

基于倒置结构的直接体积重建*

谌 飏 吕东辉 庄天戈

(上海交通大学生物医学工程系, 上海 200030)

摘 要 通过多个点状探测器在三维空间中的适当分布的排列, 得到了基于倒置结构 X 射线锥形束投影的直接体积重建三维成像模式。与锥形束边界重建相结合, 针对倒置结构构造的重建算法及其数值仿真表明, 新的成像模式相对于传统的锥形束边界重建, 在实际存在 X 射线投影噪声情形下有明显的优点。

关键词 直接体积重建, 边界重建, 锥形束重建, X 射线三维成像, 无损检测。

1 引 言

与从系列一维投影重建二维断面内密度分布函数的断层重建相对应, 直接体积重建就是从系列二维 X 射线投影得到体积内的参数分布函数。一方面, 类似于卷积反投影的体积重建算法可看作二维断层重建在三维情形的直接推广^[1], 同时利用中间函数^[2, 3]找到了将 X 射线投影与伪 Radon 变换或三维 Radon 变换的一阶偏导数相联系的解析算法。另一方面, 重建数据的跃变(而不是 X 射线密度函数的边界重建技术)引起了研究者的注意。在某些应用中, 内部结构或形状比密度分布更有意义。

在传统的正向成像结构下, 理想的点状 X 射线源发射锥形 X 射线束, 而用二维平面探测器接收衰减的 X 射线投影和大量的由康普顿效应引起的二次 X 射线。因而目前的全局或局部、密度或边界重建算法的结果不可避免地受到散射光子噪声的劣化, 且情况比二维重建情形更为严重。因此在正向结构下, 很难获得重建算法的理想图像质量。用于二维平面摄影的倒置成像结构^[4, 5], 为克服传统锥形束成像结构的缺点提供了可能性。本文将锥形束边界重建与经过扩展的倒置结构相结合, 提出了一种新的基于锥形束投影的体积成像结构, 并得到了实现该结构的算法, 给出了边界体积成像的数值仿真结果。

2 直接体积重建的倒置成像结构

与通常用于 X 射线放射摄影或二维断层重建的正向结构不同, 倒置成像结构使用了点状探测器而不是一维线阵或二维平面阵探测器; 采用了平面阵扫描 X 射线源而不是点状 X 射线源(见图 1)。如果平面阵的扫描时间足够短, 一个点状探测器可得到一幅等价的二维 X 射

* 国家自然科学基金及上海市青年科学基金资助项目(96QF13)

收稿日期: 1997-10-27; 收到修改稿日期: 1997-12-15

线投影。这里等价意味着可将扫描 X 射线源阵看作虚拟的二维探测器，而将点状探测器看作一个虚拟的点状 X 射线源。由于几乎没有散射光子进入点状探测器，因而可获得很高信噪比的 X 射线投影数据。注意到倒置结构的两个特点：1) 投影数据的信噪比极高，意味着不必考虑数据噪声而能获得最优的重建结果；2) 三维空间内探测器可以灵活排列，意味着可以实现通常成像系统所需要的很复杂的扫描结构，例如用于精确锥形束重建的所谓完全结构^[6, 7]。

