

三维光学数字像的一种解析逼近模型*

彭 翔 张宗华 朱绍明 胡小唐

(天津大学精密仪器及光电子工程学院, 天津 300072)

摘 要 利用双三次均匀 B 样条曲面片建立三维光学数字图像的逼近模型。该数学模型是依据双三次均匀 B 样条曲面片对三维光学数字图像的分片逼近技术来建立的。文中给出了空间自由表面的双三次均匀 B 样条表达方法和三维数字像的 B 样条重构结果。

关键词 三维光学数字像, B 样条重构, 机器视觉。

1 引 言

三维光学数字成像技术是利用计算机辅助的相干光和非相干光学方法获得真实世界中散射物体的三维数字像的理论和技術。它能够將真实物体以三维数字化的形式复制到计算机中, 因此是一种很有前途的三维数据场可视化技术。

近年来活跃的基于相位映射的三维光学数字成像视觉技术包括: 数字散斑干涉^[1]、数字全息干涉^[2]、以及数字莫尔^[3]等一类技术。相位映射作为机器视觉传感方法具有其独特的优点, 但尚有许多问题需要解决。例如, 目前研究的基于相位映射的三维光学数字成像方法都缺乏关于物体三维表面重构, 特别是对原始三维数字像理解的系统的理论和技術。

本文在研究空间自由表面的双三次均匀 B 样条表达方法的基础上建立了一种解析逼近三维光学数字像的数学模型, 阐述了此种方法的具体实现过程, 给出了三维数字像的 B 样条重构方法和实验结果。

2 三维光学数字像解析逼近的理论基础

可以把三维数字图像想像成空间自由表面。在一般情况下, 由于物体的任意性和复杂性, 使得表示三维数字图像的函数 $f(x, y, z)$ 的精确解析表达式不能直接写出来。但是, 有可能运用插值或逼近的方法, 根据三维数字图像构造出一个较简单的函数 $Q(x, y, z)$, 使此函数在允许的误差范围内近似地表达三维数字图像。在数学上, 插值和逼近是两种最常用的近似方法。插值条件要求拟合函数在节点处通过所有数据点列(型值点), 而实验点列往往带有随机的测量误差, 故难以得到光顺的结果。如想得到光滑曲面, 一种更为合理的方法是使所求的曲面无须通过每一个型值点, 而只要求构造的近似函数在某种意义上与所有数据点的误差最小, 最接近所求得函数关系式。这就是所谓逼近法。在保持由型值点列构成的特征多面体(其顶点又称为控制点)的大致形状下, 采用保形逼近的概念^[4], 一方面使构造出的曲面

* 国家自然科学基金资助项目(69875013)。

收稿日期: 1998-04-29; 收到修改稿日期: 1998-07-07

尽量接近型值点;另一方面使曲面在内节点处不出现不必要的拐点,从而达到光顺的要求。B样条曲面造型技术是在贝齐尔(Bezier)曲面造型技术的基础上发展起来的曲面逼近的理论和方法。目前,B样条方法已成为计算机辅助几何设计(CAGD)中最为重要的方法之一。B样条的递归定义为^[5,6]:

$$N_i(u) = \begin{cases} 1 & t_i \leq u < t_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

$$N_i(u) = \frac{u - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} N_i(u) + \frac{t_{i+k} - u}{t_{i+k} - t_{i+1}} N_{i+1}(u) \quad (2)$$

其中 t_i 为节点值。当节点沿着参数轴是均匀分布,即 $t_{i+1} - t_i = \text{常数}$,则表示均匀B样条函数;当节点沿着参数轴不等距,即 $t_{i+1} - t_i \neq \text{常数}$,则表示非均匀B样条函数。工程上最常用的是三次(四阶)B样条。给定空间16个控制点,三次均匀B样条基函数所构造的B样条曲面片可表述如下:

$$P(u, w) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 p_{i,j} N_{i,4}(u) N_{j,4}(w), \quad 0 \leq w, u \leq 1 \quad (3)$$

