]</sup>。这种变形量子代数在物理上的一个实现就是  $q$  变形量子振子<sup>[5]</sup>。这是一种非线性振子, 它可以作为量子光学中描写光场的量子模型。这种以  $q$  振子系统描写的光场是通常的以线性振子系统描写的光场的一个推广, 在  $q = 1$  时就回复到普通的线性振子系统描写的光场。与以线性谐振子为模型的光场相平行地考虑, 人们已引入了  $q$  变形格劳贝尔(Glauber)相干态<sup>[6]</sup>及  $q$  变形奇偶相干态<sup>[7]</sup>。很自然地, 人们也可以与通常的叠加态相对应地研究由  $q$  变形振子的本征态( $q$  变形光子数态) 构成的  $q$  变形叠加态, 如果  $q = 1$ , 就回复到普通的叠加态。本文讨论最简单的情况, 即由两个  $q$  变形光子数态叠加而成的态, 研究了它们的量子统计性质和压缩特性, 特别讨论了所谓  $q$  压缩。从讨论中可以看到表示形变大小的  $q$  参数是如何影响  $q$  变形叠加态的这些非经典性质的。如果初始时原子处于基态和激发态的相干叠加, 那么与光场相互作用后就可产生普通的叠加态<sup>[2]</sup>, 这光场也可处于真空态。同样, 这光场如果是  $q$  变形的, 那么与处于这种态的原子作用就可产生  $q$  变形叠加态。

## 2 $q$ 变形振子和 $q$ 变形光子数态

描写  $q$  变形振子的不再是普通玻色代数, 而是  $q$  变形玻色代数。 $q$  变形振子的哈密顿量是

$$H_q = [h\omega(a_q^+ a_q + a_q a_q^+)]/2 \quad (1)$$

这里  $a_q$  和  $a_q^+$  分别为  $q$  变形的湮灭算符和产生算符, 它们不再遵从寻常的玻色算符的对易关

系  $[a, a^+] = 1$ , 而是满足所谓的  $q$  对易关系<sup>[3]</sup>

$$[a_q, a_q^+]_q \equiv a_q a_q^+ - q^{1/2} a_q^+ a_q = q^{-N/2} \quad (2)$$

这对易关系构成了  $q$  玻色代数的基础。其中  $q$  是一个  $c$  数 ( $q$  参数),  $N$  是  $q$  变形光子数算符, 它不再由  $a_q^+ a_q$  定义, 而是由下列对易关系来定义:

$$[N, a_q^+] = a_q^+, \quad [a_q, N] = a_q \quad (3)$$

$N$  的本征态就是  $q$  变形光子数态  $|n\rangle_q$ , 本征值为  $n$

$$N|n\rangle_q = n|n\rangle_q \quad (4)$$

定义记号  $[x]$  为

$$[x] \equiv (q^{x/2} - q^{-x/2}) / (q^{1/2} - q^{-1/2}) \quad (5)$$

其中  $x$  可以是  $c$  数, 也可以是算符 (例如  $N$ )。利用这一记号, 则  $a_q^+ a_q = [N]$ , 有的文献中称它为振子强度<sup>[6]</sup>。于是  $a_q$  与  $a_q^+$  的对易式可以写成

$$[a_q, a_q^+] \equiv a_q a_q^+ - a_q^+ a_q = [N + 1] - [N] \quad (6)$$

可以证明, (6) 式和 (2) 式虽然是形式不同的两种对易式, 但它们是一致的, 也就是说如果 (2) 式成立, 则 (6) 式也成立, 反之亦然。在 (5) 式中用  $q^{-1}$  代替  $q$ , 并不改变 (5) 式, 因此可以令  $0 < q \leq 1$ , 而  $q = 1$  时就回复到无形变时的情况。 $|n\rangle_q$  也是  $[N]$  和  $[N + 1]$  的本征态:

$$[N]|n\rangle_q = [n]|n\rangle_q, \quad [N + 1]|n\rangle_q = [n + 1]|n\rangle_q \quad (7)$$

