

利用鞍点近似法计算串音对 阵列波导光栅复用器性能的影响*

陈德华 王 辉 杨祥林

(南京邮电学院光纤通信研究所, 南京 210003)

摘 要 基于光的波动性, 考虑信号和串音偏振态, 改进了鞍点近似法的数学模型, 计算了阵列波导光栅复用器的误码率和功率代价, 并与高斯近似法和实验结果进行了比较, 显示出较高的计算精度。

关键词 阵列波导光栅, 串音, 鞍点近似法, 矩生成函数。

1 引 言

基于集成光学的 $N \times N$ 阵列波导光栅复用器(AWGM)是光波分复用系统中的一个关键器件, 它不仅可作为波分复用、密集波分(DWDM)复用/解复用器, 还可用作波长路由器^[1]、光交叉连接^[2]、可调滤光器^[3]、光分插复用器^[4]及波分复用系统的波长监测^[5]等。利用阵列波导光栅复用器构成的功能器件具有易于光电集成、结构紧凑、体积小、串扰低等优点, 在光网络中有着广泛的用途。

当阵列波导光栅复用器用作波长路由器或光交叉连接时, 在理想状态下, 相同波长的信号

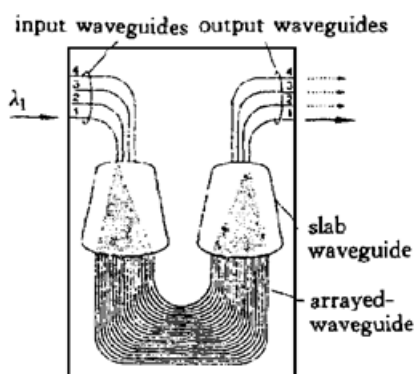


Fig. 1 Configuration of an arrayed-waveguide grating 4×4 multiplexer

号分别输出到不同的输出端口, 如图 1 所示, 在输入端口 1 输入的 λ_1 信号只应在输出端口 1 输出, 但在实际中由于阵列波导光栅复用器的相位误差和振幅误差等因素, 使得 λ_1 也在其它输出端口输出, 从而造成串音。这样, 当 N 路光纤中有 $N \times N$ 个波长信号输入阵列波导光栅复用器中时, 在任一输出端口存在 $N^2 - 1$ 个串音波长, 对于 $N(N - 1)$ 个波长和信号波长不同的带间串音, 可以在光接收端滤除, 因而不考虑其影响, 但对于 $N - 1$ 个波长和信号波长相同的带内串音, 不能在光接收端滤除, 其造成的拍频噪音将严重影响波长路由器和光交叉连接的性能, 而且由于串音在多个节点间的累积作用, 使波长路由器和光交叉连接的性能进一步劣化, 在

* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1998-12-23; 收到修改稿日期: 1999-03-08

实验中已观测到-20 dB 的串音能造成 3 dB 的功率代价^[1]。

文献[1]在分析串音时,假设其为高斯分布,且未考虑信号和串音随机偏振的影响,而通常串音拍频噪声为非高斯分布,因此需要考虑高斯近似法的适用范围,虽然在系统设计时需要考虑最差情况^[6],但发现在实际测量时测量值与计算值相差较远。本文基于光的波动性,考虑随机偏振的影响,对鞍点近似法进行了改进,并计算了串音对基于阵列波导光栅复用器的波长路由器及光交叉连接的影响,计算结果和实验结果吻合较好。

2 鞍点近似法

鞍点近似法由 Helstrom 提出^[7],它通过求解矩生成函数的反拉普拉斯变换得到累积概率分布,在分析光纤通信系统时具有相当高的精度,并具有方法简洁、容易进行数值模拟等优点^[8,9]。

基于鞍点近似法的思想,将“1”码错判为“0”码的几率为:

$$P(0/1) = \int_{-\infty}^x p_1(\xi) d\xi = \frac{\exp[\Phi(s_1)]}{\sqrt{2\pi\Phi''(s_1)}}, \quad s_1 < 0 \quad (1)$$

将“0”码错判为“1”码的几率为:

$$P(1/0) = \int_x^{+\infty} p_0(\xi) d\xi = \frac{\exp[\Phi(s_0)]}{\sqrt{2\pi\Phi''(s_0)}}. \quad s_0 > 0 \quad (2)$$

