

基于快速傅里叶变换的实时相移校正算法*

李万松 苏显渝 苏礼坤 向立群

(四川联合大学光电科学技术系, 成都 610064)

摘 要 在相移测量剖面术(PMP)中,提出了一种基于快速傅里叶变换的相移校正算法,利用最初多采的一幅条纹图的信息和傅里叶变换调制度模板,快速地计算出当前的相移值。采用该算法,能实时准确地控制投影光栅的移动,大大提高了测量系统的精度和自动化程度,具有极大的实用价值。

关键词 相移测量剖面术, 快速傅里叶变换, 相移校正, 调制度。

1 引 言

在光学三维面型测量中,相移测量剖面术^[1, 2]是普遍采用的一种方法。与傅里叶变换剖面术(FTP)^[3, 4]相比较,相移测量剖面术的最大优点在于不受物体表面背景和反射率的影响,精度较高。但它需要采集至少 3 幅以上的条纹图,每幅之间的相移值要准确地知道。实际测量系统中,条纹图的相移是靠步进电机带动投影光栅平移来实现的。由于机械加工和步进电机的失步等各种原因,期望的相移值常常不能准确地得到,这给测量结果带来了误差。为了解决相移的准确性问题,可以从硬件和软件两个方向来加以考虑。对于硬件方法,基于普遍采用的投影光栅周期为 500 μm ,可以采用精密的微位移传感器(精度为 1 μm 左右)来实时地监控光栅移动的距离,将实际移动的距离反馈给计算机,然后再驱动步进电机作相应的补偿,这样就能精确地控制相移。但市场上工作稳定的微位移传感器价格昂贵,且其体积较大,设计和安装十分不便。

Kong 等人提出了一种迭代算法来计算干涉条纹的相移值^[5],我们已将其引入相移测量剖面术中。该算法是对获取的至少 5 幅条纹图进行最小二乘方拟合迭代,最后得到几幅条纹图之间的相移值,该方法具有很高的精度。但该算法是在所有的条纹图都采集完以后再算出它们之间的相移,且条纹图必须在 5 幅以上;加上其迭代次数较多,计算速度很慢,极不适用于对光栅移动的实时控制。

本文针对以上问题,提出一种基于快速傅里叶变换和调制度模板的快速算法,从软件上解决了实时获取两幅条纹图之间相移值的问题,能够及时准确地控制光栅移动。由于其方便灵活,又不增加系统的硬件开销,具有极大的推广应用价值。

* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1998-06-01; 收到修改稿日期: 1998-07-22

2 相移校正原理

2.1 2 帧快速傅里叶变换算法

相移测量剖面术系统的原理光路如图 1 所示。物体表面的变形条纹图可用下式表示:

$$I(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos \Phi(x, y) \quad (1)$$

式中 $A(x, y)$ 为背景光强, $B(x, y)$ 为条纹的对比度, 物面高度信息被编码在条纹相位 $\Phi(x, y)$ 中, $I(x, y)$ 为探测器接收到的光强值。设另一条纹图相对于该图有 δ_1 的相移, 可表示为:

$$I_1(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos [\Phi(x, y) + \delta_1] \quad (2)$$

采用快速傅里叶变换算法可求出 δ_1 。一般来说背景光强 $A(x, y)$ 是慢变化函数, 其空间频率低于载频, 因而 $A(x, y)$ 的频谱分布和 $B(x, y) \cos \Phi(x, y)$ 的频谱分布是相互分离的。而 (1) 式右边第二项可表示为:

$$B(x, y) \cos \Phi(x, y) = \frac{1}{2} B(x, y) \exp [i\Phi(x, y)] + \frac{1}{2} B(x, y) \exp [-i\Phi(x, y)] \quad (3)$$