$a_q^+$  和  $a_q$  对  $|n\rangle_q$  的作用是:

$$a_q^+ |n\rangle_q = \sqrt{[n + 1]} |n + 1\rangle_q, \quad a_q |n\rangle_q = \sqrt{[n]} |n - 1\rangle_q \quad (8)$$

$q$  变形真空态  $|0\rangle_q$  由下式定义

$$a_q |0\rangle_q = 0 \quad (9)$$

于是,  $|n\rangle_q$  可以由  $a_q^+$  对  $|0\rangle_q$  态的激发而产生,

$$|n\rangle_q = ([n]!)^{-1/2} (a_q^+)^n |0\rangle_q \quad (10)$$

其中  $[n]!$  是  $q$  阶乘, 定义为  $[n]! = [n][n - 1] \cdots [1]$ 。 $a_q$  的本征态就是  $q$  变形相干态,  $a_q |\alpha\rangle_q = \alpha |\alpha\rangle_q$ , 它可以用  $|n\rangle_q$  展开,

$$|\alpha\rangle_q = e_q(|\alpha|^2)^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{[n]!}} |n\rangle_q \quad (11)$$

记号  $e_q(x)$  是  $q$  指数, 定义为  $e_q(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n / [n]!$ 。

### 3 $q$ 变形叠加态及量子统计性质

普通的叠加态  $|\Psi_{mn}\rangle$  定义为<sup>[2]</sup>

$$|\Psi_{mn}\rangle = C_m |m\rangle + C_n |n\rangle \quad (12)$$

$C_m$  和  $C_n$  是复参数, 它们之间相位差为  $\phi$ , 设  $C_m = |C_m|$ ,  $C_n = |C_n| \exp(i\phi)$ ,  $|C_m|^2 + |C_n|^2 = 1$ , 令  $n > m$ , 且  $J \equiv n - m$ 。现在要研究的是  $q$  变形叠加态 (简称  $q$  叠加态), 它是由  $q$  变形光子数态  $|m\rangle_q$  及  $|n\rangle_q$  构成, 定义为

$$|\Psi_{mn}\rangle_q = C_m |m\rangle_q + C_n |n\rangle_q \quad (13)$$

在这样的  $q$  叠加态中光子数平均值与无  $q$  变形时相同,

$$\langle N \rangle_q = m |C_m|^2 + n |C_n|^2 \quad (14)$$

但是,  $q$  叠加态的振子强度平均值不同于光子数平均值,

$$\langle [N] \rangle_q = [m] |C_m|^2 + [n] |C_n|^2 \quad (15)$$

$q$  叠加态中的光子数涨落也与普通叠加态中的相同, 为

$$\langle (\Delta N)^2 \rangle_q = J^2 |C_m C_n|^2 \tag{16}$$

但  $q$  叠加态中的振子强度涨落与光子数涨落不同, 为

$$\langle \Delta [N] \rangle_q = ([n] - [m])^2 |C_m C_n|^2 \tag{17}$$

按照  $q$  二阶相关函数  $g_q^{(2)}(0)$  的定义<sup>[7]</sup>,  $q$  叠加态的  $q$  二阶相关函数为

$$g_q^{(2)}(0) = \frac{{}_q \langle \Psi_{mn} | a_q^+ a_q^2 a_q | \Psi_{mn} \rangle_q}{{}_q \langle \Psi_{mn} | a_q^+ a_q | \Psi_{mn} \rangle_q^2} = \frac{[m][m-1]|C_m|^2 + [n][n-1]|C_n|^2}{([m]|C_m|^2 + [n]|C_n|^2)^2} \tag{18}$$

在  $g_q^{(2)}(0) < 1$  时就表现出反聚束效应。考虑  $m = 0$  的情况, 这时

$$g_q^{(2)}(0) = [n-1]/(|C_n|^2 [n]) \tag{19}$$

显然, 在  $m = 0, n = 1$  时,  $g_q^{(2)}(0) = 0$ , 这和无形变时相同, 总能表现出反聚束效应。在  $m = 0, n \neq 1$  时(例如  $n = 2, 3$ ),  $q$  变形时的二阶相关函数与无形变时不同。图 1(a) 和图 1(b) 分别表示了  $n = 2$  和 3 时  $g_q^{(2)}(0)$  与  $|C_n|^2$  的关系, 图中虚线是无形变时的值。从中可以看出  $q$  叠加态的二阶相关函数小于无形变时的值, 也就是说虽然在某些  $|C_n|^2$  值时普通叠加态无反

