

非线性包层多量子阱波导的 TE 波

余守宪

(北方交通大学物理系, 北京 100044)

摘 要 给出用以分析非线性包层多量子阱波导 TE 模光学非线性与双稳性的理论公式与计算方法。指出用均方根等效折射率法解本征方程是有效的简化方法。用本文方法分析了模折射率对波导总功率的依赖关系, 芯区功率与总功率之间的双稳性以及模场分布与模折射率的关系, 讨论了波导参数对光学非线性、双稳性及模场分布的影响。

关键词 非线性多层光波导, 多量子阱波导, 模折射率, 光功率, 光学非线性, 光学双稳性。

1 引 言

近年来, 多量子阱(MQW)结构中非线性导波的研究, 由于其结构所具有的优越特性以及它在电光器件中与全光器件中的应用前景而备受关注^[1, 2]。非线性多量子阱结构具有较强的光学非线性和双稳性、低阈值光功率、超高速响应而且宜于集成, 已引起一系列理论研究: 分析传播特性, 计算色散关系、传播常数及场分布随入射光功率的变化, 双稳特性等, 使非线性导波光学有了更丰富多彩的发展^[3]。

本文研究的非线性多量子阱波导的模型如下: 芯区为由线性介质的阱和垒构成的多量子阱, 一端为非线性包层, 另一端为线性衬底。文中将给出这种结构中非线性 TE 波的理论分析与计算方法, 导出有关公式, 用以求得非线性传播常数、场分布与总光功率的依赖关系以及双稳曲线, 说明波导结构参数对光学非线性、双稳性及横场分布的影响。

2 理论与计算方法

如图1为非线性多量子阱光波导横截面的示意图, 其中导波芯区由 M 层($M \gg 1$) 折射率各为 n_1 和 n_2 、厚度各为 a_1 和 a_2 的阱区与垒区所构成, 空间周期 $\Lambda = a_1 + a_2$, 总厚度 $w = M\Lambda$, 而比值 $R = a_1/\Lambda$, 右边是折射率为 n_3 的衬底, 左边是非线性折射率为 \tilde{n}_0 的包层, 对 TE 模

$$\tilde{n}_0^2 = n_0^2 + \alpha E^2, \quad \alpha = c\epsilon_0 n_0^2 n_1 \quad (1)$$

其中 n_0 为线性折射率, n_1 为非线性系数, c 为真空中光速, ϵ_0 为真空介电系数, E 为当地电场强度, $n_1 > n_0 > n_2 \geq n_3$, 图中取 x 轴垂直于各分界面, 原点在芯区与非线性包层分界面上。

用 N 表示模折射率(有效折射率), $N = \beta/k_0$, 其中 β 为传播常数, $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为真空中的

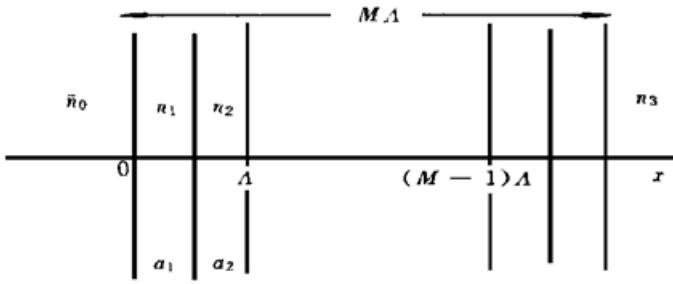


Fig. 1 Cross section of multiple quantum well waveguide with nonlinear cladding

波数, λ 为真空中的波长, 定义

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \sqrt{(n_1^2 - N^2)} & (n_1 > N), \\ \bar{q}_1 &= \sqrt{(N^2 - n_1^2)} & (N > n_1) \\ q_2 &= \sqrt{(N^2 - n_2^2)}, \\ q_3 &= \sqrt{(N^2 - n_3^2)} \\ q_0 &= \sqrt{(N^2 - n_0^2)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

