

# 激光选态激发的量子逻辑功能\*

张登玉\* \* 1), 2) 詹明生<sup>1)</sup>

1), 中国科学院武汉物理与数学研究所波谱与原子分子物理国家重点实验室, 武汉 430071

2), 中国科学院安徽光学精密机械研究所激光光谱学开放实验室, 合肥 230031

**摘 要** 基于三模激光与三能级分子相互作用时态的布居依赖于激光的位相和振幅, 提出利用激光选态激发, 实现 Fredkin 量子逻辑门的功能。

**关键词** 量子计算, Fredkin 量子逻辑门, 激光相干激发。

## 1 引 言

激光相干控制理论一般用来处理化学反应以及分子的光解和电离, 而很少讨论对分子状态的控制。这是因为分子内部状态非常复杂。本文提出用激光控制分子的状态, 把分子的某些特定状态视为量子计算中的量子位, 以便构造量子逻辑门。量子计算是通过大量的量子逻辑门来实现的。量子逻辑门是量子计算机中最基本的构造单元之一, 引起了物理学家与计算机专家的广泛关注<sup>[1-9]</sup>。量子逻辑门有两种相互作用的量子位: 控制位和目标位。控制位在通过逻辑门后保持不变, 但它的状态决定目标位的演化。如果控制位为 $|0\rangle$ , 则目标位不发生任何改变; 如果控制位为 $|1\rangle$ , 则目标位将经历一个确定的变换。

量子逻辑门中最基本的门是非门(即 NOT 门, 或称翻转门), 它能够用光谱技术来实现<sup>[1]</sup>。另一个重要的逻辑操作是异或(即 exclusive OR, 简称为 XOR), 也叫受控非(controlled-NOT)。它可用来说明经典数据是可复制的, 而量子叠加态不能复制。受控非门是一个两位的量子逻辑门, 其中第一位为控制位, 第二位为目标位, 控制位在经历异或逻辑操作前后的态是不变的, 当且仅当第一位为 $|1\rangle$ 时, 第二位才发生翻转(即 $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$ 或 $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$ )。

1982 年, Fredkin 和 Toffoli 提出一个可逆计算的逻辑门(简称为 Fredkin 门)<sup>[10]</sup>。这是一个有三根输入线和三根输出线的设备。其中有一根设计为控制线, 它的逻辑状态在通过该门时不改变, 如果控制线的位是 0, 则其余两根线的位不发生改变, 如果控制位是 1, 则其余两根线的位相互交换。Fredkin 门提出以后, 引起了人们的重视。这是因为 Fredkin 门在逻辑运算中具有普遍意义, 并且能实现可逆运算。它的功能可由一位非门和两位异或门组合起来实现。1989 年 Milburn 提出一个实现 Fredkin 门的光学模型<sup>[11]</sup>。1995 年, Chau 等学者对 Fred-

\* 国家自然科学基金资助项目。

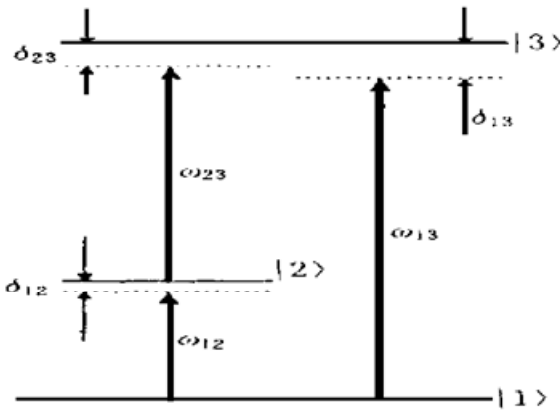
\* \* 现在联系地址: 湖南衡阳师范高等专科学校物理系, 衡阳 421008。

收稿日期: 1997-10-21; 收到修改稿日期: 1998-01-14

kin 门作了进一步探讨<sup>[12]</sup>, 他们使用两个一位和七个两位量子门来构造 Fredkin 门。本文作者曾在 Barenco 等人工作的基础上, 提出用七个基本的两位量子门实现 Fredkin 门方案<sup>[13]</sup>。但是, 以往文献的研究重点是用基本的量子逻辑门实现 Fredkin 门的功能, 尽管有文献提出了实现非门和异或门的物理模型<sup>[1, 6]</sup>, 但对如何用一个具体的物理系统实现 Fredkin 门的功能, 至今尚未见报道。本文从激光与分子相互作用的角度出发, 提出一个可行的理论模型, 即通过激光的相干控制, 达到激光选态激发, 从而实现 Fredkin 门的功能。