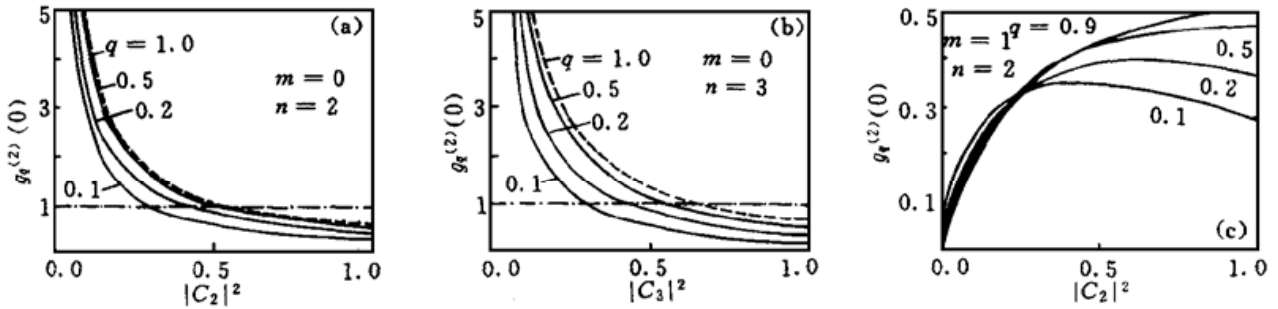


Fig. 1 Second-order correlation functions of  $q$ -superposition states for (a)  $m = 0, n = 2$ , (b)  $m = 0, n = 3$  and (c)  $m = 1, n = 2$

聚束效应, 但  $q$  变形后有可能出现反聚束效应。考虑  $m \neq 0$  时, 以  $m = 1, n = 2$  为例, 这时

$$g_q^{(2)}(0) = ([2]|C_2|^2)/\{1 + ([2] - 1)|C_2|^2\}^2 < 1 \tag{20}$$

$|C_2|^2$  较小时  $q$  叠加态的二阶相关函数大于无形变时的值, 而  $|C_2|^2$  较大时又小于无形变时的值。

### 4 $q$ 变形叠加态的振幅压缩

用  $a_q$  和  $a_q^+$  定义  $q$  变形光场振幅的两个正交分量  $a_{1q}$  及  $a_{2q}$

$$a_{1q} = (a_q + a_q^+)/2, \quad a_{2q} = (a_q - a_q^+)/2i \tag{21}$$

在  $q$  叠加态中,  $a_{1q}$  与  $a_{2q}$  的平均值分别是

$$\langle a_{1q} \rangle_{mn} = \sqrt{[n]} |C_m C_n| \cos \phi_{J,1}, \quad \langle a_{2q} \rangle_{mn} = \sqrt{[n]} |C_m C_n| \sin \phi_{J,1} \tag{22}$$

$a_{1q}$  的二阶涨落为

$$\langle (\Delta a_{1q})^2 \rangle_{mn} = (1/4) \{ |C_m|^2 ([m+1] + [m]) + |C_n|^2 ([n+1] + [n]) + 2 \sqrt{[n][n-1]} |C_m C_n| \cos \phi_{J,2} - [n] |C_m C_n|^2 \cos^2 \phi_{J,1} \} \tag{23}$$

