

X 射线与影像增强器作用过程的 蒙特卡罗研究*

郭金川 牛憨笨

(中国科学院西安光学精密机械研究所, 西安 710068)

摘 要 用蒙特卡罗方法研究了能量为(30~ 110) keV 的单能 X 射线在铁中的吸收及散射特性, 给出了散射光子的角分布及背向散射光子的能谱分布。结果表明, 在入射 X 光子能量较低的情况下, 背向散射光子主要是铁的特征 X 射线光子。随着入射能量的升高, 背向散射光子中高能量的散射光子数增多, 特征 X 光子数目迅速减少。

关键词 康普顿散射, 瑞利散射, 背向散射, 蒙特卡罗方法。

在 X 射线透视成像系统中, 散射辐射是影响像质的重要原因之一。散射辐射主要来自两个方面: 一是被辐照物对 X 射线的散射, 另一个是影像增强器的内电极及管壳本身对 X 射线的散射。不管来自哪种散射辐射, 其结果都是降低图像的对比度。要提高像质和对比度, 就必须设法减小 X 射线散射的影响。因此研究 X 射线在透视成像系统中的散射规律, 对研究抗散射技术具有重要的理论指导意义。对来自被辐射物的散射, 许多人都作过深入的研究^[1~ 5]。他们的工作主要集中在医学成像领域, 被辐射物是人体的某些部位。因此, 他们多以均匀物质水或一种有机玻璃(Lucite)来代替人体部位, 研究 X 射线在其中的散射规律, 尤其以正向散射为主。但是, 针对来自于成像系统本身如影像增强器的内部电极及管壳的散射辐射, 却未见报道。而影像增强器中散射辐射的影响, 尤其是在较高 X 射线能量范围, 更不容忽视。本文针对不锈钢管壳的影像增强器, 以铁为替代物, 用蒙特卡罗方法, 研究在医用 X 射线能量范围内 X 射线散射辐射的规律, 并给出一些有益的结果, 以期 为正确设计能克服散射影响的 X 射线影像增强器提供理论依据。

1 基本过程及理论模型

用 1 mm 厚的无限大均匀平面铁板为影像增强器内电极及管壳的替代物, 将单能 X 射线垂直入射到铁板上, 用蒙特卡罗方法研究 X 射线与铁板的作用过程。此法实质是跟踪每个 X 光子, 依据不同的概率密度函数(PDF)对 X 光子的自由程、作用后的行进方向及能量等物理量进行随机抽样。本文将入射 X 光子数设置为 10^6 个, 以下是这一处理过程的简要说明。

* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1997-04-01; 收到修改稿日期: 1997-08-25

1.1 自由程

定义进入铁物质的初始 X 光子为第零次光子。该光子与铁物质发生第一次作用后则变成第一次光子, 发生第 n 次作用后的光子被称为第 n 次光子, 相应的作用点则被称为第 n 次作用点。第 n 次与第 $n+1$ 次作用点之间的距离就是光子的自由程 ρ 。自由程服从指数分布^[2], 即

$$P(\rho) = \mu \exp(-\mu\rho) \quad (1)$$

采用直接抽样方法可推得自由程 ρ 的抽样公式为

$$\rho = -1/\mu \ln \zeta \quad (2)$$

式中 ζ 为 $[0, 1]$ 区间均匀随机数, μ 表示总线性衰减系数。据 Veigele 提供的质量衰减系数数据^[9], 利用(2)式就可对自由程进行抽样。

1.2 作用类型

由于医用 X 射线透视成像系统中所用的入射 X 射线光子能量一般在 100 keV 以下, 因此, X 射线与物质的基本作用过程不外乎三种, 即光电效应、康普顿散射和瑞利散射。这三种过程在铁板中某一点的发生几率 P 正比于 X 光子与铁作用的有效截面 σ , 而 $\sigma = \mu N$, N 为原子数密度, 所以 $P \propto \mu$ 。根据这个关系, 利用离散随机过程的性质就可对作用类型进行抽样^[10]。图 1 表示的是这三种作用过程的发生几率与 X 光子能量的关系, 实线是直接利用 μ 值计算得出的, 点是用蒙特卡罗方法获得的。当 X 光子在铁中发生光电效应时, 则认为 X 光子被铁原子完全吸收, 同时, 铁原子发射一个能量为 7.112 keV 的特征 X 光子。这个光子的方位角和方向角均以均匀分布进行抽样。