## 2 激光选态激发理论模型

选态激发实际上就是单量子态的制备。最近的理论研究证明, 用两相对位相可控的激光可以合成分子的局域模振动态<sup>[14, 15]</sup>。激光选态激发的理论模型为三能级系统与三模激光相互作用, 其能级图如图 1 所示, 能级能量  $E_i = h\Omega_i/2\pi$ 。设作用于三能级系统的光场表示为



$$E = (1/2) E_{12} \exp [i(\omega_{12}t + \varphi_{12})] + (1/2) E_{13} \exp [i(\omega_{13}t + \varphi_{13})] + (1/2) E_{23} \exp [i(\omega_{23}t + \varphi_{23})] + C. C., \quad (1)$$

其中  $E_{ij}$  为光场的振幅,  $\omega_j$  为光场的频率,  $\varphi_j$  为光场的初始位相。C. C. 表示复共轭项。设系统的波函数为:  $|\Psi\rangle = c_1|1\rangle + c_2|2\rangle + c_3|3\rangle$ , 它满足薛定谔方程

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi\rangle = H |\Psi\rangle, \quad (2)$$

Fig. 1 The energy levels of laser controlled state-selected excitation. The detunings are  $\delta_{12}$ ,  $\delta_{23}$  and  $\delta_{13}$ , respectively

$$H = H_0 + V = H_0 - \mu \cdot E. \quad (3)$$

在相互作用表象下, 采用旋转波近似, 得到矩阵方程

$$i \begin{bmatrix} \dot{c}_1 \\ \dot{c}_2 \\ \dot{c}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & V_{12} & V_{13} \\ V_{12}^* & 0 & V_{23} \\ V_{13}^* & V_{23}^* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中  $V_{mn} = \frac{-\mu E_{mn}}{2\hbar} \exp [i(\delta_{mnt} + \varphi_{mn})]$ ,  $m, n = 1, 2, 3$ 。  $\delta_{mn} = \Omega_{mn} - \omega_{mn}$  为频率失谐量。对形如

$$\frac{dC(t)}{dt} = A(t) C(t) \quad (5)$$

的一阶线性微分方程, Pechukas 和 Light 进行了系统的研究, 提出一种近似求解方法<sup>[16-18]</sup>。它实际上是用无限多项之和来近似表示方程(5)的精确解, 在实际处理问题中, 一般根据问题的实际情况, 选择一阶即可较好地说明问题。考虑简单的情况, 即假设各激光分别与能级共振, 亦即  $\delta_{12} = \delta_{13} = \delta_{23} = 0$ , 并设光场是在  $t = 0$  时刻作用于体系, 可得到  $|2\rangle$ 、 $|3\rangle$  态上的布居几率为

$$P_2 = |c_2(t)|^2 = \frac{\mu^2 E_{12}^2 t^2}{4\hbar^2} + \frac{\mu^4 E_{13}^2 E_{23}^2 t^4}{64\hbar^4} - \frac{\mu^3 E_{12} E_{23} E_{13} t^3}{8\hbar^3} \sin(\varphi_{12} + \varphi_{23} - \varphi_{13}),$$

$$P_3 = |c_3(t)|^2 = \frac{\mu^2 E_{13}^2 t^2}{4\hbar^2} + \frac{\mu^4 E_{12}^2 E_{23}^2 t^4}{64\hbar^4} + \frac{\mu^3 E_{12} E_{23} E_{13} t^3}{8\hbar^3} \sin(\varphi_{12} + \varphi_{23} - \varphi_{13}), \quad (6)$$

### 3 激光选态激发实现 Fredkin 量子逻辑门功能

从(6)式可知,  $P_2$ 、 $P_3$  都是随时间而变化。对于连续光而言, 几率是不可控制的, 因为  $t$  越大, 跃迁几率必然越大, 从而使态达到饱和布居。但对有一定脉宽的脉冲光则可加以控制。在一个脉冲过后, 几率是确定的, 即将(6)式中的  $t$  换成激光脉宽  $\tau$  即可。