对  $a_{2q}$  的二阶涨落, 只要把(23) 式中  $\cos \phi$  改为  $\sin \phi$ 。

为了讨论振幅分量  $a_j (j = 1 \text{ 或 } 2)$  的二阶压缩, 必须建立判断压缩的依据, 并以此来定义

压缩。常见的有两种定义: 1) 以真空态或相干态中的涨落为依据<sup>[8]</sup>; 2) 以测不准关系为基础, 用二阶基础量子涨落  $|\langle [a_1, a_2] \rangle|/2$  为依据<sup>[9]</sup>。在无  $q$  变形时, 这两种定义是等价的, 因此一般文献中不加区别。但应注意到在有  $q$  变形的情况下, 不仅真空态中的涨落与相干态中的涨落不同, 而且真空态中的涨落也与二阶基础量子涨落不同, 因此这些定义不再等价。为此, 对压缩可以有几种不同的定义。由于变形的分量  $a_{jq}(j = 1$  或  $2)$  在  $q$  变形真空态  $|0\rangle_q$  中的二阶涨落等于无变形分量  $a_j$  在真空态  $|0\rangle$  中的二阶涨落, 且都是  $1/4$ , 所以当  $a_{jq}$  在  $q$  变形叠加态中的二阶涨落小于  $1/4$  时称  $a_{jq}$  发生二阶压缩, 这是普通压缩定义的推广, 所以称这种压缩为二阶寻常压缩。如果  $a_{jq}$  在  $q$  叠加态中的二阶涨落小于在该态中的二阶基础量子涨落  $|\langle [a_{1q}, a_{2q}] \rangle|/2$ , 就发生了二阶压缩, 文献[7]中称这种压缩为(二阶) $q$  压缩。在  $q$  叠加态中

$$|\langle [a_{1q}, a_{2q}] \rangle|/2 = \{ |C_m|^2([m+1] - [m]) + |C_n|^2([n+1] - [n]) \}/4 \quad (24)$$

$q = 1$  时上述两种压缩等价。对应于这两种压缩, 引入两种压缩参量  $S_j^{(2)}$  和  $S_{jq}^{(2)}$  来分别衡量两种二阶压缩的大小。

$$S_j^{(2)} = \langle (\Delta a_{jq})^2 \rangle - 1/4, \quad S_{jq}^{(2)} = \langle (\Delta a_{jq})^2 \rangle - |\langle [a_{1q}, a_{2q}] \rangle|/2 \quad (25)$$

压缩参量为负时就发生相应的二阶压缩。

考虑  $m = 0, n = 1$  的情况, 对  $a_{1q}$  分量, 压缩参量为

$$S_1^{(2)} = [2]|C_1|^2/4 - |C_0C_1|^2 \cos^2 \phi, \quad S_{1q}^{(2)} = |C_1|^2/2 - |C_0C_1|^2 \cos^2 \phi \quad (26)$$

这时  $S_{1q}^{(2)}$  与参数  $q$  无关, 而  $S_1^{(2)}$  却与  $q$  有关。因此  $m = 0, n = 1$  时  $q$  参数能改变寻常二阶压缩情况, 却不改变二阶  $q$  压缩情况。在图 2(a) 中表示了压缩参量与  $|C_1|^2$  的关系。在  $m = 0, n = 2$  时  $a_{1q}$  的二阶压缩参量为

$$\begin{aligned} S_1^{(2)} &= ([3] + [2] - 1)|C_2|^2/4 + \{ \sqrt{[2]}|C_0C_2| \cos \phi \}/2; \\ S_{1q}^{(2)} &= ([2]|C_2|^2 + \sqrt{[2]}|C_0C_2| \cos \phi)/2 \end{aligned} \quad (27)$$