式中, $p_{i,j}$ 为控制点(定义特征多面体的顶点), $N_{i,4}(u)$ 和 $N_{j,4}(w)$ 为三次均匀B样条的基函数, w 、 u 为在两个方向上的参数。B样条曲面片保形逼近由此16个控制点所组成的特征多面体。双三次均匀B样条曲面片可用矩阵的形式表示为:

$$P(u, w) = U \cdot M_b \cdot P \cdot M_b^T \cdot W^T \quad (4)$$

其中

$$U = [u^3 \ u^2 \ u \ 1], \quad W = [w^3 \ w^2 \ w \ 1]$$

$$M_b = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & p_{03} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{30} & p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix}$$

M_b^T 、 W^T 中的上标T表示对矩阵的转置。

给定空间 $(m+1) \times (n+1)$ 个顶点 $p_{i,j}(i=0,1,2,\dots,m; j=0,1,2,\dots,n)$,构成双三次B样条曲面的特征网络,则相应的双三次B样条曲面片方程为:

$$P_{i,j}(u, w) = U \cdot M_b \cdot P \cdot M_b^T \cdot W^T, \quad (5)$$

$$(0 \leq u, w \leq 1; i = 1, 2, \dots, m-2; j = 1, 2, \dots, n-2)$$

在上式中, i, j 表示对B样条曲面片的编号。该曲面由 $(m-2) \times (n-2)$ 块双三次B样条曲面片拼合而成,各相邻曲面片之间都可达到 C^2 阶连续。这是由三次B样条基函数具有 C^2 阶连续的性质决定的。

3 三维数字像的B样条重构

对三维数字图像利用双三次均匀B样条的方法来建立解析逼近的数学模型,关键在于如何选取每一个B样条曲面片的16个控制点,使构造出的B样条曲面即能保形逼近原始三维数字图像所描述的空间物体表面。

三维数字图像是一个三维数据散列场,其投影在 $x-y$ 平面的数据点划分如图1所示。根据此三维数据场来构造B样条曲面,从而获解析逼近的数学模型。在三维数据场中适当选取数据点作为控制点,其投影在 $x-y$ 平面的数据点划分如图2所示。相邻控制点之间有若干数据,所有的控制点构成了一个特征多面体。对相邻控制点之间的数据采用插值的方法得到,

相应于 B 样条曲面片则通过两个参数的变化而得到控制点之间的数据。

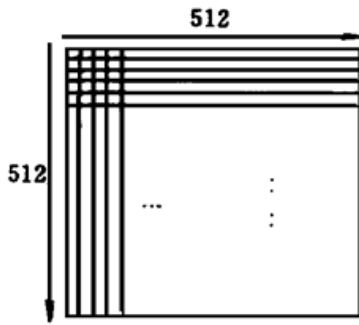


Fig. 1 Data partition of 3D image (projected on the $x-y$ plane)

对于双三次均匀 B 样条曲面片, 每次需 16 个控制点。每个控制点包含三个坐标分量: 表示物体空间位置的 x 、 y 值和表示物体面形相对高度的 z 值。对于第一个 B 样条曲面片, 选取在三维数字图像的左上角 x 、 y 方向的 4×4 个控制点, 对应图 2 标记为: 00, 01, 02, 03, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 23, 30, 31, 32, 33 的数据点。利用(4)式, 通过两个参数 u 、 w 的变化, 可得到对应此 16 个控制点的 B 样条曲面片。下 16 个控制点相应为前述 16 个控制点在 x 方向移动一个相邻控制点的距离, 而在 y 方向没有变化, 即在此时选取的 16 个控制点的标记为: 01, 02, 03, 04, 11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 31, 32, 33, 34, 用此 16 个控制点再构造一个 B 样条曲面片, 此曲面片和上一个 B 样条曲面在连接处达到 C^2 阶连续。如此反复, 直至到达三维数字图像的最右边界。然后, 再从图像的最左边界处选取控制点, 但相应 16 个控制点在 y 方向移动一个相邻控制点的距离, 即此时选取的 16 个控制点的标记为: 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 23, 30, 31, 32, 33, 40, 41, 42, 43, 同样可得到相应的 B 样条曲面片。重复上述过程直至处理完整个图像, 最终得到逼近三维数字图像的 B 样条曲面造型。