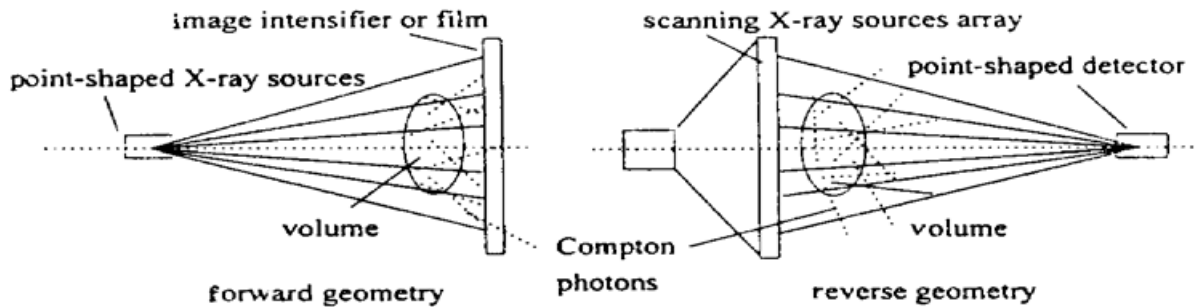


Fig. 1 Forward geometry and reverse geometry for X-ray imaging

作者将原始的倒置结构进行扩展，提出了三维成像中倒置结构的框架。在图 2 中，首先在三维空间中排列多个点状探测器，以实现所期望的等价结构或满足所谓完全性条件的要求。最简单的平面单个圆轨迹，可由弧段旋转构成；较复杂的空间扫描轨迹，如单个圆加几个垂直弧段可通过旋转互相垂直的弧段来实现。当弧段上放置多个点状探测器时，尽管有极少数散射光子会进入某些点状探测器，但与正向结构大尺寸的平面探测器相比，此边界效应可以忽略不计，仍可保持较高信噪比特性。在成像结构物理实现时，NaI 类晶体适于用作点状探测器，扫描 X 射线源平面阵可从商业公司获得，或由平面上在 x 和 y 方向移动 X 射线点源来模拟。

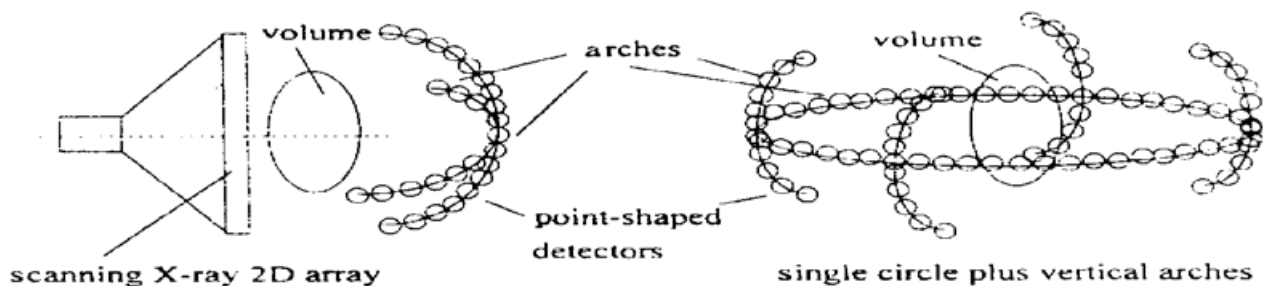


Fig. 2 Reverse geometry for direct volume reconstruction

3 理论分析

针对倒置结构直接体积重建，需将已有的算法^[11]进行修正以适合新的成像扫描结构。由于通常边界重建对投影噪声很敏感，而倒置结构将有效地抑制散射噪声，因而本文主要考虑边界重建。令 $f(x)$ 为三维空间的密度分布函数，方向矢量 $\theta \in S^2$ (S^2 为单位球面)，X 射线投影(或 X 射线变换) Pf 为：

$$Pf[\phi(\lambda), \theta] = \int_0^{\infty} [f[\phi(\lambda) + t\theta] dt$$

上式中 $\phi(\lambda)$ 为三维曲线， $\lambda \in [\lambda_1, \lambda_2]$ 为曲线参数变量。注意 $\phi(\lambda)$ 为虚拟的 X 射线源轨迹曲线，实际上是点状探测器的排列曲线。Smith 等人^[8, 9]开发了一种在二维情形下从 X 射线变

换 Pf 重建 $\Delta f(x)$ 而不是 $f(x)$ 的方法。数学上算子 Δ 为伪椭圆微分算子, 保持了与 $f(x)$ 相同的奇异支撑。

对于倒置结构体积重建, 作者修正了 Louis 算法^[10]。新算法要点是重建 $\Delta f(x)$ 的一种滤波结果, 并针对倒置结构对 X 射线投影 Pf 进行加权处理。实验结果表明新函数具有与 $f(x)$ 相同的奇异性支撑。

