

# 非线性小数重合法及其在轮廓测量中的应用

郝煜栋 赵 洋 李达成

(清华大学精密仪器系, 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 北京 100084)

**摘 要** 叠相还原的困难是光栅投影式轮廓测量技术中影响可靠性和阻碍自动化测量的最大问题。本文提出了一种新型的时域叠相还原算法——非线性小数重合法, 这种新方法可以将可靠测量范围扩大数十倍, 而不失测量精度。文中详细论述了非线性小数重合法的原理, 并给出了复杂轮廓的可靠测量的实验结果。

**关键词** 小数重合法, 轮廓测量, 叠相还原。

## 1 引 言

基于光栅图样投影和相位测量的轮廓测量技术在机器视觉、在线检测、反求工程、计算机辅助设计与制造以及医疗诊断等领域的应用日渐重要。现在流行的方法有移相法、傅里叶变换法、空域相移法、莫尔法等<sup>[1]</sup>。不论哪一种方法最终都要面临一个共同的难题——叠相还原(或称相位解截断、相位去包裹)。由于相位间断点既可能是由于算法本身产生的又可能是由噪声引入的, 或者来自被测物体表面真正的物理间断点, 在没有人为干预的条件下自动分辨这几种间断点是极其困难的。而且, 传统的叠相还原方法本质上是一个积分过程, 一点的错误还原会传播到后续的还原中。尽管现有的叠相还原算法不胜枚举<sup>[2]</sup>, 但迄今为止叠相还原问题仍是实现可靠的自动化轮廓测量的最大障碍。

针对这一问题出现了多种时域叠相还原算法, 如 Saldner 和 Huntley<sup>[3]</sup>提出的时域叠相还原法、Sansoni 等<sup>[4]</sup>、范华等<sup>[5]</sup>、Li 等<sup>[6]</sup>各自采用的双频光栅法、Xie 等人<sup>[7]</sup>的绝对莫尔法、Nadeborn 等人<sup>[8]</sup>提出的绝对相位测量法等。

本文提出了一种新型的时域叠相还原算法——非线性小数重合法。文中详细论述了非线性小数重合法的原理, 分析了它的优势和局限。实验结果证明它能成功地应用于传统方法难以做到的叠相还原。

## 2 原 理

在条纹投影式轮廓测量中, 通常利用如下公式

$$s = f(k) = pk \quad (1)$$

这里  $s$  是如图 1 所示的  $AC$ ,  $p$  则是光栅投影在参考平面上的条纹周期, 条纹级次  $k = n + \epsilon$  是被测物体存在时某像素点的相位和只有参考面时该点相位之差与  $2\pi$  的比值, 其中  $n$  和  $\epsilon$  分别是整数级次和小数级次。如果上式成立, 就可以直接应用小数重合法。然而事实上  $p$  并非恒

定值。在图 1 所示的交叉光轴结构中, 条纹周期在参考平面上沿  $x$  轴方向非线性递增; 即使是平行光轴结构或者远心光路, 由于投影、成像的非理想性, 也难保证条纹的均匀。因此, 式(2) 中  $f(k)$  是一个非线性函数, 直接利用常规的小数重合法是行不通的。针对这一问题, 本文提出了非线性小数重合法。

为了应用非线性小数重合法, 需要将多种周期略有不同的线光栅(此处以两种为例) 投影到参考平面上, 用任何一种相位测量方法(最好用移相法) 得到剩余小数  $\epsilon_{r1}$  和  $\epsilon_{r2}$ , 其中下标  $r$  表示参考。使用常规的叠相还原算法就可以得到两幅条纹级次映射图  $k_{r1} \rightarrow x$  和  $k_{r2} \rightarrow x$ , 其中  $k_{r1} = n_{r1} + \epsilon_{r1}$ ,  $k_{r2} = n_{r2} + \epsilon_{r2}$ ,  $x$  是坐标。将光栅投影到被测物体上, 又可以得到两幅小数级次映射图  $\epsilon_{m1} \rightarrow x$  和  $\epsilon_{m2} \rightarrow x$ , 其中下标  $m$  表示测量。由于这里始终使用一套投影-成像系统,  $k_{m1} = n_{m1} + \epsilon_{m1}$  和  $k_{m2} = n_{m2} + \epsilon_{m2}$  应该映射到同一坐标点(即图 1 中  $A$  点), 于是我们得到一个附加条件  $x(k_{m1}) = x(k_{m2})$ 。