两边进行傅里叶变换, 很明显, 在频谱上 (3) 式右边两项分别位于零频的两侧, 滤出其中的一项, 然后进行逆傅里叶变换, 就能得到相位分布 $\Phi(x, y)$ 。对 (2) 式进行同样的操作可得到相位分布 $\Phi(x, y) + \delta_1$, 二者相减便得到相移值 δ_1 。但实际的频谱分布如图 2 所示, $A(x, y)$ 与 $B(x, y) \cos \Phi(x, y)$ 的频谱并非完全分离, 有较大的部分是重叠在一起的。这就不可能准确地滤出 $\frac{1}{2} B(x, y) \exp [i\Phi(x, y)]$ 所对应的频谱, 这将在计算出的相位分布 $\Phi(x, y)$ 和最终得出的相移值 δ_1 中引入较大的误差。

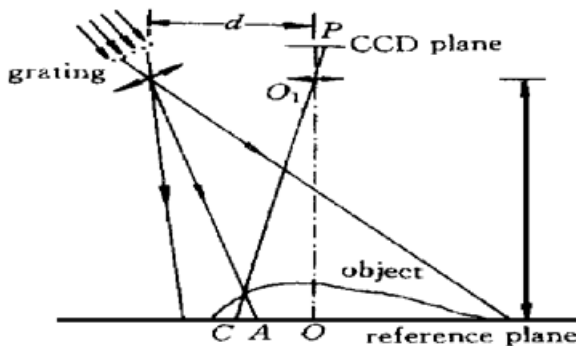


Fig. 1 Optical geometry of PMP system

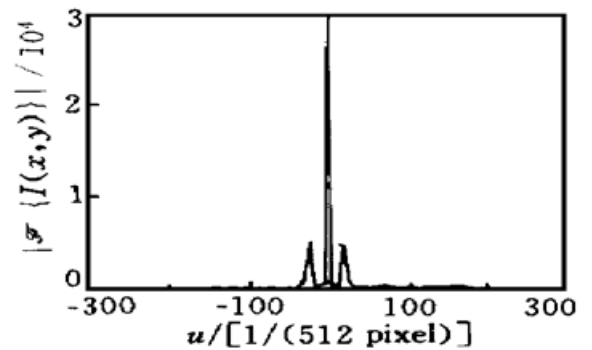


Fig. 2 Practical spectrum distribution of a fringe pattern (1-D)

2.2 2+ 1 帧快速傅里叶变换算法

针对 2 帧快速傅里叶变换算法的缺点, 提出了 2+ 1 帧快速傅里叶变换算法, 即再进行一次相移, 得到条纹分布 $I_2(x, y)$ 。应用 2+ 1 帧算法, 可以准确地求出 $I_2(x, y)$ 和 $I_1(x, y)$ 之间的相移值 δ_{21} ($\delta_{21} = \delta_2 - \delta_1$)。

$$I_2(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos [\Phi(x, y) + \delta_2] \quad (4)$$

式中 δ_2 为 $I_2(x, y)$ 相对于 $I(x, y)$ 的相移值。由 (1) 式、(2) 式、(4) 式可得:

$$I_1(x, y) - I(x, y) = 2B(x, y) \sin \left(\frac{\delta_1}{2} \right) \cos \left[\Phi(x, y) + \frac{\delta_1}{2} + \frac{\pi}{2} \right] \quad (5)$$

$$I_2(x, y) - I(x, y) = 2B(x, y) \sin \left(\frac{\delta_2}{2} \right) \cos \left[\Phi(x, y) + \frac{\delta_2}{2} + \frac{\pi}{2} \right] \quad (6)$$

由 (5) 式和 (6) 式可知, $[I_1(x, y) - I(x, y)]$ 和 $[I_2(x, y) - I(x, y)]$ 不再含有背景项

$A(x, y)$, 而 $\sin(\frac{\delta_1}{2})$ 、 $\sin(\frac{\delta_2}{2})$ 是未知常量。以(5)式为例, 其频谱分布形式与(3)式相同, 没有背景干扰(类似于图5)。可以很容易地滤出一个一级谱, 然后进行逆傅里叶变换得到其相位分布 $\Psi_1(x, y) = \Phi(x, y) + \frac{\delta_1}{2} + \frac{\pi}{2}$ 。同理, 得到相位分布 $\Psi_2(x, y) = \Phi(x, y) + \frac{\delta_2}{2} + \frac{\pi}{2}$ 。虽然 $\Psi_1(x, y)$ 和 $\Psi_2(x, y)$ 都是截断相位分布, 但我们并不关心其真实的连续相位分布, 只需知道它们之间的相位差, 因此不必进行复杂的相位展开。则 $I_2(x, y)$ 和 $I_1(x, y)$ 之间的相移值 δ_{21} 为:

$$\delta_{21} = 2E\{\Psi_2(x, y) - \Psi_1(x, y)\} \quad (7)$$

E 表示求均值。由于没有背景的干扰, δ_{21} 的精度将比直接对(2)式和(4)式使用2帧快速傅里叶变换算法得到的精度大大提高。

2.3 傅里叶变换调制度模板

在(5)式中虽然不再有背景的影响, 但由于被测物体表面的高度分布对光栅的载频进行了调制, 在物体表面高度变化剧烈的地方, 变形条纹的瞬时频率偏离载频较远。而且这些地方对投影光的反射率往往由于角度和遮挡等原因而变得很小, 因此这些地方的相位是不可靠的。如果在计算2幅条纹图的相移时把这些地方的相位也计算在内, 其误差是很大的。本文设计了一个特殊的滤波器来制作一个模板, 以去掉不可靠的相位。

图5为2幅条纹图之差的频谱, 其对称分布于零频两侧。设单边一级谱为:

$$H(u, v) = \mathcal{F}\left\{\frac{1}{2}B(x, y) \exp[i\Phi(x, y)]\right\} \quad (8)$$

其中 $\mathcal{F}\{\}$ 为傅里叶变换。设滤波函数为 $W(u, v)$, (8)式滤波后进行逆傅里叶变换, 得:

$$\mathcal{F}^{-1}\{H(u, v)W(u, v)\} = a(x, y) + ib(x, y) \quad (9)$$

定义傅里叶变换调制度分布为:

$$M(x, y) = |\mathcal{F}^{-1}\{H(u, v)W(u, v)\}| = \sqrt{a^2(x, y) + b^2(x, y)} \quad (10)$$

如滤波函数为矩形窗, 使单边一级谱无衰减地透过[即在整个单边谱范围内 $W(u, v) = 1$], 得到的调制度分布为 $M(x, y) = \frac{1}{2}B(x, y)$ 。这时调制度只跟条纹对比度有关, 而与条纹的瞬时频率无关。

如果 $W(u, v)$ 具有一定的分布(如图6中虚线所示), 其在载频频率处有最大值1, 载频两侧其值逐渐减小, 形成一带通滤波器。显然滤波函数对较高和较低的频率成分进行了强烈的衰减。经逆傅里叶变换后得到的调制度分布 $M(x, y)$ 中, 原条纹图中瞬时频率偏离载频越远的地方的衰减越强烈, 因而其调制度值将越小, 而这些地方的相位也是不可靠的(见实验部分图7和图8)。因此, 预先设定了一个域值 T , 凡是调制度大于 T 的点的相位被认为是可靠的, 在用(7)式计算相移值时使用, 而其余的点则不使用。

实际上, 采用归一化单边一级谱的模为滤波函数 $W(u, v)$ (图6中实线), 即:

$$W(u, v) = C|H(u, v)| \quad (11)$$

$$M(x, y) = C|\mathcal{F}^{-1}\{H(u, v)|H(u, v)|\}| \quad (12)$$

(11)式中 C 为归一化常数。在一幅条纹图中, 载频的成分最多, 表现在频谱上就是载频频率处的频谱模值最大, 而大于和小于载频的频率成分模值逐渐减少, 其性质与上面讨论的带通滤波函数一样。用 $C|H(u, v)|$ 作滤波函数的优点在于可以不必专门去制作滤波器, 也不必考虑滤波器放置的位置, 因此提高了测量系统的自动化程度。