调节光场的振幅和位相, 使(6)式满足条件:

$$1) \quad \varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_3 = 2k\pi + \pi/2, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad 4\hbar E_{12} = \mu\tau E_{13}E_{23},$$

则得到

$$\begin{aligned} P_2 &= 0 \\ P_3 &= \left[ \frac{\mu E_{13}\tau}{2\hbar} + \frac{\mu^2 E_{12}E_{23}\tau^2}{8\hbar^2} \right]^2 \end{aligned} \quad (7)$$

2) 或满足条件:

$$\varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_3 = 2k\pi + 3\pi/2, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad 4\hbar E_{13} = \mu\tau E_{12}E_{23},$$

可以得到

$$\begin{aligned} P_2 &= \left[ \frac{\mu E_{12}\tau}{2\hbar} + \frac{\mu^2 E_{13}E_{23}\tau^2}{8\hbar^2} \right]^2 \\ P_3 &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

(7)、(8)两式的物理意义在于, 通过调节光场的位相和振幅, 能够实现选态激发。(7)式表示选择态 3 而态 2 无布居。(8)式表示选择态 2 而态 3 无布居。

Fredkin 量子逻辑门的真值表见表 1, 表中  $a$  为控制位,  $b$  和  $c$  为两个目标位。可以利用上述的激光选态激发实现 Fredkin 量子逻辑门的功能。将激光控制选态对应于 Fredkin 量子门中的控制位,  $|3\rangle$ 、 $|2\rangle$  两个态对应于 Fredkin 门中的目标位。把  $|3\rangle$ 、 $|2\rangle$  看成一对量子位, 作为一个整体来理解。定义无光场控制时, ( $|3\rangle$ ,  $|2\rangle$ ) 对应量子位(1, 1), 满足条件 1) 时, ( $|3\rangle$ ,  $|2\rangle$ ) 对应量子位(1, 0); 满足条件 2) 时, ( $|3\rangle$ ,  $|2\rangle$ ) 对应量子位(0, 1); 其它情况, ( $|3\rangle$ ,  $|2\rangle$ ) 对应量子位(0, 0)。其对应关系见表 2。

如果要使两个目标量子位翻转, 即(1, 0)  $\leftrightarrow$  (0, 1), 只需控制激光的位相和振幅, 从条件 1) 变为条件 2), 或由条件 2) 变为条件 1) 即可。由此可见, 利用激光对选态激发的控制能够完成 Fredkin 量子逻辑门的功能。

Table 1. The truth table of a Fredkin gate

input			output		
$a_i$	$b_i$	$c_i$	$a_o$	$b_o$	$c_o$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

Table 2. Relation of laser coherent excitation and Fredkin quantum logic gate

laser state control as controlling bit	$E_{12} = E_{13}$ $= E_{23} = 0$	$\mathcal{Q}_2 + \mathcal{Q}_3 - \mathcal{Q}_3$ $= (2k + 1/2)\pi$ $4\hbar E_{12} = \mu\tau E_{13}E_{23}$	$\mathcal{Q}_2 + \mathcal{Q}_3 - \mathcal{Q}_3$ $= (2k + 3/2)\pi$ $4\hbar E_{13} = \mu\tau E_{12}E_{23}$	else
two target bits of Fredkin gate	(1, 1)	(1, 0)	(0, 1)	(0, 0)
( $ 3\rangle,  2\rangle$ ) states as two target bits	( $ 3\rangle,  2\rangle$ ) $\leftrightarrow(1, 1)$	( $ 3\rangle,  2\rangle$ ) $\leftrightarrow(1, 0)$	( $ 3\rangle,  2\rangle$ ) $\leftrightarrow(0, 1)$	( $ 3\rangle,  2\rangle$ ) $\leftrightarrow(0, 0)$