令芯区-包层分界面上 ($x = 0$) 的场强(振幅) 为 E_0 , 由非线性亥姆霍兹方程即得场函数的表示式为

$$E(x) = \begin{cases} \sqrt{2/\alpha q_0} \operatorname{sech} [k_0 q_0 (x - x_0)], & x \leq 0 \\ A_j \cos \{k_0 q_1 [x - (j-1)\Delta]\} + B_j \sin \{k_0 q_1 [x - (j-1)\Delta]\}, & (N < n_1) \\ A_j \cosh \{k_0 \bar{q}_1 [x - (j-1)\Delta]\} + B_j \sinh \{k_0 \bar{q}_1 [x - (j-1)\Delta]\}, & (N > n_1), \\ & (j-1)\Delta \leq x \leq (j-1)\Delta + a_1, j = 1, 2, \dots, M \\ C_j \cosh \{k_0 q_2 [x - (j-1)\Delta - a_1]\} + D_j \sinh \{k_0 q_2 [x - (j-1)\Delta - a_1]\}, \\ & (j-1)\Delta + a_1 \leq x \leq j\Delta, j = 1, 2, \dots, M \\ C_{M+1} \exp [-k_0 q_3 (x - w)], & x \geq w \end{cases} \quad (3)$$

其中待定常数 x_0 、 A_j 、 B_j 、 C_j 、 D_j ($j = 1, 2, \dots, M$) 及 C_{M+1} 可由各分界面处的边界条件—— $E(x)$ 及 $E'(x)$ 连续——得出, x_0 与 E_0 的关系如(4)式、(5)式。

以下依次求传播常数、场分布 $E(x)$ 及总功率 P 。定义参数

$$v = \tanh(k_0 q_0 x_0) \quad (4)$$

$x = 0$ 处的场强 E_0 与 v 的关系式为

$$E_0 = \sqrt{2/\alpha q_0} \sqrt{1 - v^2} \quad (5)$$

这里 $|v| \leq 1$, 易见 $v \rightarrow 1$ ($x_0 \rightarrow \infty$) 相应于包层为线性介质的极限情况, 而 $v < 0$ 相应于场强极值点由芯区移入非线性包层, 场强极值点位置由 x_0 值给出 ($x_0 < 0$)。

A_j 、 B_j 、 C_j 、 D_j 、 C_{M+1} 各系数间的递推公式为

1) $N < n_1$ 情形

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \sqrt{2/\alpha q_0} \sqrt{1 - v^2}, \\ B_1 &= (q_0/q_1) v A_1, \\ C_1 &= A_1 \cos k_0 q_1 a_1 + B_1 \sin k_0 q_1 a_1 \\ D_1 &= (q_1/q_2) (-A_1 \sin k_0 q_1 a_1 + B_1 \cos k_0 q_1 a_1) \\ A_j &= C_{j-1} \cosh k_0 q_2 a_2 + D_{j-1} \sinh k_0 q_2 a_2 \\ B_j &= (q_2/q_1) (C_{j-1} \sinh k_0 q_2 a_2 + D_{j-1} \cosh k_0 q_2 a_2) \\ C_j &= A_j \cos k_0 q_1 a_1 + B_j \sin k_0 q_1 a_1 \\ D_j &= (q_1/q_2) (-A_j \sin k_0 q_1 a_1 + B_j \cos k_0 q_1 a_1), \quad (j = 2, 3, \dots, M) \\ C_{M+1} &= (q_2/q_3) (C_M \sinh k_0 q_2 a_2 + D_M \cosh k_0 q_2 a_2) \end{aligned} \right\} \quad (6a)$$

2) $N > n_1$ 情形

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \sqrt{2/\alpha q_0} \sqrt{1-v^2}, \\
 B_1 &= (q_0/\bar{q}_1) v A_1, \\
 C_1 &= A_1 \cosh k_0 \bar{q}_1 a_1 + B_1 \sinh k_0 \bar{q}_1 a_1 \\
 D_1 &= (\bar{q}_1/q_2) (A_1 \sin k_0 \bar{q}_1 a_1 + B_1 \cos k_0 \bar{q}_1 a_1) \\
 A_j &= C_{j-1} \cosh k_0 q_2 a_2 + D_{j-1} \sinh k_0 q_2 a_2 \\
 B_j &= (q_2/\bar{q}_1) (C_{j-1} \sinh k_0 q_2 a_2 + D_{j-1} \cosh k_0 q_2 a_2) \\
 C_j &= A_j \cosh k_0 \bar{q}_1 a_1 + B_j \sinh k_0 \bar{q}_1 a_1 \\
 D_j &= (\bar{q}_1/q_2) (A_j \sinh k_0 \bar{q}_1 a_1 + B_j \cos k_0 \bar{q}_1 a_1), \quad (j = 2, 3, \dots, M) \\
 C_{M+1} &= (q_2/q_3) (C_M \sinh k_0 q_2 a_2 + D_M \cosh k_0 q_2 a_2)
 \end{aligned} \tag{6b}$$