利用上述方法, 得到的 B 样条曲面的三维数字图像和原来的三维数字图像在 $x-y$ 平面的投影存在着图 3 所示的对应关系。其中阴影部分是用 B 样条造型的方法所得到的三维数字图像在 $x-y$ 平面的投影, 此图像可用(5)式的矩阵表达式描述。由(5)式还可看出, 仅需存储控制点的数据就可重构出原始的三维数字像。这样就可以实现对数据的有效压缩。如原来是 512×512 的图像, 如果取相邻控制点之间的距离为 8, 只存储控制点, 此时图像大小为 65×65 。若改变部分控制点的数据, 则与之相关的曲面片才会有变化, 而其它位置的曲面片不受影响, 这就具备了局部修改性。

用 B 样条造型方法得到的三维数字像的网格图和纹理图可以通过如下的变换过程, 最后在计算机屏幕上显示输出。

4 三维数字像的 B 样条造型结果

利用双三次均匀 B 样条曲面片对真实人体面部三维数字图像的重构实验结果如图 5(a) 所示。图 5(a) 表示人体面部三维数字图像; 图 5(b) 表示原始三维数字像的 B 样条逼近结果; 图 5(c) 表示 B 样条逼近原始三维数字像的误差分布。相邻控制点之间的距离为 $x_step =$

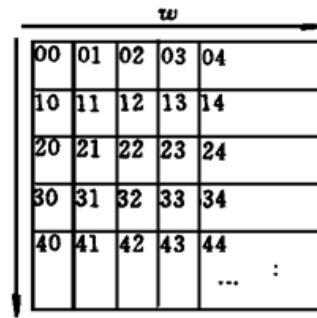


Fig. 2 Selection of control points (projection on $x-y$ plane)

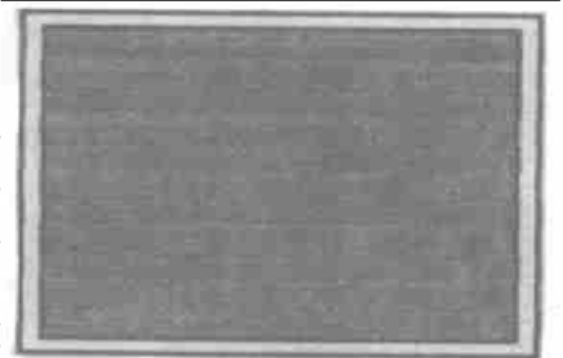


Fig. 3 Distribution on $x-y$ plane of B-spline surface and 3D image

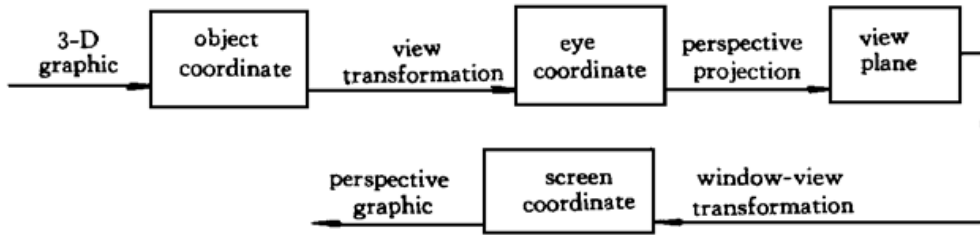


Fig. 4 Output operations of B-spline modeling for a 3D image

$y_step = 8$ 。由误差分布图可见, 在原始三维数字图像的边缘存在跃变(信息间断), 因此存在大的梯度, 致使 B 样条重构曲面在边缘存在较大的误差。此外, 由误差分布图还可看出, 在原始三维数字图像的信息有效区域内, 相应于表面梯度大的地方 B 样条重构误差也大; 相应于表面梯度小的地方 B 样条重构误差也小。