其中

$$\Phi(s) = M(s) + sx - \ln |s| \quad (3)$$

s_0 、 s_1 为 $\Phi'(s) = 0$ 的根,该点称为被积函数的鞍点, $p(\xi)$ 为随机变量 ξ 的概率密度函数, x 为判决电平,而 $M(s)$ 为随机噪声的矩生成函数,鞍点近似法的关键在于求出 $M(s)$,而 $M(s)$ 的数学形式通常要比 $p(\xi)$ 的简洁得多。

在强度调制-直接检测(IM-DD)系统中,出现“1”和“0”的几率相等,则误码率为:

$$R_{\text{BER}} = \frac{1}{2}[P(0/1) + P(1/0)] \quad (4)$$

3 矩生成函数^[1,7]

在文献[8]中,鞍点近似法的计算是基于光的粒子性,通过计算接收机接收到的光子数求得矩生成函数,这涉及到重随机泊松过程,使得数学模型和实际计算过程较为复杂,而且无法计算零消光比时的串音性能。本文基于光的波动性,通过计算接收机接收到的随机噪声电流求得矩生成函数,使数学模型和计算过程大为简化。

设信号和串音为线性偏振,定义其电场强度为:

$$\mathbf{E}(t) = \sqrt{2P_n} \cos[\omega t + \phi_n(t)] \mathbf{r}_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

ω 为光角频率, $\phi(t)$ 为初始相位, \mathbf{r} 为偏振矢量。设 $n = 1$ 对应于信号分量, $n = 2, \dots, N$ 对应于串音分量,则在阵列波导光栅复用器输出端,信号与串音的总电场强度为:

$$\mathbf{E}_{\text{out}}(t) = \sqrt{2P_1} \cos[\omega t + \phi_1(t)] \mathbf{r}_1 + \sum_{n=2}^N \sqrt{2P_n} \cos[\omega t + \phi_n(t)] \mathbf{r}_n \quad (6)$$

阵列波导光栅复用器用作波长路由器或光交叉连接时,通常各端口输入信号的振幅相同,并

且各端口对任一端口的串音相同。设串音分量 $\epsilon = P_n/P_{\text{mark}}$, P_{mark} 为“1”信号时的光功率。频率为 2ω 的项将在光电检测器滤除, 因此忽略此项, 则光电检测器的输出电流为:

$$i(t) = E_{\text{out}}^2(t) + i_{\text{th}} = P_1 + (N-1)\epsilon P_{\text{mark}} + 2\sqrt{\epsilon P_1 P_{\text{mark}}} \sum_{n=2}^N \cos[\phi_1(t) - \phi_n(t)] \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_n + 2\epsilon P_{\text{mark}} \sum_{n,m=2}^N \cos[\phi_n(t) - \phi_m(t)] \mathbf{r}_n \cdot \mathbf{r}_m + i_{\text{th}} \quad (7)$$

式中第一项为信号功率, 第二项为线性串音功率, 第三项为信号-串音拍频噪声, 第四项为串音-串音拍频噪声, 该项与第三项相比可以忽略^[1, 10], 最后一项 i_{th} 为热噪声电流。

在信号为“1”码时, 由于 $(N-1)\epsilon \ll 1$, (7) 式第二项与第一项相比可以忽略, 则可以得到光电检测器输出电流中的随机噪声分量为:

$$i_{\text{noise}} = 2\sqrt{\epsilon P_1 P_{\text{mark}}} \sum_{n=2}^N \cos[\phi_1(t) - \phi_n(t)] \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_n + i_{\text{th}} \quad (8)$$

由于拍频噪声和热噪声相互独立, 则其矩生成函数为:

$$M = M_x M_{\text{th}} \quad (9)$$

其中 M_{th} 是均值为零、方差为 σ_{th}^2 的高斯热噪声电流的矩生成函数, 它由下式给出:

$$M_{\text{th}} = \exp(s^2 \sigma_{\text{th}}^2 / 2) \quad (10)$$

式中

$$\sigma_{\text{th}}^2 = \frac{4K_B T_k}{R_L} \Delta f F_n \quad (11)$$

K_B 为玻耳兹曼常数, T_k 为热力学温度, R_L 为负载电阻, Δf 为等效噪声带宽, F_n 为光接收机前置放大器的噪声系数。

M_x 为信号-串音拍频噪声的矩生成函数。 $A \cos(\phi - \phi_n)$ 的矩生成函数为 $I_0(As)$, $I_0(x)$ 为零阶第一类修正贝塞尔函数, 而 $A \cos(\phi - \phi_n) \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_n$ 的矩生成函数为 $I_0^2(As/2)$ 。对于 $N-1$ 个彼此独立的串音源, 造成的总误码服从二项式分布:

$$p_{\text{total}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} C_k^{N-1} p_k, \quad C_k^{N-1} = \frac{(N-1)!}{k!(N-k-1)!} \quad (12)$$