在引入了调制度模板后, 大大减小了由于条纹图本身的一些缺陷而导致的误差, 使采用

2+ 1 帧算法得到的相移值的精度进一步提高。

3 实验结果

在测量系统中, 步进电机通过传动装置带动光栅移动, 光栅周期为 $500 \mu\text{m}$ 。设采用 4 帧相移法, 则每次相移的期望值为 90° 。在采集第一幅条纹图之前有一个消回差的步骤, 即将光栅向正常相移方向移动一段距离。采用 2+ 1 帧算法时, 在消回差前就采集一幅条纹图 $I(x, y)$, 然后再消回差, 采第一幅图 $I_1(x, y)$; 之后再进行一次相移, 再采第二幅图 $I_2(x, y)$ 。实时计算出实际相移值 δ_{21} , 将 δ_{21} 同期望值 90° 比较, 如果二者不同, 则马上进行 $\Delta = 90^\circ - \delta_{21}$ 的补偿相移(实际上 Δ 总是大于等于 0, 不存在反向移动光栅的问题), 保证第二幅有效条纹图相对于 $I_1(x, y)$ 的相移值为 90° 。以后依次类推, 实时补偿相移值, 最后采集到所期望的 4 幅条纹图。整个系统为以本文提出的快速傅里叶变换算法为基础的闭环控制系统。

实际计算时只需要一行条纹数据, 进行一维快速傅里叶变换。图 3 为三幅叠加在一起的条纹图。

图 4 为两幅图之差 $I_1(x, y) - I(x, y)$ 。 $I(x, y)$ 的频谱分布类似于图 2, 其一级谱无法准确地被滤出。

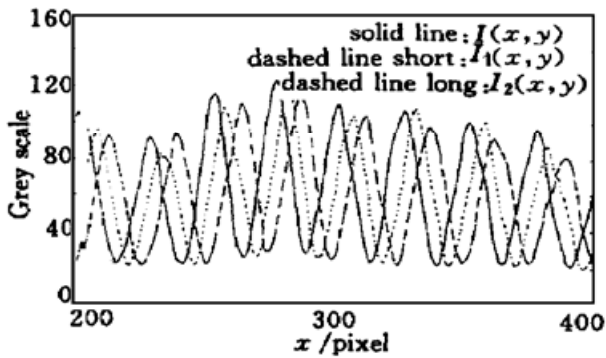


Fig. 3 1-D fringe pattern (acquired by CCD)

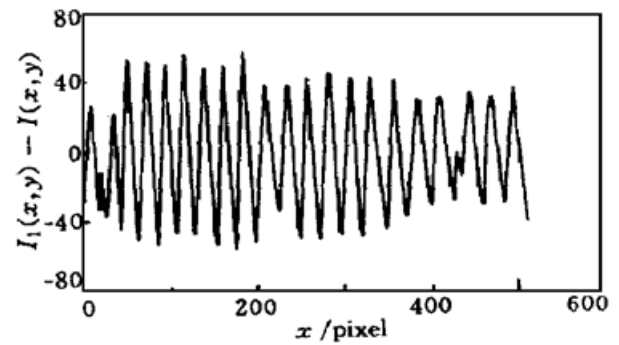


Fig. 4 Difference of two fringe pattern [$I_1(x, y) - I(x, y)$]

图 5 为 $I_1(x, y) - I(x, y)$ 的频谱分布, 背景的谱被去掉了。

图 6 中实线为本文采用的用于制作调制度模板的滤波函数。 $I_2(x, y)$ 与 $I_1(x, y)$ 之间实际的相移值为 71.4° , 采用 2 帧法得到的相移分布 [$\Psi_2(x, y) - \Psi_1(x, y)$], 如图 7 所示, 平均值为 73.6° , 其分布的噪声和方差均较大。