对于正向结构, 借用 Louis 的表述, 目标是得到 $f_R(x)$:

$$f_R(x) = D_x P^* D_\theta Pf(x) \quad (1)$$

式中 D_θ 是相对于 θ 作用于 $Pf(x)$ 上的算子, P^* 为广义反投影算子, D_x 为作用于 x 上的算子,

$$P^* g(x) = \int_{\lambda \in [\lambda_1, \lambda_2]} \frac{1}{\|x - \Phi(\lambda)\|} g[\Phi(\lambda), \frac{x - \Phi(\lambda)}{\|x - \Phi(\lambda)\|}] d\Phi(\lambda) \quad (2)$$

而对于倒置结构, 实际上重建目标为 $f'_R(x)$:

$$f'_R(x) = D_x P^* D_\theta W_{x, o, \gamma} Pf(x) \quad (3)$$

式中 $W_{x, o, \gamma}$ 为权函数, 定义:

$$W_{x, o, \gamma} = \frac{|\overline{\Phi(\lambda) o} \cdot \gamma|}{\|\Phi(\lambda) M\|} \quad (4)$$

式中 $\overline{\Phi(\lambda) o}$ 为虚拟 X 射线源和虚拟探测器中心 o 的连线, γ 为虚拟探测器平面的单位法向矢量, M 为经过 $\Phi(\lambda)$ 和点 x 的直线与虚拟探测器平面的交点, $\|\cdot\|$ 为矢量模。在实现(3)式时, 令 $D_x = \Delta$, D_θ 等于恒等算子, 而 Δ 为三维拉普拉斯算子。(2)式在图像重建的文献中很常见, 并且容易计算。

在倒置结构中, 将虚拟探测器平面定义为三维空间带一些参数(如中心 o 、平面法向矢量 γ 和探测器平面阵边长 l)的矩形格板。由此虚拟探测器平面中心 o 与虚拟 X 射线源 $\Phi(\lambda)$ 的连线不必与探测器平面垂直。注意到重建体积在傅里叶域与 $f^\wedge(\rho)$ 的关系为

$$f^\wedge_R(\zeta) = \|\zeta\| \int_R f^\wedge(\rho \zeta) |\rho| C_{\Phi(\lambda), \zeta(\rho)} d\rho \quad (5)$$

式中 $C_{\Phi(\lambda), \zeta(\rho)}$ 为冲激函数 $\delta(\rho - 1)$ 的近似, 其值依赖于虚拟源轨迹曲线 $\Phi(\lambda)$ 和变量 ζ 。对于一些复杂的源轨迹曲线, 例如单个圆加弧段, 很难就 $C_{\Phi(\lambda), \zeta(\rho)}$ 给出闭式的估计。但实验结果支持(5)式中不很严格的理论假设。

4 数值仿真

假定待重建的体积为中心位于原点的立方体, 大小为 $[-1, 1] \times [-1, 1] \times [-1, 1]$ 。因而包含该体积的支撑为半径 $\sqrt{3}$ 的球。作为第一步工作, 仍采用虚拟源轨迹曲线 $\Phi(\lambda)$ 为单个圆的等价结构。平面单个圆由 L 个弧段构成, 在第 k 段上, 虚拟 X 线源分布在曲线 $\Phi(\lambda)$ 上:

$$(A \cos \lambda, A \sin \lambda, 0)^T, \quad \lambda \in [2\pi(k-1)/L, 2\pi k/L]$$

式中 A 为圆半径, 例如 $A = 10$ 。虚拟探测器平面的中心为

$$[-B \cos [2\pi(k-1)/L], -B \sin [2\pi(k-1)/L], 0]^T$$

法向向量为 $\{B \cos [2\pi(k-1)/L], B \sin [2\pi(k-1)/L], 0\}^T$ 。

式中 B 为虚拟探测器平面中心至原点的距离, 例如 $B = 1.5 > \sqrt{2}$ 。虚拟探测器平面大小为 $[-2, 2] \times [-2, 2]$, 包含 $M \times M$ 个像素, 重建体积包含 $N \times N \times N$ 个体素。在每个弧段上, 分布 T 个虚拟 X 射线源, 因此虚拟源的总数为 $L \times T$ 。