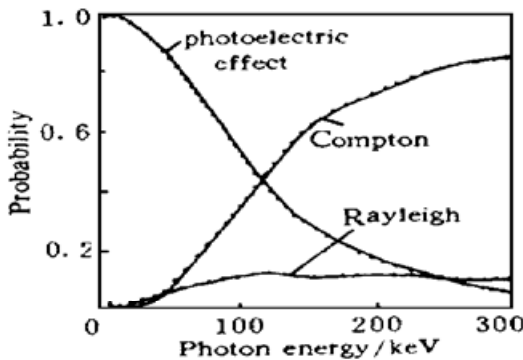


Fig. 1 The probabilities of photoelectric effect, Compton effect and coherent scattering as a function of the incident X ray energy in iron. The solid lines represent the calculation values and the dots sampling ones

如果 X 光子与铁原子发生康普顿散射, 则要计算散射光子的方向和能量。根据修正后的克莱因-仁科公式^[3, 6], 可推得散射角 θ 的概率密度函数

$$f(\theta) = A(E'/E)^2(E'/E + E/E' + \cos^2\theta - 1) \sin\theta \cdot S(\nu, Z) \quad (3)$$

式中 A 为归一化因子, E' 表示散射光子的能量, 它与散射角有关

$$E' = E/[1 + (E/moc^2)(1 - \cos\theta)] \quad (4)$$

E 表示散射前 X 光子的能量, $moc^2 = 511.0034$ keV, 表示电子静止质量能。 $S(\nu, Z)$ 被称之为非相干散射函数, 其中 Z 代表原子序数, ν 代表动量转移参数

$$\nu = \sin(\theta/2)/\lambda = 29.1433(E/moc^2)(1 - \cos\theta)^{1/2} \quad (5)$$

根据 Hubbell 公布的 $S(\nu, Z)$ 数据^[7], 采用乘抽样方法^[12]对散射角 θ 进行抽样, 然后利用(4)式计算散射光子的能量 E' 。图 2 描绘的是在两种入射光子能量下, 散射光子按散射角 θ 的分布曲线。实线是直接利用(3)式计算得到的, 圆点是抽样结果。

至于瑞利散射过程, 处理方法与康普顿散射过程大致相同。不同之处是散射光子的能量未发生变化。散射角的概率密度函数具有如下形式^[3, 6]

$$g(\theta) = B(1 + \cos^2\theta) \sin\theta F^2(\nu, Z) \quad (6)$$

其中 B 为 $g(\theta)$ 的归一化因子, 而 $F(\nu, Z)$ 为原子结构因子。利用 Hubbell 等人于 1979 年公布的 $F(\nu, Z)$ 数据表^[8], 仍采用乘抽样方法对 θ 进行抽样。图 3 是瑞利散射过程中单位散射角内

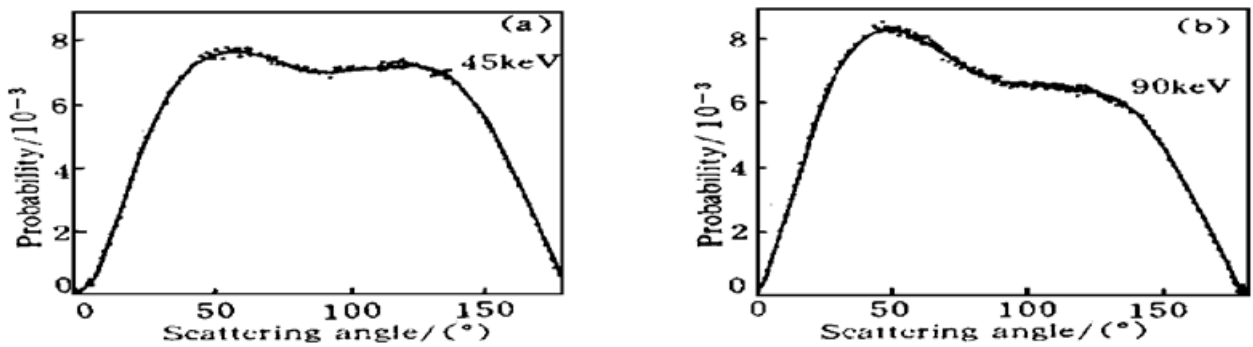


Fig. 2 Angular distributions of Compton scattered photons for the incident X-rays of (a) 45 keV and (b) 90 keV. The solid lines and the dots represent the calculation and sampling values, respectively