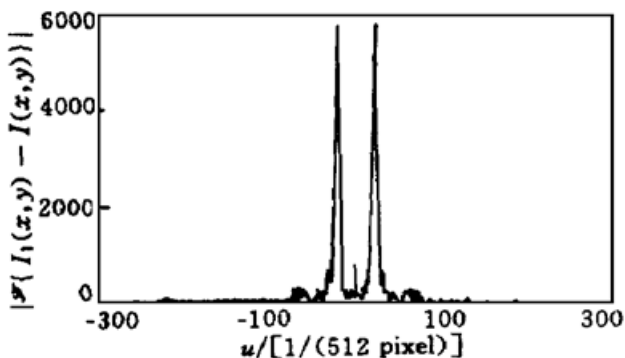


Fig. 5 Spectrum distribution of Fig. 4

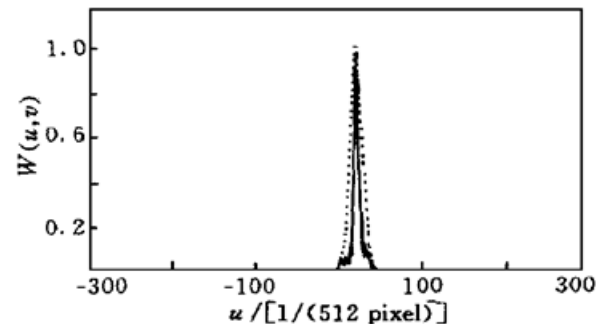


Fig. 6 Filter function. solid line: $C|H(u, v)|$, filter used in this paper; dashed line: general filter

没有调制度模板时采用 2+ 1 帧算法得到的相移分布如图 8 所示, 平均值为 72.3°, 其方差明显减小了, 但在一些地方仍然存在较大的噪声。

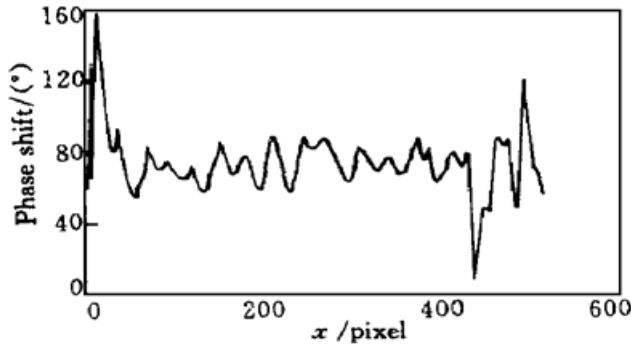


Fig. 7 Phase shifting distribution (2 frame FFT)

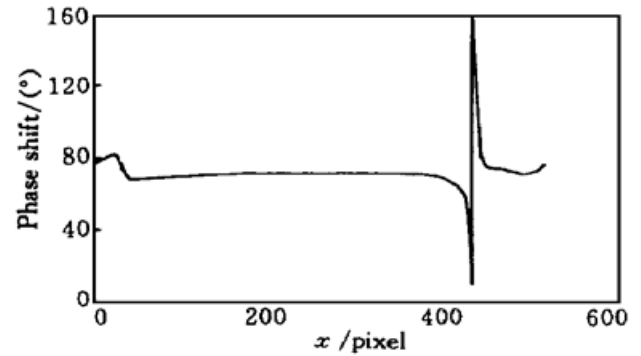


Fig. 8 Phase shifting distribution (2+ 1 frame FFT, no modulation mask)

计算出的调制度分布如图 9 所示, 图中实线为 $[I_2(x, y) - I(x, y)]$ 的调制度, 虚线为 $[I_1(x, y) - I(x, y)]$ 的调制度。实际上只需选择一个调制度分布为标准, 这里选择图中的实线。为了提高处理的自动化程度, 动态地选择调制度域值 T , 即先算出调制度分布的直方图, 根据一个设定的比例计算出 T 。这里 T 的值为 30。

图 10 就是使用了调制度模板后得到的有效相移分布, 调制度低于 30 的点被视为无效点, 可以明显地看出, 其中噪声大的点被去掉了。最后算出的平均相移值为 71.2°, 与实际相移仅相差 0.2°, 精度与一般的微位移测量器相同。