利用上列递推公式求解导模的本征方程, 可取一系列模折射率 N (由相应于线性多量子阱的 N 值, 即 $v \approx 1$ 起始渐增) 求得满足递推关系的 v 值, 即得参数 v (及 E_0 值) 随 N 的变化关系。

人们注意到, 当芯区为多层薄膜时, 只要其中阱-垒的周期数 $M \gg 1$, 已有文献[6, 7] 严格证明, 可以采用方均根等效折射率法来简化计算, 即: 设芯区的等效折射率等于一个周期内折射率 $n(x)$ 的均方根值

$$n_{\text{eff}} = \sqrt{R n_1^2 + (1-R) n_2^2} \tag{7}$$

将波导等效于其芯区折射率为 n_{eff} 、厚度为 w 的均匀介质, 求非线性三层平板波导的传播常数。数值计算表明, 当周期数大体满足 $M \gg 20$ 时, 均方根等效折射率近似所得结果与精确数值计算十分符合, 这就使求解本征方程的计算大为简化, 计算量大大减小。在 $n(x)$ 为任意折射率分布时, 等效折射率可取为^[7]

$$n_{\text{eff}}^2 = \left[\frac{1}{\Lambda} \int_0^\Lambda n^2(x) dx \right]^{1/2} \tag{8}$$

在 TM 模情况下本文方法仍然适用, 这时等效折射率的一般公式为^[7]

$$(n_{\text{eff}})^2 = \frac{1}{\Lambda} \int_0^\Lambda n^2(x) dx - N^2 \left[\frac{1}{\Lambda^2} \int_0^\Lambda n^2(x) dx \int_0^\Lambda \frac{dx}{n^2(x)} - 1 \right] \tag{9}$$

对阶跃型折射率分布则相应有

$$(n_{\text{eff}})^2 = (a_1 + a_2) / \left(\frac{a_1}{n_1^2} + \frac{a_2}{n_2^2} \right) = \left[\frac{R}{n_1^2} + \frac{(1-R)}{n_2^2} \right]^{-1} \tag{10}$$

对厚度 w 有限时的等效折射率公式则应直接由(9)式计算(但本文将不讨论 TM 波情况)。

由均方根等效折射率近似下, 容易导出本征方程为

$$\tan k_0 q_f w = \frac{q_f (q_3 - v q_0)}{q_1^2 - v q_0 q_3}, \quad (N < n_{\text{eff}}), \tag{11a}$$

$$\tanh k_0 \bar{q}_f w = - \frac{\bar{q}_f (q_3 + v q_0)}{\bar{q}_1^2 + v q_0 q_3}, \quad (N > n_{\text{eff}}), \tag{11b}$$

式中

$$q_f = \sqrt{N^2 - n_{\text{eff}}}, \quad \bar{q}_f = \sqrt{n_{\text{eff}}^2 - N^2} \tag{11c}$$

由上列本征方程, 可以对任意选定的 N 值求出相应的参数 v (应满足 $-1 < v < +1$), 从而求出相应的 E_0 值, 于是可利用(3)式、(6)式, 求出相应的场分布, 并由 $v = \tanh k_0 q_0 x_0$ 求出场强极值的位置坐标 x_0 , $v \leq 0 (x_0 \leq 0)$ 是场强极值位置移入非线性包层的范围, 易见转折

点 $v = 0$ 对应于 $N = n_{\text{eff}}$ 邻近。

波导的总功率 P 及芯区功率 P_{core} 可由场分布函数按以下公式计算:

$$P = \frac{N}{2\mu_0} \int_{-\infty}^{\infty} E^2 dx = P_0 + P_{\text{core}} + P_3 \quad (12)$$

