

不均匀磁场中的静磁波传播和 导波光衍射理论*

Chen S. Tsai

(Department of Electrical & Computer Engineering and Institute for Surface and Interface Science,
University of California, Irvine, 92697 USA)

刘公强

(上海交通大学应用物理系, 上海 200030)

摘 要 理论研究了不均匀静磁场对静磁体波传播和导波光布拉格(Bragg)衍射特性的影响。计算表明, 在场强分布适当的不均匀磁场中, 静磁体波的振幅有所增加, 从而可以明显提高导波光的布拉格衍射效率。此外, 有望通过不均匀静磁场来控制衍射光的发散。

关键词 光导波, 静磁波, 不均匀静磁场, 布拉格衍射。

1 引 言

静磁波与导波光的相互作用可以产生导波光的布拉格衍射效应。藉此可以制成频谱分析器和光调制器等多种新型磁光波导器件^[1, 2]。此类器件的优点在于: 可以在很宽的频率范围内直接进行射频信号处理, 可以获得很高的调制/开关和扫描速度, 可以利用较为简单的变换器获得很大的磁光带宽。因此, 这类磁光波导器件可望具有广阔的应用前景。

为了改善静磁波传输质量, 人们采用了许多方法。例如, 采用聚焦棱镜法和弯曲变换器法来集聚静磁波传输能量和提高静磁波振幅^[2, 3]。采用不均匀磁场来有效地激励静磁波和改善其延迟、色散等特性^[4~7]。为了提高导波光的衍射效率, 人们采用了倾斜磁场方法, 实验表明, 用此法比均匀、垂直磁场情形的衍射效率提高一倍以上^[8]。

本文着重从理论上研究不均匀磁场对静磁体波的传播特性, 以及静磁波与导波光相互作用所产生的布拉格衍射效应的影响。计算表明, 不均匀静磁场可以提高静磁体波的振幅, 同时在分布适当的不均匀静磁场情况下, 可以提高导波光的布拉格衍射效率。

2 理 论

2.1 垂直磁化情形下的介电系数张量

在磁光介质中, 介电系数张量元具有如下形式^[9]:

* 美国 The Office of Naval Research 和上海市自然科学基金资助课题。

收稿日期: 1997-05-08; 收到修改稿日期: 1997-12-19

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_0(\epsilon_r \delta_{ij} + if_1 e_{ijk} M_k + f_{ijkl} M_k M_l) \quad (1)$$

式中 M_k 、 M_l 为磁化强度 M 的 k 、 l 分量, ϵ_r 为相对介电常数, f_1 和 f_{ijkl} 分别为一级和二级磁光系数, δ_{ij} 为克朗内克符号, e_{ijk} 为三级反对称交换系数。 f_{ijkl} 值与晶体指向有关, 在立方晶系中, f_{ijkl} 可简化成用三个独立分量 f_{11} 、 f_{12} 和 f_{44} 来表示。

在直角坐标系中, 垂直磁性薄膜波导磁化情况下, 介电系数张量可写成矩阵形式^[1, 12]:

$$\Delta\epsilon = \epsilon_0 \begin{bmatrix} 0 & if_1 M & -if_1 m_y \\ -if_1 M & 0 & if_1 M_x \\ if_1 m_y & -if_1 m_x & 0 \end{bmatrix} + \epsilon_0 \begin{bmatrix} (f_{12} + \Delta f/3) M^2 & 0 & 0 \\ 0 & (f_{12} + \Delta f/3) M^2 & 0 \\ 0 & 0 & (f_{12} + 2f_{44} + \Delta f/3) M^2 \end{bmatrix} + \epsilon_0 \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \Delta f m_x M/3 & \sqrt{2} \Delta f m_y M/3 & (2f_{44} + 2\Delta f/3) m_x M \\ \sqrt{2} \Delta f m_y M/3 & \sqrt{2} \Delta f m_x M/3 & (2f_{44} + 2\Delta f/3) m_y M \\ (2f_{44} + 2\Delta f/3) m_x M & (2f_{44} + 2\Delta f/3) m_y M & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中各张量元中忽略了二级小量, $\Delta f = f_{11} - f_{12} - 2f_{44}$, $M_z = M$, m_x 、 m_y 分别为交变磁化强度 m 的 x 、 y 分量。第一项与动态法拉第效应有关, 第二项与静态科顿-穆顿(Cotton-Mouton)效应有关, 第三项与动态科顿-穆顿效应有关。