的光子数分布。实线是直接从(6)式计算得到的,圆点是抽样结果。图 3(a)、(b)的入射 X 光子能量分别是 45 keV 和 90 keV。

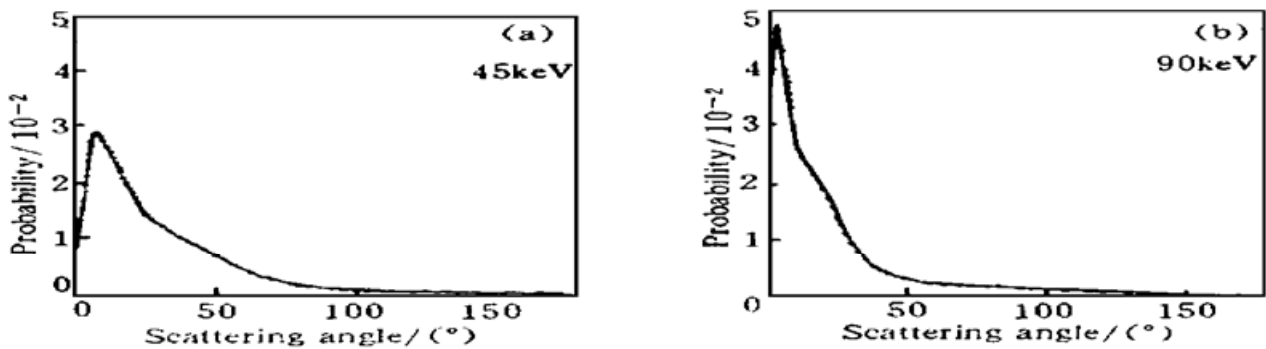


Fig. 3 Angular distributions of Rayleigh scattered photons for the incident X-rays of (a) 45 keV and (b) 90 keV in iron. The solid lines and the dots represent the calculation and sampling values, respectively

需要指出的是,在康普顿散射和瑞利散射中,由于几何模型具有轴对称性,因而,散射光子的方位角在 $[0, 2\pi]$ 内均匀分布。可用直接抽样对方位角 φ 进行抽样。此外,在处理过程中所用的各种数据表给出的是在分离点上的数值,对于那些在分离点以外的数值,本文均采用三次样条插值来获得。

1.3 作用点位置坐标的确定

确定作用点的位置就是在固定坐标系中表示作用点。由于前面提到的散射角 θ 是散射前后光子运动方向之间的夹角,并不是指与固定坐标系 z 轴的夹角,因此给计算带来了麻烦。本文采用旋转坐标变换的方法来确定作用点位置,即在每一个作用点处都将坐标系旋转两次,如图 4 所示。图 4 中 ρ 表示第 n 次作用点与第 $n+1$ 次作用点之间的距离,即自由程。未加撇号的坐标系 xyz 表示第 n 次光子的坐标系,带有撇号的坐标系 $x'y'z'$ 表示第 $n+1$ 次光子坐标系。当出现第 $n+1$ 次作用时就定义一个新的坐标系 $x'y'z'$,使其 z' 轴沿第 $n+1$ 次光子的传播方向。这可分两步完成:第一步,将 $X_n - Y_n$ 平面绕 Z_n 轴旋转 φ_{n+1} 角度,使光子位置矢量的横向分量沿 X_{n+1} 轴,如图 4(b)所示;第二步,将 $X_{n+1} - Z_n$ 平面绕 Y_{n+1} 轴转动 θ_{n+1} 角度,使得 Z_{n+1} 轴与第 $n+1$ 次光子的传播方向一致,如图 4(c)。这样变换以后,作用后的光子在新坐标系中的表示就成了 $x_{n+1} = y_{n+1} = 0, z_{n+1} = \rho$,利用转换矩阵