这时, 两种压缩都与  $q$  有关。图 2(b) 中就是  $m = 0, n = 2$  时压缩参量与  $|C_2|^2$  的关系。

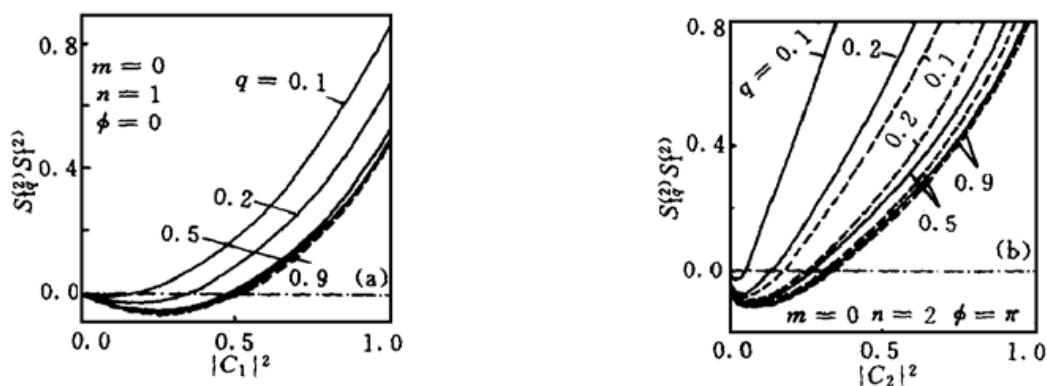


Fig. 2 Second-order ordinary squeezing parameters (solid lines) and second-order  $q$ -squeezing parameters (dashed lines) in  $a_{1q}$  quadrature,  $m = 0, n = 1$  for (a), and  $m = 0, n = 2$  for (b)

### 5 $q$ 变形叠加态中的高阶压缩

把  $a_{jq}$  的二阶压缩的定义推广到高阶时要注意到  $a_j$  在  $|0\rangle$  中的  $k$  阶涨落是  $(k-1)!!2^{-k}$ , 它不等于  $a_{jq}$  在  $|0\rangle_q$  中的  $k$  阶涨落, 因此要分开讨论。定义  $a_{jq}$  在  $q$  叠加态中的  $k$  阶涨落小于  $(k-1)!!2^{-k}$  时为  $k$  阶寻常压缩, 而小于  $a_{jq}$  在  $|0\rangle_q$  中的  $k$  阶涨落时为第一类  $k$  阶  $q$  压缩。定义  $a_{jq}$  在  $q$  叠加态中的  $k$  阶涨落小于在该态中的  $k$  阶基础量子涨落  $|\langle [(\Delta a_{1q})^{k/2}, (\Delta a_{2q})^{k/2}] \rangle|/2$  (见文献[10]) 时为第二类  $k$  阶  $q$  压缩。也可以定义寻常  $k$  阶压缩参量  $S_j^{(k)}$ 、第一

类  $k$  阶  $q$  压缩参量  $Q_{jq}^{(k)}$  和第二类  $k$  阶  $q$  压缩参量  $S_{jq}^{(k)}$  如下, 其中  $j = 1$  或  $2$ :

$$\left. \begin{aligned} S_j^{(k)} &= \langle (\Delta a_{jq})^k \rangle - (k-1)!! 2^{-k}, & Q_{jq}^{(k)} &= \langle (\Delta a_{jq})^k \rangle - \langle (\Delta a_{jq})^k \rangle_{0q} \\ S_{jq}^{(k)} &= \langle (\Delta a_{jq})^k \rangle - \frac{1}{2} | \langle [(\Delta a_{1q})^{k/2}, (\Delta a_{2q})^{k/2}] \rangle | \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

在  $m = 0, n = 1$  时,  $a_{1q}$  在  $q$  叠加态中的四阶和六阶涨落是

$$\langle (\Delta a_{1q})^4 \rangle_{01} = \frac{1}{16} \{ 1 + [2] + [2](1 + [2] + [3]) |C_1|^2 \} - \frac{1}{2} \{ [2](2 - 3|C_1|^2) - 1 \} \times |C_0 C_1|^2 \cos^2 \phi - 3 |C_0 C_1|^4 \cos^4 \phi \quad (29a)$$

$$\langle (\Delta a_{1q})^6 \rangle_{01} = \frac{1}{64} \{ 1 + [2](2 + [2] + [3]) + [2] \left( (1 + [2])^2 + [3](1 + 2[2] + [3] + [4]) \right) |C_1|^2 \} + \frac{1}{16} \{ 15(1 + [2]) - 6(1 + [2])^2 - 6[2][3] + 15[2](1 + [2] + [3]) |C_1|^2 \} |C_0 C_1|^2 \cos^2 \phi - \frac{5}{4} \{ 1 + [2](4 - 3|C_1|^2) \} \times |C_0 C_1|^4 \cos^4 \phi - 5 |C_0 C_1|^6 \cos^6 \phi \quad (29b)$$