2.2 在非均匀磁场中静磁波的激发和传播

在图1所示的磁性薄膜波导中, 设静磁波沿 y 向传播。则 TE 波电场矢量 e 的 y 、 z 分量

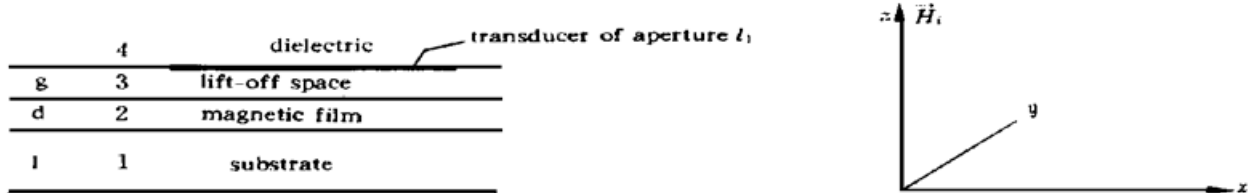


Fig. 1 The four-layer YIG-GGG waveguide structure

e_y 、 e_z , 以及交变磁场 h 的 x 分量 h_x 均等于零。由静磁近似可得

$$e_x(\Omega) \cong 0 \quad (3)$$

式中 Ω 为静磁波角频率。由于静磁波波长远小于导波光波长, 故可在静磁波所满足的麦克斯韦方程中略去推迟作用项(静磁近似), 由此可得简化后的麦克斯韦方程以及磁化强度运动方程为

$$\left. \begin{aligned} \partial h_z / \partial y - \partial h_y / \partial z &= 0, & \partial e_x / \partial z &= -i\Omega b_y, \\ \partial e_x / \partial y &= i\Omega b_z, & \partial b_y / \partial y + b_z / \partial z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$dM/dt = -\gamma M \times H \quad (5)$$

式中 b_y 、 b_z 分别为静磁波交变磁感应强度 b 的 y 、 z 分量。(5) 式中总磁场强度 H 为内静磁场 H_i 和交变磁场 h 之和

$$H = H_i + h = h_x i + h_y j + (H_i + h_z) k \quad (6)$$

式中 H_i 为外加磁场 H_0 、磁晶各向异性场 H_a 和退磁场 H_d 的矢量和。将(6)式代入(5)式, 忽略二级小量, 可得

$$\mathbf{m} = \chi \mathbf{h} = \begin{bmatrix} -\omega_0 \omega_1 / (\Omega^2 - \omega_0^2) & -i\Omega \omega_1 / (\Omega^2 - \omega_0^2) & 0 \\ i\Omega \omega_1 / (\Omega^2 - \omega_0^2) & -\omega_0 \omega_1 / (\Omega^2 - \omega_0^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中 χ 为磁化率张量, $\omega_0 = \gamma H_0$, $\omega_1 = \gamma M$ 。由于外加磁场 \mathbf{H}_0 沿 y 向不均匀分布, 因此 ω_0 是 y 的函数。如 \mathbf{H}_0 不足以将磁性薄膜磁化到饱和, 则 M 进而 ω_1 亦是 y 的函数。又

$$\mathbf{b} = \mu_0 (\mathbf{h} + \mathbf{m}) = \mu_0 \mu_r \mathbf{h} \quad (8)$$

式中 $\mu_r = (1 + \chi)$ 为相对磁导率张量。由于 \mathbf{h} 的旋度为零, 故可找到一个势函数 ψ 满足 $\mathbf{h} = \nabla \psi$, 且

$$\psi_j = [A_j \exp(a_j z) + B_j \exp(-a_j z)] \exp[i(\Omega t - Ky)], \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (9)$$

式中 $j = 1, 2, 3, 4$ 表示图 1 中的四层介质, K 为静磁体波波数。系数 A_j 、 B_j 可由边界条件确定。根据(4)~(9)式, 可以求得 TE 波的分量为

$$h_{y_j} = -iK [A_j \exp(a_j z) + B_j \exp(-a_j z)] \exp(-iKy),$$

$$h_{z_j} = a_j [A_j \exp(a_j z) - B_j \exp(-a_j z)] \exp(-iKy), \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (10)$$

$$b_{y_j} = -i\mu_0 K [A_j \exp(a_j z) + B_j \exp(-a_j z)] \exp(-iKy),$$

$$b_{z_j} = \mu_0 a_j [A_j \exp(a_j z) - B_j \exp(-a_j z)] \exp(-iKy), \quad j = 1, 3, 4 \quad (11)$$

$$b_{x_2} = -\mu_0 \mu_{12} K [A_2 \exp(a_2 z) + B_2 \exp(-a_2 z)] \exp(-iKy),$$

$$b_{y_2} = -i\mu_0 \mu_{11} K [A_2 \exp(a_2 z) + B_2 \exp(-a_2 z)] \exp(-iKy),$$

$$b_{z_2} = \mu_0 a_2 [A_2 \exp(a_2 z) - B_2 \exp(-a_2 z)] \exp(-iKy) \quad (12)$$

$$e_{x_j} = -\mu_0 \Omega (a_j / K) [A_j \exp(a_j z) - B_j \exp(-a_j z)] \exp(-iKy) = -(\Omega / K) b_{z_j}, \quad j = 1, 3, 4 \quad (13)$$

$$e_{x_2} = -\mu_0 \mu_{11} \Omega (K / a_2) [A_2 \exp(a_2 z) - B_2 \exp(-a_2 z)] \exp(-iKy) \quad (14)$$