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \varphi & -\sin \varphi & \cos \varphi \sin \theta \\ \cos \theta \sin \varphi & \cos \varphi & \sin \theta \sin \varphi \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \\ z_{n+1} \end{pmatrix} \quad (7)$$

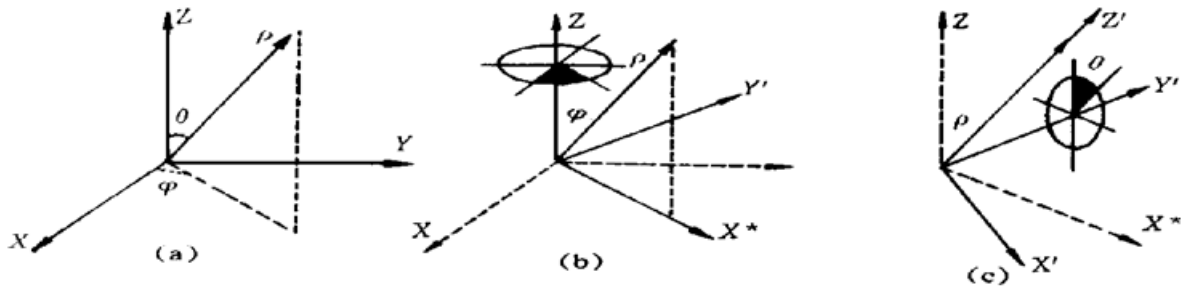


Fig. 4 Schematic of coordinate transformation

可将第 $n+1$ 次坐标系中的位置变换到第 n 次坐标系中。通过这样一级一级变换,再考虑到平移,就可将任意次作用点位置在固定坐标系中表示出来。

2 结果与讨论

2.1 抽样方法的有效性

抽样方法正确与否直接影响最后的结果。在模拟 X 射线光子在铁中的散射规律时,主要遇到二种作用过程。对光电效应过程的抽样比较简单,关键在于康普顿散射和相干散射。图 2 和图 3 表明抽样结果与理论结果一致。这说明本文所采用的抽样方法是合理的。图 1 表明对作用几率的抽样也是合适的。

2.2 角分布

角分布指散射光子按角度的分布。角度是指出射光子与入射光子之间的夹角。图 5 描绘出了入射光子能量分别为 30 keV、60 keV、90 keV 和 110 keV 时单位散射角内光子数的分布。从图中可以看出,正向散射光子主要集中在 $0\sim 40^\circ$ 范围内,而且随着入射光子能量的增加,光子数也增加。当入射 X 光子能量达到 75 keV(图中未给出)以上时,正向散射光子数的变化已不明显。在入射 X 光子能量为 30 keV 时,正向散射光子数甚微,而背向散射光子数大约是其它能量时的两倍。这可用自由程的平均值来解释。当 X 光子能量为 30 keV 时,它们在铁中的平均自由程是 0.016 cm,该能量下发生光电效应的几率占绝对优势。因此,平均来说,入射 X 光子在进入铁板中很短距离(即铁板厚度的 16%)处就发生光电效应,产生的特征 X 光子的出射方向在 $0\sim 180^\circ$ 范围均匀分布。但反向光子由于离入射面很近而反向逸出铁板,成为背向散射光子的一部分。正向光子由于能量低,在向前行进的路途中将被铁完全吸收。因而构成了图 5(a) 的角分布形式。这时,背向散射光子中的相当一部分都是由光电效应贡献的。当入射 X 光子能量达到 60 keV 时,平均自由程和铁板厚度相差无几,正向特征 X 光子