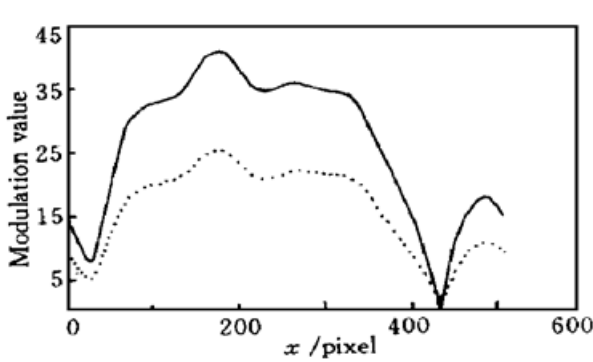


Fig. 9 FFT modulation mask. solid line: calculated by $I_2(x, y) - I(x, y)$; dashed line: calculated by $I_1(x, y) - I(x, y)$

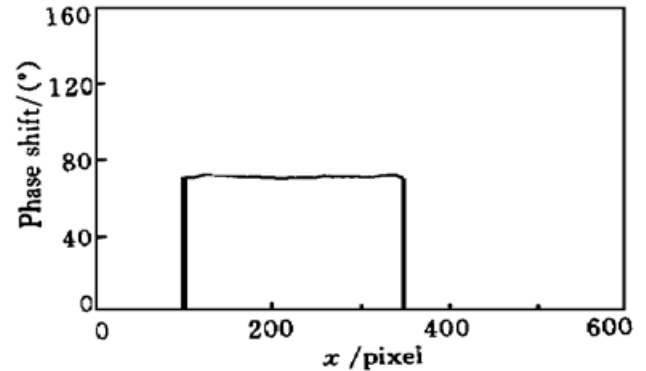


Fig. 10 Phase shifting distribution (2+ 1 frame FFT, add modulation mask). The noise in Fig. 8 have been erased

系统采用 586 微机, 配合 DT3152 图像板和 TM-6AS CCD 摄像机进行图像的采集处理。完成 512 点的相移计算仅需 1 至 2 秒钟, 完全可以满足实时测量的需要。

结 论 提出了基于快速傅里叶变换和调制度模板的相移校正算法, 克服了被测物体表面背景和相位不可靠点的影响, 计算出的相移值精度与一般的微位移测量器的测量结果相同。而且由于其计算速度很快, 适应于对系统相移的实时监控。采用该算法, 系统不必增加任何硬件, 速度快, 自动化程度高, 在实际应用中具有极大的推广价值。

参 考 文 献

- [1] Srinivasan V, Lui H C, Halioua M. Automatic phase-measuring profilometry of 3-D diffuse object. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(18) : 3105~ 3108
- [2] Su Xianyu, Zhou Wensen, von Bally G *et al.*. Automated phase-measuring profilometry using defocus projection of the Rochi grating. *Opt. Commun.*, 1992, **94**(6) : 561~ 573
- [3] Takeda M, Mutoh K. Fourier transform profilometry for the automatic measurement 3-D object shapes. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24) : 3977~ 3982
- [4] Li Jian, Su Xianyu, Guo Lurong. Improved Fourier transform profilometry of the automatic measurement of three-dimensional object shapes. *Opt. Engng.*, 1990, **29**(12) : 1439~ 1444
- [5] Kong I B, Kim S W. General algorithm of phase-shifting interferometry by iterative least-squares fitting. *Opt. Engng.*, 1995, **34**(1) : 183~ 188

Simultaneous Calibration Algorithm of Phase-Shifting Based on FFT

Li Wansong Su Xianyu Su Likun Xiang Liqun
(*Opto-Electronics Department, Sichuan Union University, Chengdu 610064*)

(Received 1 June 1998; revised 22 July 1998)

Abstract In phase-measuring profilometry (PMP), a new simultaneous calibration algorithm of phase-shifting based on fast Fourier transform (FFT) is presented. The current phase shifting is calculated with the help of the information of a additional fringe pattern and a FFT modulation mask. With this algorithm, the moving of the project grating can be controlled accurately and simultaneously, the accuracy and the automation of the measuring system are improved greatly.

Key words phase-measuring profilometry, fast Fourier transform, phase-shifting calibrate, modulation mask.