首先由已知的参考级次映射可得

$$k_{r1} - k_{r2} = (n_{r1} - n_{r2}) + (\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2}) = \Delta n_r + \Delta \epsilon_r = \Delta k_r \rightarrow x$$

假设

$$\begin{aligned} k_{r1} \rightarrow x \text{ 满足} & \quad k = f_1(x), & \quad x = f_1^{-1}(k) \\ k_{r2} \rightarrow x \text{ 满足} & \quad k = f_2(x), & \quad x = f_2^{-1}(k) \\ \Delta k_r \rightarrow x \text{ 满足} & \quad k = f_0(x), & \quad x = f_0^{-1}(k), f_0(x) = f_1(x) - f_2(x) \end{aligned}$$

附加条件可表示为

$$f_1^{-1}(k_{m1}) = f_2^{-1}(k_{m2}) = x \tag{2}$$

故

$$f_0(x) = f_1(x) - f_2(x) = (\epsilon_{m1} - \epsilon_{m2}) + (n_1 - n_2)$$

即

$$x = f_0^{-1}(\Delta \epsilon_m + \Delta n), \quad \Delta n = 0, 1, 2, \dots \tag{3}$$

这里假设  $p_1 < p_2$ , 故  $\Delta n$  不为负。从图 1 可以看出  $A$  点总在  $C$  点的一边, 即

$$f_0^{-1}(\Delta \epsilon_m + \Delta n) \geq x_0 \tag{4}$$

$x_0$  为参考面上当前点( $C$  点)坐标。

这里需要加两个条件。首先要求  $f_1(\cdot)$ 、 $f_2(\cdot)$ 、 $f_0^{-1}(\cdot)$  均为单调递增函数(这在条纹投影轮廓测量中很容易满足), 此时有

$$\Delta n \geq \Delta k_r - \Delta \epsilon_m \tag{5}$$

其次要求  $\Delta n$  是满足上式的最小一个整数, 这样就可以唯一确定

$$\Delta n = \text{INT}(\Delta k_r - \Delta \epsilon_m + 1) \tag{6}$$

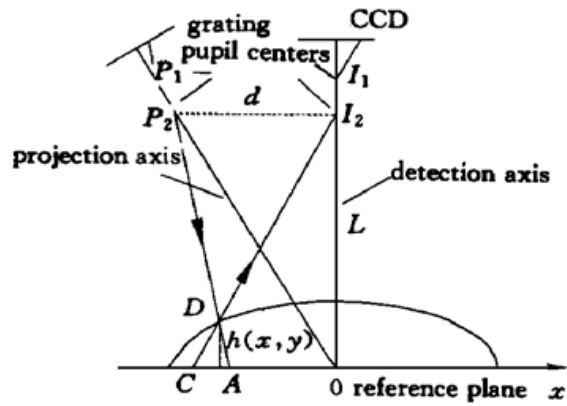


Fig. 1 Optical geometry of a typical grating projection profilometer

其中  $\text{INT}(\cdot)$  是取整函数。于是得到了  $x$  的粗测值  $x_c$ :

$$x_c = f_0^{-1}(\Delta\epsilon_m + \Delta n) \quad (7)$$

如果  $x_c$  的精度满足一定的过渡条件(后面将详细论述), 则

$$n_1 = \text{INT} [f_1(x_c) - \epsilon_{m1} + 0.5] \quad (8)$$

最后得到精测值

$$x_F = f_1^{-1}(n_1 + \epsilon_{m1}) \quad (9)$$

这样叠相还原成功实现, 式(2)中的  $s$  可用下式得出

$$s = |x_F - x| \quad (10)$$

下面讨论一下过渡条件。假设相位测量最大偏差为  $\delta$ , 即真值在  $[\epsilon - \delta, \epsilon + \delta]$  范围内, 考虑最糟的情形, 即两个相位值相加、相减时偏差相加。于是有  $x_c$  的最大偏差