为计算简单计, 式中略去时间因子 $\exp(i\alpha t)$ 。 $j = 1, 3, 4$ 是非磁性层, $j = 2$ 为磁性薄膜波导。为求出系数 a_j 与波数 K 之间的关系, 将(11)、(12)两式代入(4)式的最后一式得

$$a_j = |K|, \quad j = 1, 3, 4 \quad (15)$$

$$a_2 = \sqrt{\mu_{11}} |K| = \beta |K| \quad (16)$$

令磁性薄膜表面为 $z = 0$, 用 B_2 表示的八个系数 A_j 、 B_j ($j = 1, 2, 3, 4$) 可根据边界条件、电流分布函数 $J(y)$ 以及(10)~(14)式求得^[10], 其中 $J(y)$ 为

$$J(y) = \int_{-\infty}^{\infty} (h_{y_4} - h_{y_3}) dK, \quad z = g \quad (17)$$

为求得 B_2 , 将(10)式代入(17)式得

$$J(y) = -i \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-iKy) f(K, y) dK \quad (18)$$

式中

$$f(K, y) = K [A_4(y, K) \exp(|K|g) + B_4(y, K) \exp(-|K|g) - A_3(y, K) \exp(|K|g) - B_3(y, K) \exp(-|K|g)] =$$

$$f(0, K) + y \left(\frac{df(y, K)}{dy} \right)_{y=0} + \frac{y^2}{2!} \left(\frac{d^2 f(y, K)}{dy^2} \right)_{y=0} + \frac{y^3}{3!} \left(\frac{d^3 f(y, K)}{dy^3} \right)_{y=0} + \dots =$$

$$f(0, K) + f_1(y, K) \quad (19)$$

将(18)式乘以 $\exp(iK'y)$, 对 y 从 $-\infty \rightarrow \infty$ 积分并结合用 B_2 表示的七个系数 A_j 、 B_j , 不难算得

$$A_1 = \frac{i[\mathcal{J}(K) + \mathcal{J}_1(K)](1+T) \exp[(\beta+1)|K|d]}{2\pi K F(K)[1 + \exp(-2|K|l)]}, \quad B_1 = 0 \quad (20)$$

$$A_2 = \frac{i[\mathcal{J}(K) + \mathcal{J}_1(K)]T \exp(2\beta|K|d)}{2\pi K F(K)}, \quad B_2 = \frac{i[\mathcal{J}(K) + \mathcal{J}_1(K)]}{2\pi K F(K)} \quad (21)$$

$$A_3 = \frac{i[\mathcal{J}(K) + \mathcal{J}_1(K)]U \exp(\beta|K|d)}{4\pi K F(K)}, \quad B_3 = \frac{i[\mathcal{J}(K) + \mathcal{J}_1(K)]V \exp(\beta|K|d)}{4\pi K F(K)} \quad (22)$$

$$A_4 = 0, \quad B_4 = \frac{i[\mathcal{J}(K) + \mathcal{J}_1(K)]}{4\pi K F(K)} [V - U \exp(2|K|g)] \exp(\beta|K|d) \quad (23)$$

在上述诸式中

$$\mathcal{J}(K) = \int_{-\infty}^{\infty} J(y) \exp(iKy) dy, \quad \mathcal{J}_1(K) = i \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i(K-K')y] f_1(y, K') dy dK' \quad (24)$$

$$U = (1 + \beta)T \exp(\beta|K|d) + (1 - \beta) \exp(-\beta|K|d), \\ V = (1 - \beta)T \exp(\beta|K|d) + (1 + \beta) \exp(-\beta|K|d) \quad (25)$$

$$T = (\sqrt{\mu_{11}} + 1)/(\sqrt{\mu_{11}} - 1) = (\beta + 1)/(\beta - 1), \\ F(K) = -U_0 \exp(|K|g) \exp(\beta_0|K|d) \quad (26)$$