作者建立了用于数值实验的体积数学模型(见附录 1): 模型以几个在空间不对称分布、大小和密度不同的椭球模拟人的头部, 图 3 和图 4 分别为模型沿不同坐标轴的切片的图像。假定 $A = 10$, $B = 1.5$, $T = 10$, $L = 12.8$, $M = 256$, $N = 256$, 则虚拟探测器平面像素的大小为 0.015625^2 , 重建体积的体素大小为 0.0078125^3 。首先根据第 3 节中的算法重建模型沿 y 轴的切片图像(见图 5)。出现在远离中间点(或原点)的伪像起因于单个圆轨迹不满足完全性条件的事实。但是, 内部椭球的边界是可见的。重建体积模型沿 z 轴的切片(见图 6), 内部的椭球容易辨认。

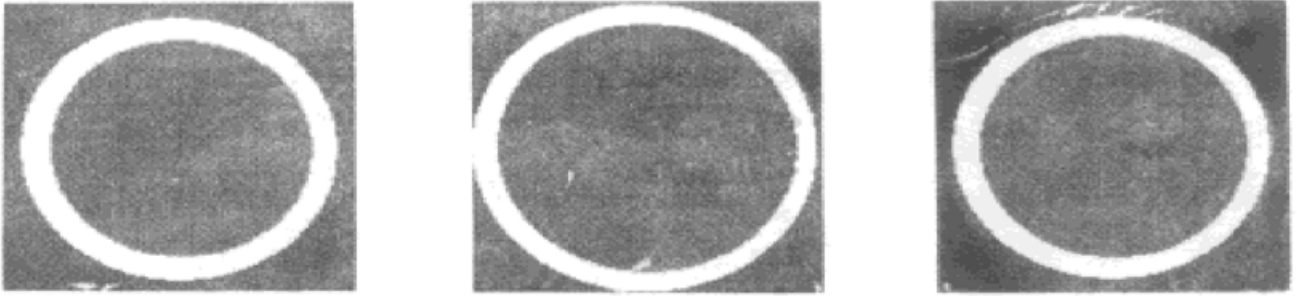


Fig. 3 Volume phantom, slices: $y = -0.5, 0, 0.5$

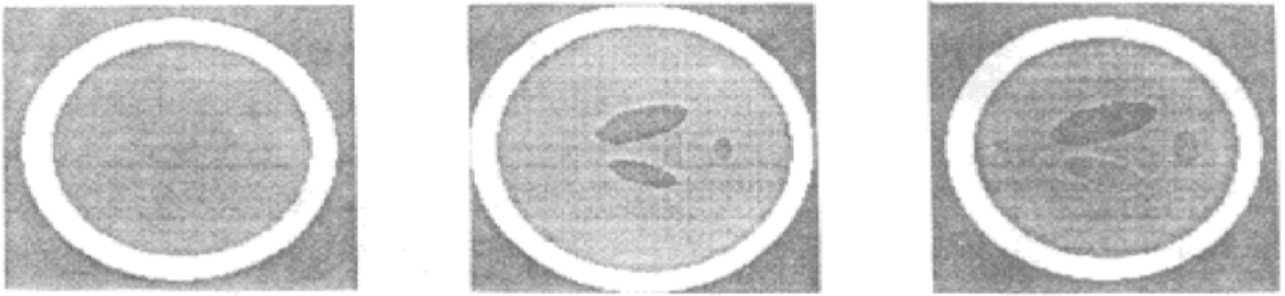


Fig. 4 Volume phantom, slices: $z = -0.5, 0, 0.5$



Fig. 5 Boundary reconstruction under reverse geometry, slices: $y = -0.5, 0, 0.5$