式中 μ_0 为真空的磁导率, $c\mu_0$ 为 377Ω , P_0 、 P_{core} 、 P_3 分别为非线性包层、芯区及衬底的功率:

$$P_0 = \frac{N}{4c\mu_0 k_0} \frac{4q}{\alpha} (1 - v), \quad P_3 = \frac{N}{4c\mu_0 k_0} \frac{C_{M+1}^2}{q_3}$$

$$P_{\text{core}} = \begin{cases} \frac{N}{4c\mu_0 k_0} \left(\frac{I_1}{q_1} + \frac{I_2}{q_2} \right), & (N < n_1) \\ \frac{N}{4c\mu_0 k_0} \left(\frac{I_1}{q_1} + \frac{I_2}{q_2} \right), & (N > n_1) \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \sum_{j=1}^M I_{j1}, & I_2 &= \sum_{j=1}^M I_{j2} \\ I_{j1} &= (A_j^2 + B_j^2)(k_0 q_1 a_1) + (A_j^2 - B_j^2) \sin k_0 q_1 a_1 \cos k_0 q_1 a_1 + \\ &\quad 2A_j B_j \sin^2 k_0 q_1 a_1, & (N < n_1) \\ I_{j1} &= (A_j^2 - B_j^2)(k_0 \bar{q}_1 a_1) + (A_j^2 + B_j^2) \sinh k_0 \bar{q}_1 a_1 \cosh k_0 \bar{q}_1 a_1 + \\ &\quad 2A_j B_j \sinh^2 k_0 \bar{q}_1 a_1, & (N > n_1) \\ I_{j2} &= (C_j^2 - D_j^2)(k_0 q_2 a_2) + (C_j^2 + D_j^2) \sinh k_0 q_2 a_2 \cosh k_0 q_2 a_2 + \\ &\quad 2C_j D_j \sinh^2 k_0 q_2 a_2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

于是对任给模折射率 N 即可求出 $N-P$ 的依赖关系及相应的 $P_{\text{core}}-P$ 相互关系(即分布在芯区的功率与总功率的对应关系), 由此得出给定波导结构参数的光学非线性特性曲线族以及双稳曲线族, 给出显现光学双稳性的最小功率值(阈值功率), 并求得波导结构参数的影响。

3 结果与讨论

本文采用以下数据(文献[8]), 对非线性多量子阱平板波导进行数值计算。真空中波长 $\lambda = 0.515 \mu\text{m}$ (Ar^+ 激光器), 包层的线性折射率及非线性系数各为 $n_0 = 1.55$ 及 $n_1 = 10^{-9} \text{m}^2/\text{W}$, 线性介质阱区折射率为 $n_1 = 1.57$, 垒区折射率为 $n_2 = 1.52$, 衬底材料与垒区相同, 折射率为 $n_3 = n_2 = 1.52$ 。

对不同周期数 M (即量子阱数 M) 的数值计算表明: 1) 当 $M \geq 30$ 时, 对 $N = 1.55$ 到 $N = 1.60$ 的各个模折射率 N 值, 用精确数值计算求得的 E_0 值及总功率值 P 均与 M 值无关(芯

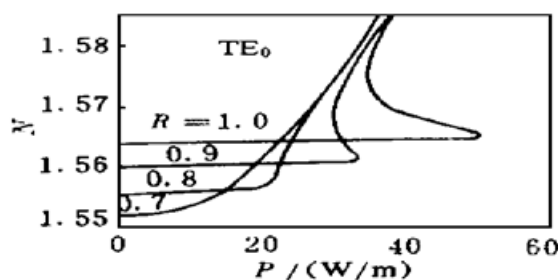


Fig. 2 Dependence of modal index N on total power P for TE_0 mode, $R = 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$

区厚度取为 $w = 1.4 \mu\text{m}$); 2) 采用均方根等效折射率近似法求得的 E_0 值对 N 值的依赖关系与精确数值计算结果完全一致, 因而对量子阱数较大的非线性多量子阱结构的特性计算是完全可行的。