式中 U_0 、 β_0 为 $y = 0$ 处的 U 和 β 。

将各系数表达式代入(10)~(12)式, 并对 K 从 $-\infty$ 到 ∞ 积分。考虑到无穷远处电流分布函数 $J(y)$ 和静磁波幅度[与 $\mathcal{J}_1(K)$ 有关]均趋于零, $[\mathcal{J}(K) + \mathcal{J}_1(K)]_{K \rightarrow -\infty, \infty} \rightarrow 0$, 可以看出这些积分方程沿无限大上、下两个半圆积分的结果都趋于零。注意到在函数 $F_T(K) = \exp(-\beta|K|d)F(K)$ 的两个为零处

$$F_T(K_s) = 0, \quad s = -1, 1 \quad (27)$$

还存在留数, 经计算得

$$\left. \begin{aligned} h_{y_s}^{(s)} &= i(G_s + G_{1s})(T_s + 1) \exp[|K_s|(d+z)] \exp(-iK_s y), \\ b_{z_s}^{(s)} &= -\mu_{0s}(G_s + G_{1s})(T_s + 1) \exp[|K_s|(d+z)] \exp(-iK_s y) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\left. \begin{aligned} h_{y_s}^{(s)} &= i(G_s + G_{1s}) \{T_s \exp[\beta|K_s|(d+z)] + \exp(-\beta|K_s|(d+z))\} \exp(-iK_s y), \\ b_{z_s}^{(s)} &= -\mu_{0s}\beta(G_s + G_{1s}) \{T_s \exp[\beta|K_s|(d+z)] - \exp[-\beta|K_s|(d+z)]\} \exp(-iK_s y) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$\left. \begin{aligned} h_{y_s}^{(s)} &= [i(G_s + G_{1s})/2][U_s \exp(|K_s|z) + V_s \exp(-|K_s|z)] \exp(-iK_s y), \\ b_{z_s}^{(s)} &= [-s\mu_0(G_s + G_{1s})/2][U_s \exp(|K_s|z) - V_s \exp(-|K_s|z)] \exp(-iK_s y) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} h_{y_s}^{(s)} &= -[i(G_s + G_{1s})/2][U_s \exp(|K_s|g) - V_s \exp(-|K_s|g)] \exp[|K_s|(g-z)] \exp(-iK_s y), \\ b_{z_s}^{(s)} &= -[\mu_{0s}(G_s + G_{1s})/2][U_s \exp(|K_s|g) - V_s \exp(-|K_s|g)] \exp[|K_s|(g-z)] \exp(-iK_s y) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

式中 T_s 、 U_s 、 V_s 均为 T 、 U 、 V 在 $K = K_s$ 处的值, 而

$$G_s = \mathcal{J}(K_s) \exp(-\beta|K_s|d)/F_T^{(1)}(K_s), \quad G_{1s} = \mathcal{J}_1(K_s) \exp(-\beta|K_s|d)/F_T^{(1)}(K_s) \quad (32)$$

$$F_T^{(1)}(K_s) = \left[\frac{\partial}{\partial K} F_T(K) \right]_{K=K_s} \quad (33)$$

根据(26)和(27)两式,可算得 $U_s = 0$ 。为简单计,在下面的计算中,将以上各式中的脚标“ s ”均省略,但需注意,下面所有 h_{y_j} 、 b_{z_j} 、 T 、 U 、 V 、 G 均是指 $K = K_s$ 处的值。

结合(12)、(13)和(14)三式,静磁波功率 P 可表示为

$$P = \frac{l_1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e_x h_z^* dz = - \frac{s\Omega l_1}{2\mu_0 |K|} \int_{-\infty}^{\infty} |b_z|^2 dz \quad (34)$$

式中 l_1 为变换器的孔径, h_z^* 为 h_z 的复共轭。将(28)~(31)八式和 $U_s = 0$ 代入(34)式积分得

$$P = s\mu_0 \Omega l_1 \beta^2 T d (G + G_1)^2 / |K| \quad (35)$$

由(7)、(29)和(35)诸式可得磁性波导中 TE 波交变磁化强度 m 的各分量为

$$m_{x_2} = \frac{\sqrt{\Omega \omega_1}}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega_0^2)(\Omega^2 - \omega_0^2 - \omega_0 \omega_1)}} \left(\frac{s|K|}{\mu_0 l_1 T d} P \right)^{1/2} \{ T \exp[\beta |K| (d + z)] + \exp(-\beta |K| (d + z)) \} \exp(-iKy)$$

$$m_{y_2} = -i \frac{\omega_1}{\Omega} m_{x_2} \quad (36)$$

2.3 不均匀磁场中静磁体波与导波光的相互作用

基于静磁波与导波光相互作用在磁性薄膜波导中进行,因此,图1结构可简化成图2所示的三层结构,即所谓自由空间情形。图中 x 方向为导波光的传播方向。

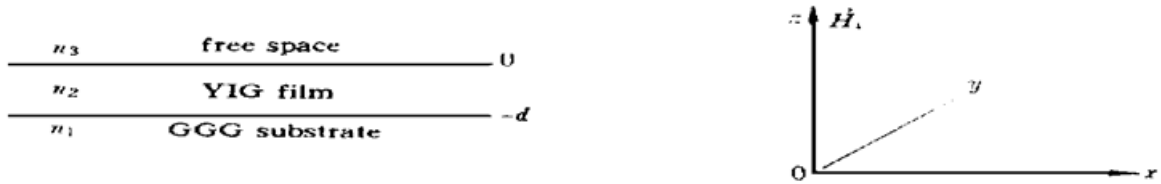


Fig. 2 The YIG-GGG waveguide with free space

2.3.1 无微扰情形

磁性薄膜波导中可以传输 TE 和 TM 两种光导波,它们的电场和磁场分量分别为 E_y 、 H_x 、 H_z 和 H_y 、 E_x 、 E_z 。设沿薄膜横向是无限而均匀的,则 TE 模遵守如下波动方程^[7]

$$\nabla^2 E_y = \frac{n_j^2}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad j = 1, 2, 3 \quad (37)$$