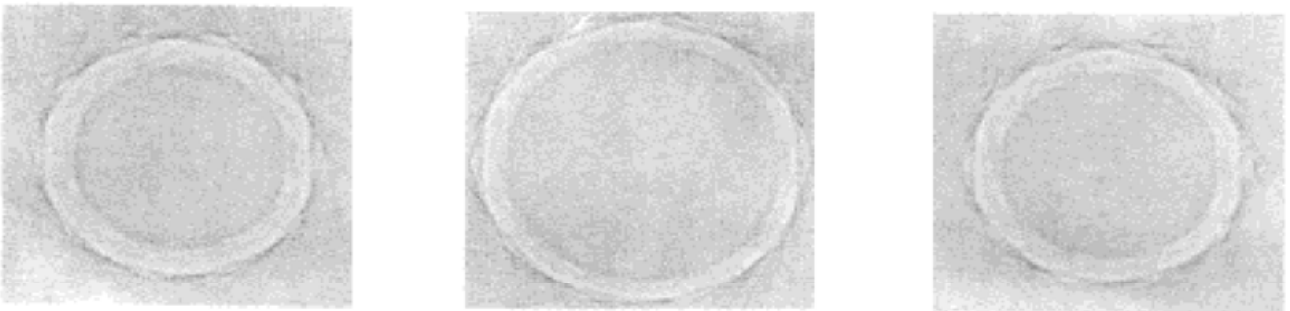


Fig. 6 Boundary reconstruction under reverse geometry, slices: $z = -0.5, 0, 0.5$

最后, 将正向结构与新提出的倒置结构的成像结果加以比较。对于传统正向结构的单个圆轨迹, 假定半径为 10, 探测器的大小仍为 $[-2, 2] \times [-2, 2]$, X 射线源数为 256 且等间隔分布在 $0 \rightarrow 2\pi$ 上。针对每个投影, 叠加 $\mu = 0$ 和 $\sigma = 0.03$ 的高斯分布的随机噪声, 其中 μ 为噪声的均值, σ 为投影最大值的 0.24%, 重建结果见图 7。由于边界重建通常对噪声敏感, 正向结构下不可避免的噪声将导致劣化的边界重建结果。

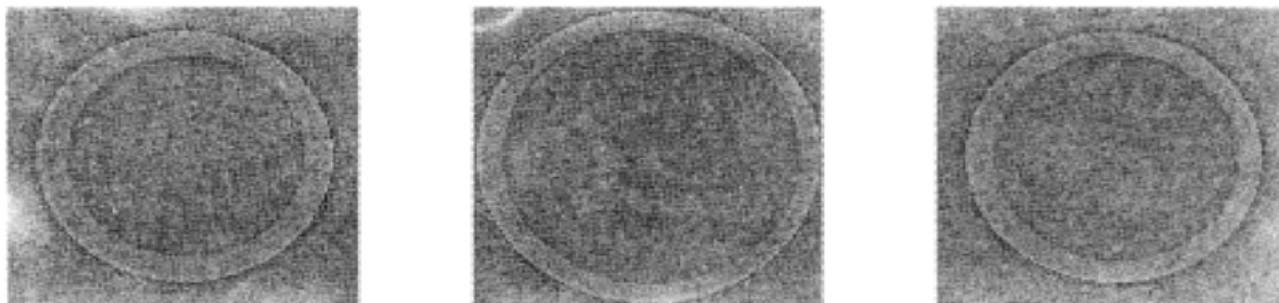


Fig. 7 Boundary reconstruction under forward geometry with noise, slices: $z = -0.5, 0, 0.5$

结 论 本文首先提出了用于二维和三维 X 射线成像的倒置结构成像模式。与修正的边界重建算法相结合, 新的成像模式比传统的正向结构有显著的优点: X 射线投影数据信噪比较高, 使得边界重建结果几乎不受散射噪声影响; 可实现复杂的投影完全的扫描成像结构, 比正向结构更为切实可行。算法的数值仿真表明基于倒置成像结构的三维成像模式是有价值的。倒置结构的唯一缺点是 X 射线剂量的利用率较低。但是考虑到投影数据信噪比较高, 因而可以适当降低 X 射线剂量。新的成像结构将特别适用于工业三维成像的应用, 如材料的无损检测等。