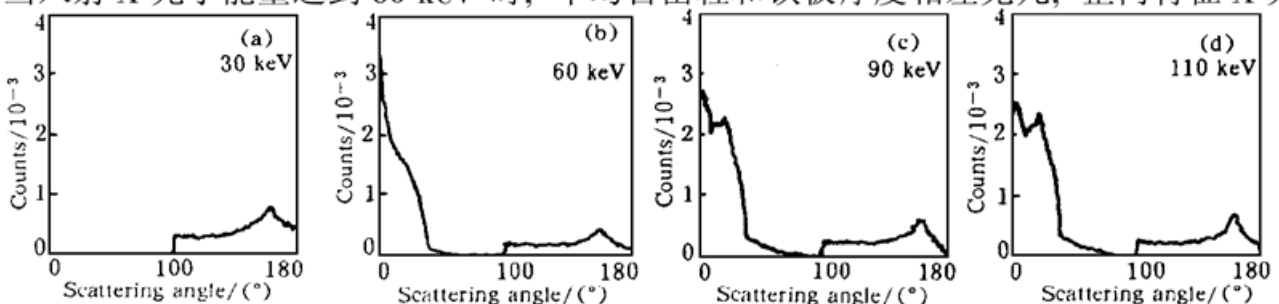


Fig. 5 Angular distributions of the scattered photons for the monoenergetic incident X-rays of energies (a) 30 keV, (b) 60 keV, (c) 90 keV and (d) 110 keV

距离出射面很近, 大多数从出射面逸出从而构成正向散射光子。背向特征 X 光子由于距离入射面较远, 在反向行进的过程中被铁吸收。平均自由程随入射光子能量的增加而增长, 因而光电效应对背向散射光子数的贡献越来越小, 背向散射光子将更多地依赖于散射过程。

2.3 背向散射光子按能量的分布

图 6 表示在入射 X 光子能量不同的情况下, 单位能量间隔内背向散射光子数的分布。在入射 X 光子能量比较低的时候, 背向散射光子主要是铁的特征 X 射线光子。随着入射 X 光子能量的提高, 高能量的背向散射光子数增加。从谱的结构上看, 能量在(7~ 8) keV 的峰是光电峰, 即由光电效应所致。高能端是康普顿散射平台, 即主要是康普顿散射的结果。随着入射能量的增加, 光电效应的几率越来越小, 而康普顿散射的几率逐渐增加(参见图 1)。这就造成了光电峰越来越低, 而散射平台下的面积越来越大。

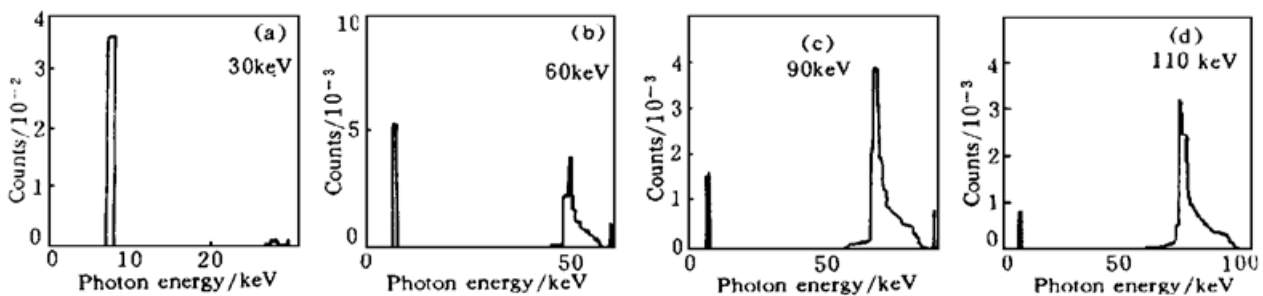


Fig. 6 Dependence of backscattered photons on energy for the monoenergetic incident X rays of energies (a) 30 keV, (b) 60 keV, (c) 90 keV and (d) 110 keV

2.4 吸收与散射光子数的比较

当入射 X 光子能量由 30 keV 增加到 110 keV 时, 被铁吸收的光子数迅速减小, 散射光子数缓慢增加, 而背向散射光子数的变化并不明显, 主要在 0.02~ 0.035 之间, 如图 7 所示。在入射能量较低时吸收是主要的; 对于高能量的入射 X 光子来说, 透射是主要的。因此, 当影像增强器应用于低能 X 射线时, 管壳本身又具有屏蔽 X 射线的作用。