E_y 可取如下形式

$$E_y(x, z, t) = \epsilon_y(z) \exp[i(\omega_E t - \beta_E x)] \quad (38)$$

式中 ω_E 、 β_E 分别为 TE 模的角频率和传播常数。设横向函数 $\epsilon_y(z)$ 为如下形式

$$\epsilon_y(z) = \begin{cases} C \exp(-qz) & \infty > z \geq 0 \\ C[\cos(hz) - (q/h) \sin(hz)] & -d \leq z \leq 0 \\ C[\cos(hd) + (q/h) \sin(hd)] \exp[p(z+d)] & -\infty < z \leq -d \end{cases} \quad (39)$$

将(39)代入(37)式可得 h 、 q 、 p 的表达式^[11],进而由正交性和归一化条件可得

$$\int_{-\infty}^{\infty} \epsilon_y^{(l)}(z) \epsilon_y^{(m)}(z) dz = \frac{2\mu_0 \omega_E}{\beta_{Em}} \delta_{l,m} \quad (40)$$

式中 β_{Em} 为 m 级 TE 模的本征值。

同理可得 TM 模各场分量以及有关参量为

$$H_y(x, z, t) = \hat{H}_y(z) \exp [i(\omega_M t - \beta_M x)] \quad (41)$$

$$E_z(x, z, t) = -\frac{\beta_M}{\epsilon_0 \epsilon_r \omega_M} H_y, \quad E_x(x, z, t) = \frac{i}{\epsilon_0 \epsilon_r \omega_M} \frac{2H_y}{\partial z} \quad (42)$$

$$\hat{H}_y(z) = \begin{cases} -C[(h/q') \cos(hd) + \sin(hd)] \exp[p'(z+d)] & z \leq -d \\ C[-(h/q') \cos(hd) + \sin(hd)] & -d \leq z \leq 0 \\ -(h/q') C \exp(-q'z) & z \geq 0 \end{cases} \quad (43)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \epsilon_z^{(l)}(z) \epsilon_z^{(m)}(z) dz \cong \frac{2\beta_{Mm}}{\epsilon_0 \epsilon_r \omega_M} \delta_{l,m} \quad (44)$$

式中 $p' = n_2^2 p / n_1^2$, $q' = n_2^2 q / n_3^2$, ω_M 和 β_M 分别为 TM 模的角频率和波数。

2.3.2 微扰情形

存在静磁波情况下, 磁光薄膜波导介质中将产生一附加电极化强度 $\Delta \mathbf{P}$, 波动方程变为

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} - \mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Delta \epsilon \mathbf{E} = 0 \quad (45)$$

式中磁导率 $\mu = \mu_0 \mu_r \cong \mu_0$, 电容率 $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ 。

设入射导波光为 TM 波, 衍射导波光为 TE 波, 两者电场横向分量 E_z 和 E_y 分别为

$$E_z(x, y, z, t) = \sum_T \frac{1}{2} A(x) \epsilon_z(z) \exp [i(\omega_M t - \beta_M x)] + C. C. \quad (46)$$

$$E_y(x, y, z, t) = \sum_T \frac{1}{2} B(x) \epsilon_y(z) \exp [i(\omega_E t - \beta_E x)] + C. C. \quad (47)$$

式中 $A(x)$ 、 $B(x)$ 、 $\epsilon_z(z)$ 和 $\epsilon_y(z)$ 分别为 TM 和 TE 模的复振幅和归一化横向分量函数, C. C. 表示复共轭。

设入射波为 TM_0 模且薄膜很薄, 波导中只能传输 TM_0 和 TE_0 模, 将(46)和(47)两式代入(45)式, 应用耦合模理论可推导得

$$\frac{\partial A^{(0)}(x)}{\partial x} \exp [i(\omega_M t - \beta_{M0} x)] = -i \frac{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \omega_M \omega_E^2}{4\beta_{M0}^2} B^{(0)}(x) \exp [i(\omega_E t - \beta_{E0} x)] \int_{-\infty}^{\infty} \Delta \epsilon_{32} \epsilon_y^{(0)}(z) \epsilon_z^{(0)}(z)^* dz \quad (48)$$

$$\frac{\partial B^{(0)}(x)}{\partial x} \exp [i(\omega_E t - \beta_{E0} x)] = -i \frac{\omega_M^2}{4\omega_E} A^{(0)}(x) \exp [i(\omega_M t - \beta_{M0} x)] \int_{-\infty}^{\infty} \Delta \epsilon_{23} \epsilon_z^{(0)}(z) \epsilon_y^{(0)}(z)^* dz \quad (49)$$