当  $m = 0, n = 2$  时,  $a_{1q}$  在  $q$  叠加态中的四阶和六阶涨落是

$$\langle (\Delta a_{1q})^4 \rangle_{02} = \frac{1}{16} \{ [2] + |C_0|^2 + ([2] + [3])^2 + [3][4] \} |C_2|^2 + \frac{1}{8} \sqrt{[2]} (1 + [2] + [3]) |C_0 C_2| \cos \phi \quad (30a)$$

$$\langle (\Delta a_{1q})^6 \rangle_{02} = \frac{1}{64} \{ [2]([2] + [3]) + (1 + 2[2]) |C_0|^2 + ([2] + [3]) \left( [2] + ([2] + [3])^2 + 2[3][4] \right) \} |C_2|^2 + ([2] + [3][4]([4] + [5])) |C_2|^2 + \frac{1}{32} \{ 1 + 2[2] + [3] + ([2] + [3])^2 + [3][4] \} \sqrt{[2]} |C_0 C_2| \cos \phi \quad (30b)$$

在  $q$  真空态  $|0\rangle_q$  中,  $a_{1q}$  的四阶和六阶涨落分别是

$$\langle (\Delta a_{1q})^4 \rangle_{0q} = \frac{1}{16} (1 + [2]), \quad \langle (\Delta a_{1q})^6 \rangle_{0q} = \frac{1}{64} \{ 1 + [2] + [2](1 + [2] + [3]) \} \quad (31)$$

在图 3 中表示了  $m = 0, n = 1$  和  $2$  时  $a_{1q}$  的四阶和六阶涨落。随着  $q$  变小(形变增大),  $a_{1q}$  的四阶和六阶涨落都将增大。在  $q$  较大时, 随着  $|C_1|^2$  (或  $|C_2|^2$ ) 增加,  $a_{1q}$  的四阶及六阶涨落起先有一个小量的下降, 随后再增加, 这表明  $q$  较大(形变较小) 时,  $a_{1q}$  的四阶及六阶涨落可

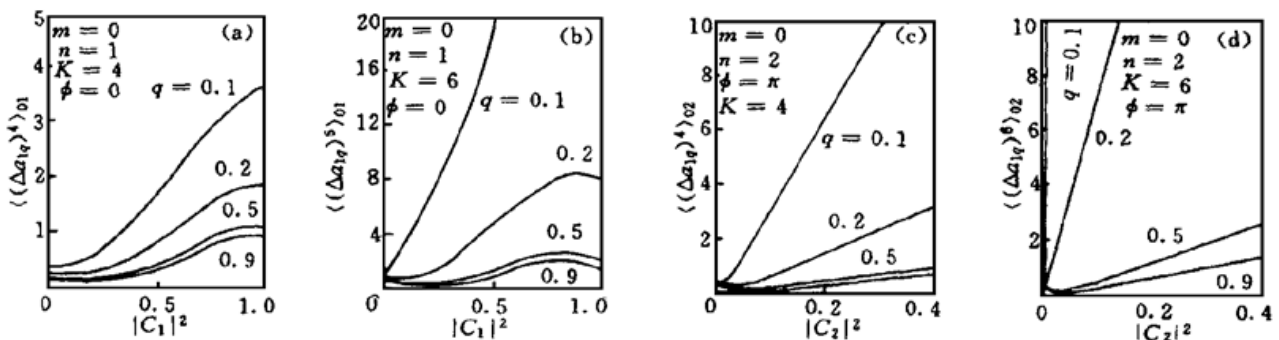


Fig. 3 Fourth-order and sixth-order fluctuations in  $a_{1q}$  quadrature,  $m = 0, n = 1$  for (a) and (b);  $m = 0, n = 2$  for (c) and (d)

能低于  $|C_1|^2 = 0$  (或  $|C_2|^2 = 0$ ) 时的值, 也就是低于  $|0\rangle_q$  中的值, 因此  $q$  较大时可能有第一类四阶和六阶  $q$  压缩。图 4 中  $Q_{1q}^{(4)}$  和  $Q_{1q}^{(6)}$  为负时就表明了这种情况。