$$\Delta x_c = 2\delta \frac{df_0^{-1}}{dk}$$

而要使式(8)成立, 必须满足

$$\frac{df_1}{dx} \Delta x_c < \frac{1}{2}$$

于是得到过渡条件

$$\frac{df_1}{dx} \frac{df_0^{-1}}{dk} < \frac{1}{4\delta} \quad (11)$$

如果  $f_1(\cdot)$ 、 $f_2(\cdot)$  是线性函数, 假设

$$x = f_1^{-1}(k) = p_1 k$$

$$x = f_2^{-1}(k) = p_2 k$$

式中  $p_1$  和  $p_2$  为光栅周期, 则

$$x = f_0^{-1}(k) = \frac{-p_1 p_2}{p_2 - p_1} k = p_s k \quad (12)$$

这正是线性小数重合法的合成波长(在条纹投影中应该叫合成周期)公式。因此线性小数重合法是这里提出的非线性小数重合法的一个特例。

过渡条件可以用线性近似讨论。在线性条件下, 式(11)变为

$$\frac{p_s}{p_1} < \frac{1}{4\delta} \quad (13)$$

上式表明, 合成周期相对基本周期的放大比是受到测量精度的限制的。现在的移相法  $\delta$  一般能达到几十分之一到百分之一, 可靠测量范围可以提高 10 倍到 20 多倍。因此, 只要能满足过渡条件, 测量的最终精度和用一种细光栅测量的精度相同, 而可靠测量范围大大提高了。

同线性小数重合法一样, 这里可以再使用第三种周期的光栅  $p_3$ , 将合成周期链扩展到二级, 从而进一步扩大可靠测量范围。但是由于误差的累加, 第二级合成周期相对第一级合成周期的放大倍数进一步减半。在实际测量中, 综合考虑测量范围和测量时间, 一般用两种光栅形成一级合成周期就足够了。

在以上算法中,  $f_1(\cdot)$ 、 $f_1^{-1}(\cdot)$ 、 $f_2^{-1}(\cdot)$ 、 $f_2(\cdot)$ 、 $f_0(\cdot)$  等函数可以用二次多项式拟合, 或者用查表加插值(由于函数关系近似线性, 在点与点之间用线性插值就能满足要求)的方法完成。

### 3 实 验

我们对上述算法进行了实验验证。实验装置采用图 1 所示交叉光轴结构, 探测器为 MTV-1881 EX CCD, 35 mm 镜头, 投影机构为幻灯机(80 mm 镜头)。 $L = 1.50 \text{ m}$ ,  $d = 0.33 \text{ m}$ 。两种光栅周期  $p_1$  和  $p_2$  分别为 0.454 mm 和 0.507 mm, 合成周期为 4.343 mm。采用 Hariharan 的五步移相算法<sup>[9]</sup>计算卷叠的相位。

首先用移相法对参考平面进行四次测量, 取四次测量的平均值, 再用常规的叠相还原算法解出连续的相位, 得到  $k_{r1}$ 、 $k_{r2}$  和  $\Delta k_r$ 。用二次多项式拟合  $k_{r1}$ 、 $k_{r2}$ , 拟合标准差小于 0.5%。

被测物体是一个简单的工件(参见图 3), 但其轮廓间断足以让大多数叠相还原方法无能为力。用前述移相法测量被测物体, 得到  $\epsilon_{m1}$ 、 $\epsilon_{m2}$ 。再用非线性小数重合法求解 $[f_0(\cdot)]$  等函数采用二次多项式拟合得到。图 2 为某行像素的粗测结果和精测结果, 其中波动较大的为粗测结果, 但精测结果已经清晰地描绘出物体的轮廓。图 3 为最终得到的物体轮廓(低调制点被排除)。