图2给出当量子阱数 $M = 30$, 芯区厚度 $w = 1.5 \mu\text{m}$, 比值 $R = 0.7, 0.8, 0.9$ 及 1.0 时 TE_0 模的模折射率 N 对总功率 P 的依赖关系(其中 $R = 1.0$ 相应于芯区为折射率 $n_1 = 1.57$ 的均匀介质情况, 相应于非线性三层平板波导的极限情况, 可供对照)。曲线表明, 由于非

线性包层的影响, 当比值 $R \leq 0.7$ 时, TE_0 模的光学非线性可在较低的总功率值(大体在 10 W/m 附近开始)明显地显示, 但当比值 R 升高到 $R > 0.8$ 附近时, TE_0 模的光学非线性在较低功率范围内并不明显, 模折射率 N 仅随功率 P 的增加而略有增大, 而当功率 P 足够大时, (对 $R = 0.9$, P 值约 34 W/m , 对 $R = 1$, P 值约 50 W/m), $P-N$ 曲线出现功率峰, 这时 TE_0 模显现出较强的非线性, 而光学双稳性是在较高功率值时出现的。计算还表明, 当厚度 w 增大时, TE_0 模的功率峰升高, 因而光学非线性及双稳性增强。(图中未画出相应曲线)。

图3为芯区功率 P_{core} 对波导总功率 P 的依赖关系(取 $R = 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$, $w = 1.4 \mu\text{m}$ 对 TE_0 模计算)。由图可见, 当 $R \geq 0.9$ 时, 在芯区功率与总功率之间出现光学双稳性, 比值 R 越大, 光学双稳性越强, 但当 $R < 0.9$ 时, 波导不显现双稳性。对照图2, 可以看出, 双稳性开始出现的总功率大体上应于 $N = n_{\text{eff}}$ 邻近。计算还表明, 芯区厚度 w 增大的影响与 R 值增大的影响是一致的, 即增强所出现的光学双稳性(图中未画出)。

图4给出当芯区厚度 $w = 1.4 \mu\text{m}$, $R = 0.9$ 时, 相应于 $N = 1.560, 1.561, 1.562, 1.563, 1.566, 1.569, 1.572$ 等数值时波导内场强在包层、芯区与衬后中分布的曲线, 它显示出当 N 值由 $N = 1.560$ 起渐增到 $N = 1.565$ (相应于 $R = 0.9$ 的均方根等效折射率 n_{eff}) 邻近时, 场强极值点由芯区开始进入非线性包层, N 区继续增大($N = 1.566$ 至 1.572), 场强极值点继续左移而且极大值渐增。这显示当模折射率渐增时, TE_0 模由光学导波转变成光学表面波的行为。

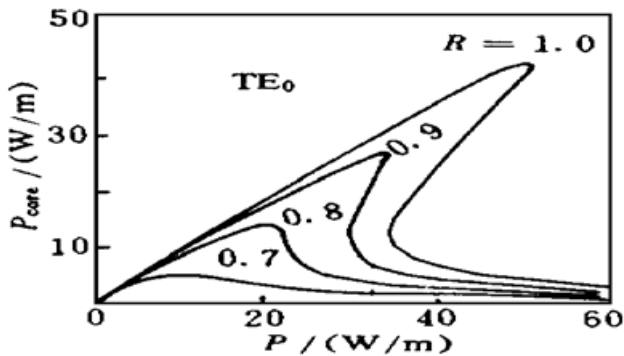


Fig. 3 Core power P_{core} versus total power P for TE_0 mode, $R = 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$

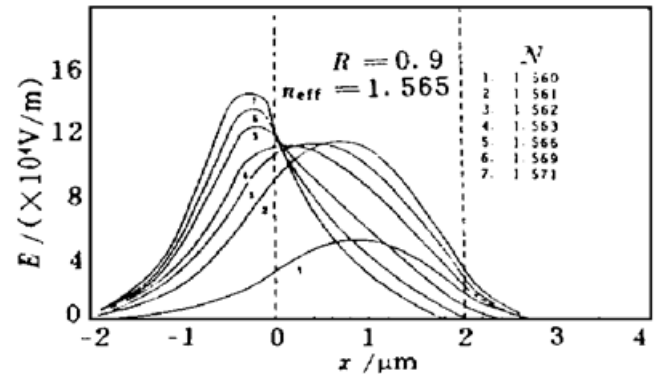


Fig. 4 Field profiles of TE_0 mode for modal index $N = 1.560, 1.561, 1.562, 1.563, 1.566, 1.569, 1.572$ (No. 1 to No. 7) $R = 0.9, n_{\text{eff}} = 1.565$