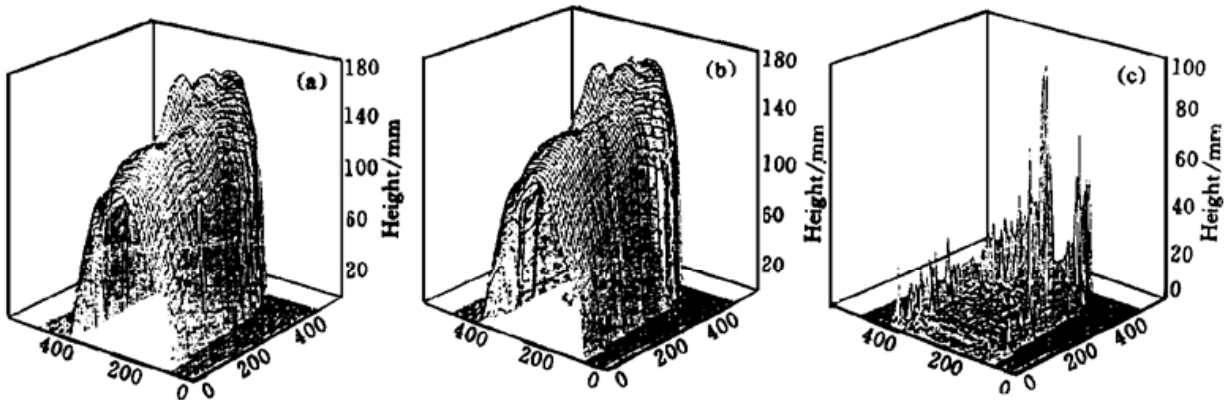


Fig. 5 B-spline reconstruction of human face. (a) 3D digital image of human face obtained by digital moire system, (b) B-spline modeling of (a), (c) Error distribution of B-spline modeling (The control-point span is 8 pixels)

图 6 和图 7 给出了面部三维数字像的双三次均匀 B 样条造型的显示输出结果(分别用网格图和纹理图表示)。



Fig. 6 Mesh plot of 3D image of a human face approximated by B-spline



Fig. 7 The texture display of Fig. 6

结 论 本文对三维光学数字图像建立了一种基于双三次均匀 B 样条曲面片逼近的数学模型。利用这种解析逼近模型不仅可以实现三维数字像的数据压缩, 而且使三维数字像具有了局部修改性。这两大优点在诸如计算机辅助设计/计算机辅助制造、逆向工程、计算机辅助几何造型、虚拟现实技术等应用领域中具有特殊重要的价值。关于三维数字像的非均匀有理 B

样条逼近方法(NURBS), 我们正在研究之中。

参 考 文 献

- [1] Peng X, Diao H, Zou Y *et al.*. Contouring by modified dual-beam ESPI based on tilting illumination beams. *Optik*. 1992, **90**(2) : 61~ 64
- [2] Pedrini G, Zou Y, Tiziani H J. Comparison of two reflecting surfaces by using digital holographic interferometry. *Opt. Commun.*, 1995, **118**(3/4) : 186~ 192
- [3] Peng X, Zhu S M, Gao Z. Surface contouring by a new type of digital moire technique. *Optik*. 1995, **100**(2) : 63~ 67
- [4] 王德人, 杨忠华著. 数值逼近引论. 北京: 高等教育出版社, 1990.
- [5] DeBoor C. On calculating with B-splines. *J. Approx. Theory*, 1972, **6**(1) : 50~ 62
- [6] Cox M G. The numerical evaluation of B-splines. *J. Inst. Math. Appl.*, 1972, **10**(2) : 134~ 149

An Analytical Approximation Model for 3D Digital Image

Peng Xiang Zhang Zonghua Zhu Shaoming Hu Xiaotang

(College of Precision Instrumentation and Optoelectronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072)

(Received 29 April 1998; revised 7 July 1998)

Abstract A mathematics model for approximating a 3D digital image is presented. The model is based on the approximation with bicubic uniform B-spline patch. The reconstruction of a spatially free-form surface with this model is also presented to prove the feasibility of the modeling method proposed.

Key words 3D digital image, B-spline modeling, machine vision.