由于独立随机变量和的矩生成函数为每个随机变量矩生成函数的积, 则若考虑随机相位, M_x 由下式给出:

$$M_x = \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} C_k^{N-1} I_0^{2k}(s \sqrt{\epsilon P_1 P_{\text{mark}}}) \quad (13)$$

若不考虑随机相位, M_x 由下式给出:

$$M_x = \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} C_k^{N-1} I_0^k(2s \sqrt{\epsilon P_1 P_{\text{mark}}}) \quad (14)$$

在“0”码时, 可将(7)式中的第二项视为热噪声分量的均值, 则可知“0”码的矩生成函数相对于“1”码只要改变 M_{th} 即可, M_{th} 为:

$$M_{\text{th}} = \exp[s^2 \sigma_{\text{th}}^2 / 2 - s(N-1)\epsilon P_{\text{mark}}] \quad (15)$$

4 计算结果与分析

设系统为强度调制-直接检测形式, 判决电平固定, 并取信号调制频率为 1 GHz, $F_n = 2.7$, $\Delta f = 7 \times 10^8$ Hz, $R_L = 75 \Omega$, $\epsilon = -31$ dB, $N = 17$, 在理想信号消光比的情况时, 接收

光功率-误码率关系曲线的计算结果如图 2 所示, 串音分量-误码率关系曲线的计算结果如图 3 所示。图中虚线 SA-P 和实线 SA-nP 分别为考虑和不考虑随机偏振效应的计算结果, 点线 GA 为高斯近似法的计算结果。为比较, 图中亦给出了实验结果^[1], 如●点所示。

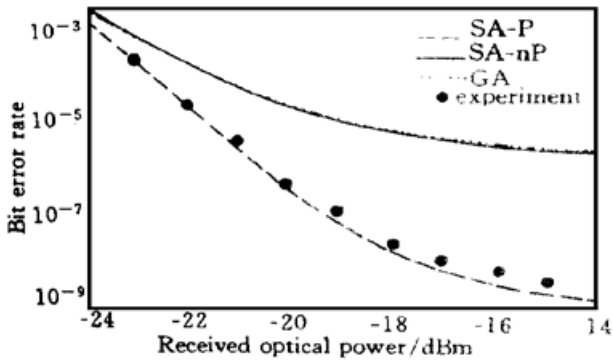


Fig. 2 BER versus received optical power for $N = 17$ and $F_n = 2.7$

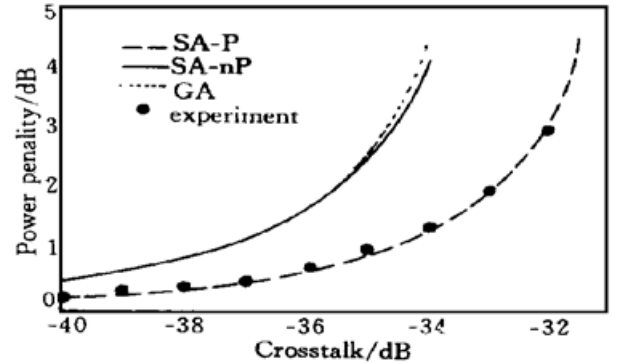


Fig. 3 Power penalty versus component crosstalk for $N = 17$ and $F_n = 2.7$

由图 2 和图 3 可见: 1) 不考虑随机偏振效应时鞍点近似法的计算结果与高斯近似法非常接近, 这是因为由中心极限定理, 当 N 值较大时串音趋于高斯分布, 而考虑偏振效应时鞍点近似法的计算结果与实测结果接近, 表明基于光波动性的鞍点近似法数学模型是正确的, 且有着较高的计算精度。2) 考虑随机偏振效应时的误码率和功率代价比不考虑随机偏振时的小得多, 且与实验结果吻合较好, 表明在实际测量中必须考虑偏振态的影响。

在图 4 中给出了 $N = 4, 8, F_n = 1$ 时信道串音导致的功率代价计算结果, 从图中可以看到, 若系统设计时取功率代价为 1 dB, 在不考虑随机偏振效应时, 即使在 $N = 4$ 时高斯近似法(点线 GA)的计算结果和考虑偏振效应鞍点近似法(实线 SA-P)的计算结果也较接近, 这是由于此时高斯热噪声可与串音相比较的缘故, 但与考虑偏振效应鞍点近似法(虚线 SA-nP)的计算结果相差较远。而取功率代价为 3 dB 时, 只有在 $N \geq 8$ 时高斯近似法才成立。