参 考 文 献

- [1] L. C. Feldkamp, L. C. Davis, J. W. Kress. Practical cone beam algorithm. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1984, **1**(6) : 612~ 619
- [2] B. D. Smith. Cone-beam tomography: recent advances and a tutorial review. *Opt. Engng.*, 1990, **25** (9) : 524~ 534
- [3] P. Grangeat. Mathematical framework of cone beam 3D reconstruction via the first derivative of the Radon transform, In: Herman G. T., *et al.*, eds., *Mathematical Methods in Tomography*, Berlin: Springer Verlag, 1991, 66~ 97
- [4] T. M. Albert, R. D. Albert. X-ray system applications using reverse geometry for high sensitivity. *Materials Evaluation*, 1993, **51**(9) : 1020~ 1026
- [5] R. D. Albert, T. M. Albert. Aerospace application of X-ray system using reverse geometry, *Materials Evaluation*, 1993, **51**(12) : 1350~ 1352
- [6] A. A. Kirillov. On a Problem of I. M. Gel'fand, *Doklad: Akad. Nauk, SSSR*, 1961, **137** : 276~ 277
- [7] H. K. Tuy. An inversion formula for cone-beam reconstructions. *SIAM J. Appl. Mathematics*, 1983, **43**(6) : 546~ 552
- [8] K. T. Smith, F. Keinert. Mathematical foundations of computed tomography. *Appl. Opt.*, 1985, () : 3950~ 3957
- [9] A. Faridani, E. L. Ritman, K. T. Smith. Local tomography. *SIAM J. Appl. Mathematics*, 1992, **52**(2) : 419~ 484
- [10] A. K. Louis, P. Maass. Contour reconstruction in 3D X-ray CT, *IEEE Trans. on Medical Imaging*,

1993, 12(4) : 764~ 769

[11] 谌 飏, 庄天戈. 锥形束 X 线直接体积成像的理论研究. 上海交通大学学报, 1997, 21(2) : 63~ 66

附录 1 仿真体积模型描述

模型: 5 个椭球

(1) 中心: (0.0, 0.0, 0.0); 密度: 2.0

三个半轴: (0.7121, 0.0, 0.0), (0.0, 0.9721, 0.0), (0.0, 0.0, 0.9721)

(2) 中心: (0.0, 0.014084, 0.014084); 密度: - 0.98

三个半轴: (0.842, 0.0, 0.0), (0.0, 0.842, 0.0), (0.0, 0.0, 0.842)

(3) 中心: (0.0, 0.014084, 0.014084); 密度: - 0.32

三个半轴: (0.08, - 0.026, 0.0), (0.07332, 0.22569, 0.0), (0.0, 0.0, 0.57716)

(4) 中心: (- 0.1684, 0.0, 0.029164); 密度: - 0.32

三个半轴: (0.116486, 0.03784, 0.0), (- 0.09698, 0.2985, 0.0), (0.0, 0.0, 0.5978)

(5) 中心: (0.0, 0.4593, 0.29154); 密度: - 0.16

三个半轴: (0.12247, 0.0, 0.0), (0.0, 0.076546, 0.0), (0.0, 0.0, 0.38273)

Reverse Geometry Based Direct Volume Reconstruction

Chen Biao Lu Donghui Zhuang Tiange

(*Department of Biomedical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030*)

(Received 27 October 1997; revised 15 December 1997)

Abstract A novel direct volume reconstruction method based on reverse geometry for cone beam X-ray projections is presented. We combine the cone beam boundary reconstruction with reverse geometry by extending one or two detectors to many point-shaped detectors located purposively in 3D space. The boundary reconstruction algorithm and its numerical simulation on two volume phantoms have shown that the new reverse geometry is worth considering and exploiting compared to the conventional X-ray cone beam boundary reconstruction in case of X-ray projection noise.

Key words direct volume reconstruction, boundary reconstruction, cone beam reconstruction, X-ray 3D imaging, non-destructive evaluation.