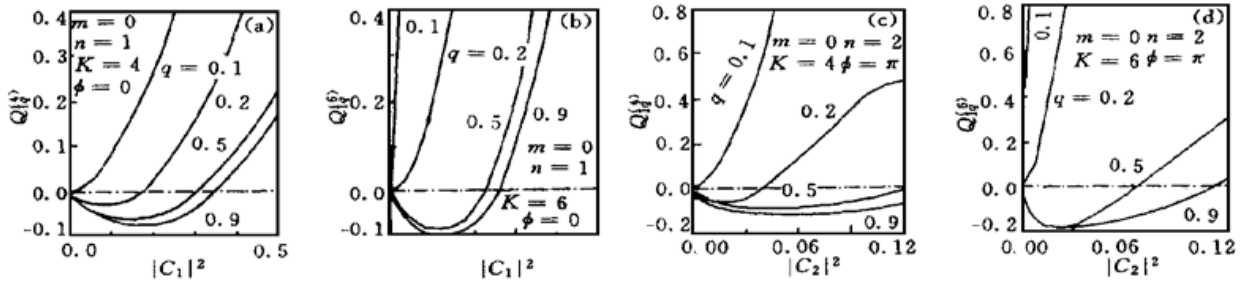


Fig. 4 First kind fourth-order and sixth-order  $q$ -squeezing parameters in  $a_{1q}$  quadrature,  $m = 0, n = 1$  for (a) and (b),  $m = 0, n = 2$  for (c) and (d)

为了讨论第二类  $k$  阶  $q$  压缩(它是文献[7]中的  $q$  压缩在高阶时的自然推广), 必须计算  $q$  叠加态中的  $k$  阶基础量子涨落, 记为  $F_{mnq}^{(k)} \equiv \frac{1}{2} | \langle [(\Delta a_{1q})^{k/2}, (\Delta a_{2q})^{k/2}] \rangle |$

$$F_{01q}^{(4)} = \frac{1}{2} | \{ ([2] - 2) |C_1|^2 - ([2] - 1) \} C_0 C_1 |^2 \sin 2\Phi \tag{32a}$$

$$F_{02q}^{(4)} = \frac{1}{8} | ([3] + [2] - 1) \sqrt{[2]} C_0 C_2 | \sin \Phi \tag{32b}$$

$$F_{01q}^{(6)} = \frac{1}{16} | -\frac{1}{2} (R_0 |C_0|^2 + R_1 |C_1|^2) + 3 \{ G_0 |C_0|^2 + G_1 |C_1|^2 - [2](1 + [2]) \} C_0 C_1 |^2 + 9 \{ 1 - 2[2] + ([2] - 2) |C_1|^2 \} C_0 C_1 |^4 \sin^2 2\Phi \tag{32c}$$

$$F_{02q}^{(6)} = \frac{1}{32} | R_0 |C_0|^2 + R_2 |C_2|^2 | \tag{32d}$$

其中

$$\left. \begin{aligned} G_0 &= 1 + [2], G_1 = [2]([2] + [3]) - 1, R_0 = \frac{1}{2} \{ [2]([3] - [2]) - 2[2] - 1 \} \\ R_1 &= \frac{1}{2} \{ 1 + [2](1 - [2] - [2]^2) + [2][3]([4] - [3] - 2[2] - 2) \} \\ R_2 &= \frac{1}{2} \{ [2](1 + 2[2]) + [2][3](2 + [2] - [3]) + \\ & \quad [3][4]([5] - [4] - 2[3] - 2[2]) + [2]^3 - [3]^3 \} \end{aligned} \right\} \tag{33}$$

利用(29)式及(32)式计算了  $m = 0, n = 1$  时四阶(以  $\Phi = \pi/4$  为例)及六阶(以  $\Phi = 0$  为例)的压缩情况, 结果表明  $a_{1q}$  虽可能有其它类型的四阶、六阶压缩但不发生第二类四阶和六阶  $q$  压缩。在  $m = 0, n = 2$  时利用(30)式、(32)式计算了四阶、六阶压缩情况(以  $\Phi = \pi$  为例), 结果表明  $m = 0, n = 2$  时  $a_{1q}$  不发生第二类四阶  $q$  压缩, 但在  $q$  较大时(即变形小时)可以发生第二类六阶  $q$  压缩。图 5 就表示了  $m = 0, n = 2, \Phi = \pi$  时  $a_{1q}$  的第二类六阶  $q$  压缩参量与  $|C_2|^2$  的关系, 其中  $S_{1q}^{(6)} < 0$  时就表明  $a_{1q}$  发生第二类六阶  $q$  压缩。