**小 结** 在三模激光与三能级分子(原子)相互作用中,控制激光的位相和振幅,可达到选态激发的目的。本文将这种激光选态激发与实现量子逻辑门功能结合起来,为构造量子逻辑门提供了一种新方法。本方案的关键在于使激光与分子精确谐振以及激光位相和振幅满足条件 1) 或条件 2)。该方案的特点是:其一,考虑的仅仅是 $|3\rangle$ 或 $|2\rangle$ 上有没有粒子布居,当 $|3\rangle$ 或 $|2\rangle$ 上没有粒子布居时,相当于是个虚能级,它不存在自发辐射,而自发辐射是导致量子逻辑计算过程消相干(decoherence)的主要原因之一。因此该方案能消除自发辐射导致的消相干。其二,该方案通过控制激光的参数(位相和振幅),便可知道两个目标位的状态,当条件 1) 与条件 2) 互换时,便实现了两目标位的翻转。其三,量子计算过程中,量子位存在制备、控制、相干演化及纯量子态测量四个过程。由表 2 知,由于目标量子位的状态可由外界参数确定,使得上述四个过程比较容易操作。

## 参 考 文 献

- [1] D. P. Divincenzo. Quantum computation. *Science*, 1995, **270**(10) : 255~ 261
- [2] C. H. Bennett. Quantum information and computation. *Physics Today*, October 1995, **48**(10) : 24~ 30
- [3] I. L. Chuang, Y. Yamamoto. Simple quantum computer. *Phys. Rev. (A)*, 1995, **52**(5) : 3489~ 3496
- [4] A. Barenco, D. Deutsch, A. Ekert. Conditional quantum dynamics and logic gates. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**(20) : 4083~ 4086
- [5] T. Sleator, H. Weinfurter. Realizable universal quantum logic gates. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**(20) : 4087~ 4090
- [6] J. I. Cirac. Quantum computations with cold trapped ions. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**(20) : 4091~ 4094
- [7] S. Lloyd. Almost any quantum logic gate is universal. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(2) : 346~ 349
- [8] D. P. Divincenzo. Two-bit gates are universal for quantum computation. *Phys. Rev. (A)*, 1995, **51**(2) : 1015~ 1022
- [9] C. Monroe. Demonstration of a fundamental quantum logic gates. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(25) : 4714~ 4717
- [10] E. Fredkin, T. Toffoli. Conservative logic. *Int. J. Theor. Phys.*, 1982, **21**(3) : 219~ 253
- [11] G. J. Milburn. Quantum optical Fredkin gates. *Phys. Rev. Lett.*, 1989, **62**(18) : 2124~ 2127
- [12] H. F. Chau. Simple realization of the Fredkin gate using a series of two-body operators. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(4) : 748~ 750
- [13] 张登玉, 詹明生. 构造 Fredkin 量子门的一种简易方法. *物理学报*, 1997, **46**(12) : 2344~ 2347
- [14] M. S. Zhan, Q. Huang, S. K. Zhou *et al.*. Localized molecular vibration induced by coherent lasers. *Chinese Science Bulletin*, 1995, **40**(8) : 647~ 649
- [15] Q. Huang, M. S. Zhan, S. K. Zhou *et al.*. Local molecular vibration induced by lasers. *Phys. Lett. (A)*, 1995, **205**(1) : 3~ 8

- [16] J. C. Light. Adiabatic perturbation approximation for time dependent collision processes. *J. Chem. Phys.*, 1977, **66**(11) : 5241~ 5242
- [17] P. A. Rodgers, S. Swain. Time-dependent pulses in quantum optics: the use of light's perturbation theory. *J. Phys. (B)*, 1987, **20**(3) : 617~ 628
- [18] P. Pechukas. On the exponential form of time-displacement operators in quantum mechanics. *J. Chem. Phys.*, 1966, **44**(10) : 3897~ 3912

## Quantum Logical Gate by Laser Coherent Excitation

Zhang Dengyu<sup>1), 2)</sup>      Zhan Mingsheng<sup>1)</sup>

1), *Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics,  
Wuhan Institute of Physics and Mathematics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071*

2), *Laser Spectroscopy Laboratory, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics ,  
The Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031*

(Received 21 October 1997; revised 14 January 1998)

**Abstract** A new scheme is proposed to realize the Fredkin quantum logic gate by using laser-controlled excitation of state in the three-mode laser and three-level system, in which the population depends on the laser phases and amplitudes.

**Key words** quantum computation, Fredkin quantum logic gate, laser coherent excitation.