结论 综上所述, 对于非线性包层多量子阱波导的非线性TE波, 可以得到以下几点结论。

首先, 芯区厚度 w 、比值 R (芯区厚度 a_1 与空间周期 Λ 之比) 等波导结构参数, 对TE模的光学非线性有较强的影响。对固定的 w 值和 R 值, 只要阱数 M 足够大, 模场的特性与阱数 M 无关(即所谓达到饱和状态), 这时, 用均方根等效折射率近似可以得到十分精确的结果, 使本征方程求解的工作量大大减小。在这一条件下, 本文给出的理论公式与计算方法是有效的, 且可推广于TM波以及在空间周期 Λ 内折射率剖面 $n(x)$ 不是阶跃型而是任意函数的较一般情形。

其次, 当芯区厚度 w 及比值 R 较小时, 光学非线性可在较低功率下显现, 但不显现双稳性。当 w 值及 R 值较大时, 在某一功率阈值以上, TE_0 模显示出较强的光学非线性和双稳性, w 值或 R 值增大时, 效应增强。

最后, 当模折射率由小于阱区折射率的范围向大于阱区折射率的范围逐渐增大时, TE_0 模可由光学导波转变为光学表面波, 转变点位于均方根等效折射率 n_{eff} 邻近。

参 考 文 献

- [1] T. H. Wood, C. A. Burrus, D. A. B. Miller *et al.*. 131 ps optical modulation in semiconductor multiple quantum wells (MQW's). *IEEE J. Quant. Electron.*, 1985, **QE-21**(2) ·117~ 118
- [2] M. Cada, B. P. Keyworth, J. M. Glinski *et al.*. Electro-optical switching in a GaAs multiple quantum well directional coupler. *Appl. Phys. Lett.*, 1989, **54**(25) ·2509~ 2511
- [3] A. P. Zhao, S. R. Cvetkovic. Numerical modelling of nonlinear TE waves in multiple quantum well waveguides. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1992, **4**(6) ·623~ 626
- [4] S. R. Cvetkovic, A. P. Zhao. Finite element formalism for linear and nonlinear guided waves in multiple-quantum-well waveguides. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1993, **10**(8) ·1401~ 1407
- [5] S. Selleri, M. Zoboli. Stability analysis of nonlinear TE polarized waves in multiple-quantum-well waveguides. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1995, **QE-31**(10) ·1785~ 1789
- [6] J. M. Skinner, R. Shall, B. L. Weiss. Modal propagation within MQW waveguides. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1989, **QE-25**(1) ·6~ 11
- [7] 曹庄琪. 多量子阱波导等效折射率的新公式. *光学学报*, 1991, **11**(6) ·553~ 557
- [8] K. Hayata, M. Nagai, M. Koshiha. Finite-element formalism for nonlinear slab-guided waves. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1988, **MTT-36**(7) ·1207~ 1215

TE Waves in Multiple Quantum Well Waveguides with Nonlinear Cladding

She Shouxian

(Department of Physics, Northern Jiaotong University, Beijing 100044)

(Received 10 November 1997; revised 30 December 1997)

Abstract Formulas and method of calculation are presented for analysis of optical nonlinearity and bistability of TE modes in a multiple quantum well waveguide with nonlinear cladding. It is demonstrated that in the thin film approximation, the method of root-mean-square equivalent index for the waveguide core is an accurate, efficient and time saving method for characteristics analysis. Dependence of modal refractive index on total waveguide power, bistability between core power and total power, dependence of field profile on modal index are analysed and the influence of waveguide parameters on them are discussed.

Key words nonlinear multilayer optical waveguide, multiple quantum well waveguide, modal refractive index, optical power, optical nonlinearity, optical bistability.