在上述讨论中, 如果  $q = 1$ , 则  $[m] = m$ , 一切回复到无变形时的情况, 寻常  $k$  阶压缩就与第一类  $k$  阶  $q$  压缩等价。又由于  $\langle (\Delta a_{1q})^k \rangle_{0q} > (k - 1)!! 2^{-k}$ , 所以如果不存在第一类  $k$  阶

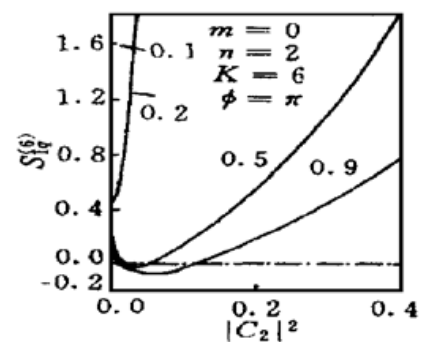


Fig. 5 Second kind sixth-order  $q$ -squeezing parameters in  $a_{1q}$  quadrature for  $m = 0, n = 2$

$q$  压缩, 也一定不发生寻常  $k$  阶压缩。

### 参 考 文 献

- [1] Hillery M. Amplitude-squared squeezing of the electromagnetic field. *Phys. Rev. (A)*, 1987, **36**(8) : 3796~ 3802
- [2] Wódkiewicz K, Knight P L, Buckle S J *et al.*. Squeezing and superposition states. *Phys. Rev. (A)*, 1987, **35**(6) : 2567~ 2577
- [3] Biedenharn L C. The quantum group  $SU(2)$  and a  $q$ -analogue of the boson operators. *J. Phys. (A)*, 1989, **22**(18) : L873~ L878
- [4] Gray R W, Nelson C A. A completeness relation for  $q$ -analogue coherent states by  $q$ -integration. *J. Phys. (A)*, 1990, **23**(18) : L945~ L950
- [5] Macfarlane A J. On  $q$ -analogues of the quantum harmonic oscillator and the quantum group  $SU(2)$ . *J. Phys. (A)*, 1989, **22**(21) : 4581~ 4588
- [6] 郝三如.  $q$  变形量子振子的 Glauber 相干态. 物理学报, 1993, **42**(7) : 1057~ 1062
- [7] 匡乐满, 王发伯, 曾高坚. 偶奇相干态的  $q$ -类比. 光学学报, 1993, **13**(11) : 1008~ 1011
- [8] Loudon R, Knight P L. Squeezed light. *J. Mod. Opt.*, 1987, **34**(6/7) : 709~ 759
- [9] Wódkiewicz K. On the quantum mechanics of squeezed states. *J. Mod. Opt.*, 1987, **34**(6/7) : 941~ 948
- [10] 董传华. 高阶压缩的另一种定义. 光学学报, 1996, **16**(11) : 1543~ 1548

## The $q$ -Deformed Superposition States and Their Properties

Dong Chuanhua

(Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 200072)

(Received 21 April 1998)

**Abstract** The superposition states, which are composed of the eigenstates of  $q$ -deformed oscillators (i. e.  $q$ -deformed number states), are presented by making use of  $q$ -oscillators algebra. The definition of this kind of  $q$ -deformed superposition states is given, and their quantum statistical properties are studied. The ordinary squeezing and  $q$ -squeezing, furthermore, the higher-order ordinary squeezing and higher-order  $q$ -squeezing of these states are discussed. The  $q$ -deformed oscillator is nonlinear oscillator, so the ordinary superposition states are generalized.

**Key words**  $q$ -deformed, superposition state,  $q$ -squeezing.