由于导波光限制在石榴石薄膜波导内传播, 从(39)和(43)两式可知, $q_0, p_0 \gg h_0$; $q'_0, p'_0 \gg h_0$, 于是

$$\epsilon_y^{(0)}(z) \rightarrow \sqrt{\frac{4\mu_0 \omega_E}{\beta_{E0} d}} \sin \frac{\pi z}{d}, \quad \hat{H}_y^{(0)}(z) \rightarrow \sqrt{\frac{4\epsilon_0 \epsilon_r \omega_M}{\beta_{M0} d}} \sin \frac{\pi z}{d}, \quad -d \leq z \leq 0 \quad (50)$$

将(2)、(42)和(50)三式以及(36)式中的 m_{x_2} 、 m_{y_2} 表达式代入(48)和(49)两式, 注意到 $\beta_{M0} \cong \beta_{E0} = k_0 n_2$, $\omega_M \cong \omega_E = \omega$, 由此得

$$\frac{\partial A^{(0)}(x)}{\partial x} = -\frac{ik_0}{2\epsilon_0 \sqrt{\epsilon_r}} B^{(0)}(x) \Delta \epsilon_{32}^{(0)} \exp \{i[(\omega_E - \omega_M)t - (\beta_{E0} - \beta_{M0})x]\} \quad (51)$$

$$\frac{\partial B^{(0)}(x)}{\partial x} = -\frac{ik_0}{2\epsilon_0 \sqrt{\epsilon_r}} A^{(0)}(x) \Delta \epsilon_{23}^{(0)} \exp \{i[(\omega_M - \omega_E)t - (\beta_{M0} - \beta_{E0})x]\} \quad (52)$$

$$\text{式中 } \Delta\epsilon_{32}^{(0)} = \epsilon_0 \left[-if_1 m_x^{(0)} + \left(2f_{44} + \frac{2}{3}\Delta f\right) M m_y^{(0)} \right] = \Delta\epsilon_{23}^{(0)*} \quad (53)$$

$$m_x^{(0)} = \frac{4\pi^2}{\beta|K|d(\beta^2|K|^2d^2 + 4\pi^2)} \frac{\Omega\omega_1}{\Omega^2 - \omega_0^2} (G + G_1) \{T[1 - \exp(\beta|K|d)] - [1 - \exp(-\beta|K|d)]\} \exp(-iKy) = \frac{i\Omega}{\omega_0} m_y^{(0)} \quad (54)$$

为了计算方便, 将(54)式写成如下形式

$$m_x^{(0)} = \frac{1}{2} |m_x^{(0)}(G) + m_x^{(0)}(G_1)| \{ \exp[i(\Omega - Ky)] + \exp[-i(\Omega - Ky)] \} \quad (55)$$

$$m_y^{(0)} = \frac{1}{2i} |m_y^{(0)}(G) + m_y^{(0)}(G_1)| \{ \exp[i(\Omega - Ky)] - \exp[-i(\Omega - Ky)] \} \quad (56)$$

$$\text{令 } \kappa_1 = \frac{k_0}{4\sqrt{\epsilon_r}} f_1 |m_x^{(0)}(G) + m_x^{(0)}(G_1)| \quad (57)$$

$$\kappa_2 = \frac{k_0}{4\sqrt{\epsilon_r}} \left(2f_{44} + \frac{2}{3}\Delta f\right) M |m_y^{(0)}(G) + m_y^{(0)}(G_1)| \quad (58)$$

根据(53)和(55)~(58)式, 可将(51)和(52)两式改写成

$$\frac{dA^\pm(x)}{dx} = -(\kappa_1 \mp \kappa_2) \exp\{i[(\omega_E - \omega_M \mp \Omega)t - \Delta \cdot \mathbf{r}]\} B^\pm(x) \quad (59)$$

$$\frac{dB^\pm(x)}{dx} = (\kappa_1 \mp \kappa_2) \exp\{-i[(\omega_E - \omega_M \mp \Omega)t - \Delta \cdot \mathbf{r}]\} A^\pm(x) \quad (60)$$

$$\text{式中 } \Delta = \beta\epsilon_0 - \beta\mu_0 \mp \mathbf{K} \quad (61)$$

“+”和“-”分别对应于反斯托克斯和斯托克斯相互作用。(59)和(60)两式中的时间因子对下述衍射效率计算无直接影响, 因此计算中将予以省略。

将(59)式对 x 微商并代入(60)式得

$$\frac{d^2A^\pm(x)}{dx^2} + i\Delta \frac{dA^\pm(x)}{dx} + (\kappa_1 \mp \kappa_2)A^\pm(x) = 0 \quad (62)$$