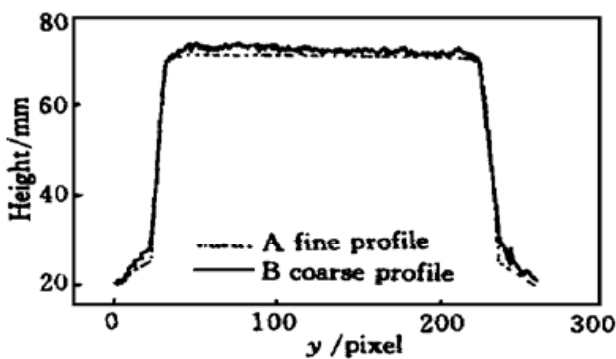


Fig. 2 Coarse and fine measurement results

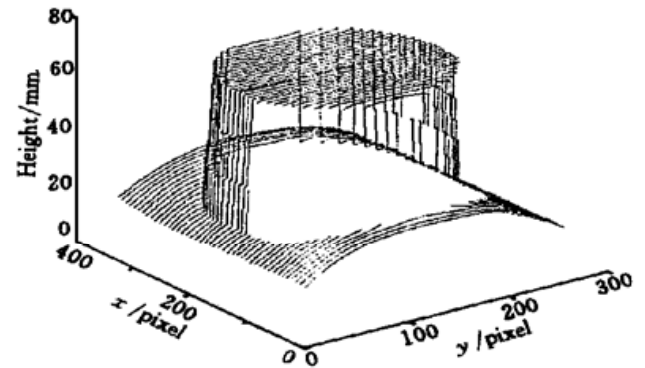


Fig. 3 Reconstructed profile of a workpiece

实验结果表明, 这种方法提高了可靠测量范围, 能够可靠测量有物理间断点的物体轮廓。图像中各点的相位只由该点的信息决定, 低调制点的错误叠相还原不会影响其它点。

**结 论** 本文提出了一种可靠的时域叠相还原算法——非线性小数重合法, 并成功地用于复杂轮廓的相位解调。该方法能将可靠测量范围扩大数十倍, 而又不损失任何测量精度, 特别适合于测量有物理间断点的物体和多个孤立物体轮廓。虽然只进行了比较初步的实验, 但实验的结果是令人鼓舞的。在后续论文中, 作者将以实际标定的结果证明这种测量方法在精度和可靠性上的出色表现。

### 参 考 文 献

- [1] 郝煜栋, 赵 洋, 李达成. 光学投影式三维轮廓测量技术综述. 光学技术, 1998, (5): 57~ 60, 64
- [2] Judge T R, Bryanston-Cross P J. A review of phase unwrapping techniques in fringe analysis. *Opt. Lasers Engng.*, 1994, **21**(4): 199~ 239
- [3] Saldner H O, Huntley J M. Profilometry using temporal phase unwrapping and a spatial light modulator-based fringe projector. *Opt. Engng.*, 1997, **36**(2): 610~ 615
- [4] Sansoni G, Biancardi L, Minoni U *et al.*. A novel, adaptive system for 3-D optical profilometry using a liquid crystal light projector. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 1994, **43**(4): 558~ 565
- [5] 范 华, 赵 宏, 谭玉山. 光纤投影双频自动轮廓测量术. 光学学报, 1998, **18**(1): 86~ 89
- [6] Li J L, Su H J, Su X Y. Two-frequency grating used in phase-measuring profilometry. *Appl. Opt.*,

- 1997, **36**(1) : 277~ 280
- [7] Xie X, Atkinson J T, Lalor M J *et al.*. Three map absolute moiré contouring. *Appl. Opt.*, 1996, **35** (35) : 6990~ 6995
- [8] Nadeborn W, Andr P, Osten W. A robust procedure for absolute phase measurement. *Opt. Lasers Engng.*, 1995, **24**(2-3) : 245~ 260
- [9] Hariharan P, Oreb B F, Eiju T. Digital phase-shifting interferometry: a simple error compensating phase calculation algorithm. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(13) : 2504~ 2506

## Nonlinear Excess Fraction Method and its Applications to Profilometry

Hao Yudong    Zhao Yang    Li Dacheng

(State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments  
Department of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing 100084)

(Received 21 July 1998; revised 22 October 1998)

**Abstract** The difficulty in phase unwrapping is the key problem that compromises reliability and prevents automatic measurement in grating projection profilometry. A novel temporal phase unwrapping algorithm — non-linear excess fraction method (NLEFM) is proposed, which may extend the reliable measuring range by a factor of dozens without losing accuracy. The principle of NLEFM is detailed and experimental results are given in which complex profiles are reliably computed using this algorithm.

**Key words** excess fraction method, profilometry, phase unwrapping.