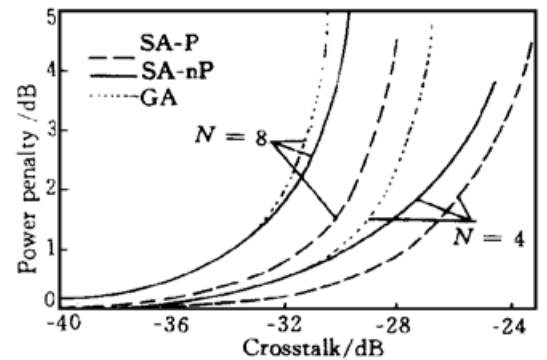


Fig. 4 Power penalty versus component crosstalk for $N = 4, 8$ and $F_n = 1$

结 论 本文基于光的波动性, 考虑信号和串音的偏振效应, 改进了文献[8]所用的鞍点近似法数学模型, 计算了考虑与不考虑随机偏振效应时阵列波导光栅复用器的误码特性与功率代价, 并与高斯近似法和实验结果进行了比较, 显示出较高的计算精度。计算结果表明: 在实际测量中必须考虑偏振态的影响, 否则将造成相当大的测量误差; 在阵列波导光栅复用器的 N 值较小时, 由于高斯热噪声的影响, 使得高斯近似法仍有较高的精度。

参 考 文 献

[1] Takahashi H, Oda K, Toba H. Impact of crosstalk in an arrayed-waveguide multiplexer on $N \times N$ optical interconnection. *J. Lightwave Technol.*, 1996, 14(6): 1097~ 1105

- [2] Zhong W D, Lacey J P R, Tucker R S. Multiwavelength cross-connects for optical transport networks. *J. Lightwave Technol.*, 1996, **14**(7) : 1613~ 1619
- [3] Ishida O, Takahashi H, Inoue Y. Digitally tunable optical filters using array-waveguide grating (AWG) multiplexers and optical switches. *J. Lightwave Technol.*, 1997, **15**(2) : 321~ 327
- [4] Tachikawa Y, Inoue Y, Ishii M *et al.*. Arrayed-waveguide grating multiplexer with loop-back optical paths and its application. *J. Lightwave Technol.*, 1996, **14**(6) : 977~ 984
- [5] Ishida O, Takahashi H, Inoue Y. Digitally tunable optical filters using array-waveguide grating (AWG) multiplexers and optical switches. *J. Lightwave Technol.*, 1997, **15**(2) : 321~ 327
- [6] Goldstein E L, Eskildsen L, Lin C *et al.*. Polarization statistics of crosstalk-induced noise in transparent lightwave networks. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1995, **7**(11) : 1345~ 1347
- [7] Helstrom C W. Approximate evaluation of detection probabilities in radar and optical communication. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 1978, **7**(4) : 630~ 640
- [8] Monroy I T, Tangdiongga E. Performance evaluation of optical cross-connects by saddlepoint approximation. *J. Lightwave Technol.*, 1998, **16**(3) : 317~ 322
- [9] Helstrom C W. Performance analysis of optical receivers by the saddlepoint approximation. *IEEE Trans. Commun.*, 1979, **27**(1) : 186~ 190
- [10] Moura L, Karafolas N, Hill A *et al.*. Statistical modeling of interferometric crosstalk in optical networks: The Race II MuNDI network. *Proc. of the Eru. Conf. on Networks & Opt. Comm.*, 1996 (NOC'96), Amsterdam: IOS Press, 1996. 72~ 79

Impact of Crosstalk on Arrayed-Waveguide Grating Multiplexer Calculated by Saddlepoint Approximation

Chen Dehua Wang Hui Yang Xianglin

(*Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003*)

(Received 23 December 1998; revised 8 March 1999)

Abstract Based on the wave theory of light and considered the polarizations of signal and crosstalk sources, the bit error rate and power penalty of an arrayed-waveguide grating multiplexer are calculated using the improved saddlepoint approximation. The calculated result agrees well with the result of Gauss approximation and experiment, and shows high calculation precision of the improved saddlepoint approximation.

Key words arrayed-waveguide grating multiplexer, crosstalk, saddlepoint approximation, moment generating function.