由(62)式的特征方程和入射 TM_0 波的初始条件 $A^\pm(0) = A_0$, $B^\pm(0) = 0$ 可解得

$$A^\pm(x) = A_0 \exp\left(-\frac{i}{2}\Delta x\right) \left[\cos \frac{1}{2} \sqrt{\Delta^2 + 4(\kappa_1 \mp \kappa_2)^2} x + i \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + 4(\kappa_1 \mp \kappa_2)^2}} \sin \frac{1}{2} \sqrt{\Delta^2 + 4(\kappa_1 \mp \kappa_2)^2} x \right] \quad (63)$$

$$B^\pm(x) = A_0 \frac{2(\kappa_1 \mp \kappa_2)}{\sqrt{\Delta^2 + 4(\kappa_1 \mp \kappa_2)^2}} \exp \frac{i}{2} \Delta x \sin \frac{1}{2} \sqrt{\Delta^2 + 4(\kappa_1 \mp \kappa_2)^2} x$$

TM_0 - TE_0 模式转换(衍射)效率 η^\pm 为输出端 $x = x_0$ 处的衍射光(TE_0) 强度 $|B^\pm(x_0)|^2$ 与输入端 $x = 0$ 处入射光(TM_0) 强度 A_0^2 之比:

$$\eta^\pm = \frac{4(\kappa_1 \mp \kappa_2)^2}{\Delta^2 + 4(\kappa_1 \mp \kappa_2)^2} \sin^2 \frac{1}{2} \sqrt{\Delta^2 + 4(\kappa_1 \mp \kappa_2)^2} x_0 = \eta_{\max}^\pm \sin^2 \frac{1}{2} \sqrt{\Delta^2 + 4(\kappa_1 \mp \kappa_2)^2} x_0 \quad (64)$$

$$\text{相匹配时 } \Delta = 0, \quad \eta^\pm = \sin^2(\kappa_1 \mp \kappa_2)x_0, \quad \eta_{\max}^\pm = 1 \quad (65)$$

3 讨 论

在静磁波传播方向上存在不均匀静磁场情况下, 静磁体波及其与光导波相互作用所导致

的布拉格衍射效应具有如下一些特性:

1) 在不均匀静磁场情况下, 静磁波带宽为 $\omega_0^2 < \Omega^2 < \omega_0(\omega_0 + \omega_1)$, 形式上与均匀静磁场情形相同。但由于 $\omega_0 = \gamma H_i$ 是坐标 y 的函数, 因此带宽随 y 而变。

2) 由(35)式和(36)式可知, 与均匀磁场情形相比较, 在不均匀磁场情况下, 静磁体波振幅 $|m_{x_2}|$, $|m_{y_2}|$ 增加了, 后者为前者的 $(1 + G_1/G)$ 倍。同时 $|m_{x_2}|$, 特别是 $|m_{y_2}|$ 大小还随坐标 y (或 H_i) 而变。

3) 根据(57)式、(58)式和(64)式可知, 在适当的不均匀静磁场情况下, 可以增大 κ_1 和 κ_2 值, 从而可以提高衍射效率 η^\pm 。这一理论结果已初步得到实验证实^[9]。由于 κ_1 和 κ_2 随 y 而变, 因此在不同 y 位置 η^\pm 亦是不同的。设计适当的不均匀静磁场, 可以将静磁波会聚在一定的 y 位置(静磁波传播方向上的一定区域)上。导波光在这一区域与静磁波相互作用可望明显提高衍射效率 η^\pm 。但需注意的是, 静磁波会聚不能明显减小静磁波与导波光的相互作用距离 x_0 , 否则会因 x_0 减小而降低衍射效率 η^\pm 。

4) 静磁体波是色散波, 其波矢 \mathbf{K} 与内静磁场 \mathbf{H}_i , 因而与 y 有关。故入射光入射到不同的 y 位置, 其衍射角将会随 y 而变。基于这一特性, 可望通过设计合适的不均匀场方法来达到减少衍射光发散的目的, 这一理论结果已得到实验证实^[9]。但由(61)式可知, 如 $(\beta_{E0} - \beta_{M0})$ 与 \mathbf{K} 不能同步随 $\mathbf{H}_i(y)$ 变化的话, 将会影响相匹配条件, 进而影响衍射效率 η^\pm 的提高。

5) 在不均匀磁场中, 衍射效率 η^\pm 的提高很大程度上取决于静磁波振幅 $|m_{x_2}|$ 和 $|m_{y_2}|$, 从而取决于 $J_1(K)$ 的大小和分布情况。仔细分析(19)~(24)式可知, $J_1(K)$ 不仅依赖于不均匀磁场的强度分布, 而且还与电流分布函数 $J(y)$ 有关。因此不难想见, 在变换器上电流分布 $J(y)$ 不同的话, 为了获得最佳的衍射效率 η^\pm , 不均匀磁场亦应作相应的变化。反之亦然。

结 论 采用不均匀静磁场, 对静磁体波与导波光的相互作用有如下明显影响: 1) 可以增加静磁波的振幅或强度, 进而增加导波光的布拉格衍射效率 η^\pm 。2) 在不均匀场的不同位置上入射光导波, 其衍射角亦是不同的。3) 设计适当的不均匀静磁场, 可以减小光导波的发散现象。

参 考 文 献

- [1] C. S. Tsai, D. Young, W. Chen *et al.*. Noncollinear coplanar magneto-optic interaction of guided optical wave and magnetostatic surface wave in YIG-GGG waveguides. *Appl. Phys. Lett.*, 1985, **47**(7) · 651~ 654
- [2] C. S. Tsai, D. Young. Magnetostatic-forward-volume-wave based guided-wave magneto-optic Bragg cell and applications to communications and signal processing. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1990, **MTT-38**(5) · 560~ 570
- [3] V. V. Danilov, V. I. Mykityuk, A. Yu. Pis'mennyy *et al.*. Focusing of forward volume magneto-static waves. UDC 537.624, 130~ 132 [originally published in *Radiotekhnika i Elektronika*, 1989, (10) · 2219~ 2221]
- [4] E. O. Kamenetskii, O. V. Solov'ev. Magnetostatic waveguide modes in a tangentially magnetized ferrite film with a transverse inhomogeneity of the magnetic field. *Sov. Phys. Tech. Phys.*, 1990, **35**(8) · 946~ 950
- [5] V. V. Danilov, I. V. Zavislyak, A. Yu. Pis'mennyy. Bulk magnetostatic waves in inhomogeneous magnetic fields. *Izvestiya VUZ. Radioelektronika*, 1991, **34**(1) · 74~ 75

- [6] A. V. Vashkopvskii, A. V. Stal'makhov, Y. A. Tyulyukin. MSW beams in inhomogeneous magnetic field. *Pis'ma v Zh. Tekh. Fiz.*, 1988, **14** ·1294~ 1298
- [7] D. D. Stancil, F. R. Morgenthaler. Guiding magnetostatic surface waves with nonuniform in-plane fields. *J. Appl. Phys.*, 1983, **54**(3) ·1613~ 1618
- [8] M. Tsutsumi, K. Tanaka, N. Kumagai. Group delay characteristics of magnetostatic forward volume waves in a nonuniformly magnetized YIG film. *IEEE Trans. Magnetics*, 1986, **MAG-22**(5) ·853~ 855
- [9] M. Torfeh, L. Courtois, L. Smoczynski *et al.*. Coupling and phase coefficients in a magneto-optical TE-TM mode converter. *Physica*, 1977, **89B** ·255~ 259
- [10] Chen S. Tsai, S. Calciu, Y. S. Lin. Guided-wave magneto-optic Bragg diffraction efficiency enhancement using nonuniform bias magnetic field. *Topical Meeting on Integrated Photonics Research, Boston, U. S. A., Technical Digest Series*, 1996, **6** ·235~ 238
- [11] 刘公强, Chen S. Tsai. 斜向静磁场中的薄膜磁光效应和静磁波传播特性. *物理学报*, 1998, **47**(6) ·997~ 1005
- [12] 刘公强, Chen S. Tsai. 斜向静磁场中的光导波模式转换和衍射理论. *物理学报*, 1998, **47**(7) ·1213~ 1221

Theory of Magnetostatic Wave Propagation and Magneto-optic Bragg Diffraction in YIG-GGG Waveguide Under Nonuniform Bias Magnetic Field*

Chen S. Tsai

(Department of Electrical & Computer Engineering and Institute for Surface and Interface Science, University of California, Irvine, 92697 USA)

Liu Gongqiang**

(Department of Applied Physics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

(Received 8 May 1997; revised 19 December 1997)

Abstract A theoretical treatment on the propagation characteristics of magnetostatic forward volume wave (MSFVW), in a four-layer YIG-GGG (Yttrium iron garnet-Gadolinium gallium garnet) waveguide structure under a nonuniform bias magnetic field, and related guided-wave magneto-optic (MO) Bragg diffraction is presented. A nonuniform bias magnetic field of appropriate profile along the propagation path is found to have the effects of enhancing the power density of MSFVW and thus the corresponding MO Bragg diffraction efficiency, and to have the possibility of controlling the degree of divergence in the diffracted light.

Key words guided-optical wave, magnetostatic wave, nonuniform magnetic field, Bragg diffraction.

* This work was supported by the Office of Naval Research (U. S. A.) and the Natural Science Foundation of Shanghai, China

** Visiting scholar at University of California, Irvine, 1996