2.5 背向散射光子的平均能量

根据图 6 的能谱可以计算出背向散射光子的平均能量。图 8 表示的是背向散射光子的平均能量随入射 X 光子能量的变化关系。尽管背向散射光子数随入射 X 光子能量的变化不十分明显, 但平均能量的变化是很大的, 从图 6 的能谱结构可以很容易地说明这一点。

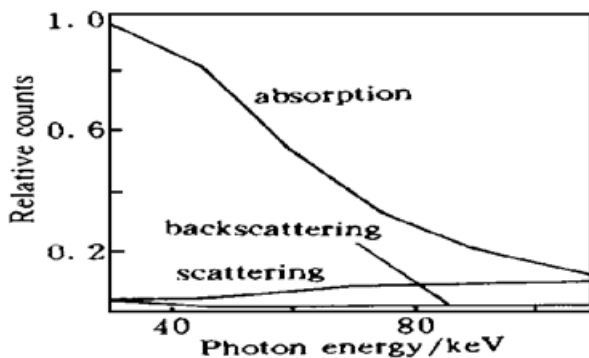


Fig. 7 Comparison of the absorbed, the scattered and the backscattered photons

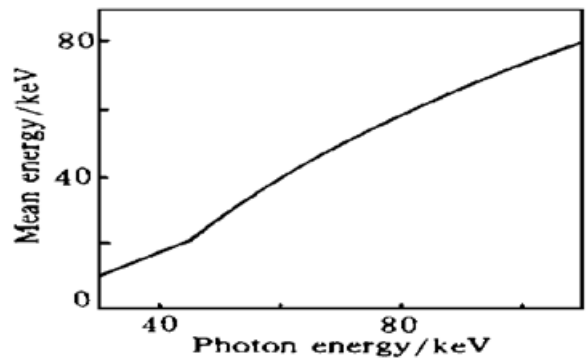


Fig. 8 Mean energy of backscattered photons as a function of incident photon energy

小 结 本文用蒙特卡罗方法,以铁为替代物,研究了单能 X 射线光子在影像增强器中的散射规律,给出了散射光子的角分布、能谱分布。对 X 射线影像增强器中影响像质和对比度的背向散射光子进行了能谱分析。结果指出,在低能 X 光子入射情况下,背向散射光子主要是铁的特征 X 光子,能量为 7.112 keV。随着入射光子能量的提高,背向散射光子数中的特征 X 射线光子逐渐减少,而高能量光子逐渐占据主导地位;同时,背向散射光子的平均能量迅速增加。本文提供的这些数据将有助于从理论上理解 X 光子与影像增强器的作用过程,以便合理设计影像增强器。

参 考 文 献

- [1] W. Kalender, Monte Carlo calculations of X-ray scatter data for diagnostic radiology. *Phys. Med. Biol.*, 1981, **26**(5) : 835~ 849
- [2] H. P. Chan, K. Doi, The validity of Monte Carlo simulation in studies of scattered radiation in diagnostic radiology. *Phys. Med. Biol.*, 1983, **28**(2) : 109~ 129
- [3] H. P. Chen, K. Doi, Physical characteristics of scattered radiation in diagnostic radiology: Monte Carlo simulation studies. *Med. Phys.*, 1985, **12**(2) : 152~ 165
- [4] J. M. Boone, J. A. Seibert, Monte Carlo simulation of the scattered radiation distribution in diagnostic radiology. *Med. Phys.*, 1988, **15**(5) : 713~ 720
- [5] C. W. Cheng, K. W. Taylor, A. F. Holloway, The spectrum and angular distribution of x'rays scattered from a water phantom. *Med. Phys.*, 1995, **22**(8) : 1235~ 1245
- [6] H. Lee, E. S. Kenney, An improvement of Compton scatter imaging with wide aperture detectors — A Monte Carlo study. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1991, **NS-38**(2) : 812~ 827
- [7] J. H. Hubbell, W. J. Veigele, E. A. Briggs *et al.*, Atomic form factors, incoherent scattering functions, and photon scattering cross sections. *J. Phys. Chem. Ref. Data*, 1975, **4**(3) : 471~ 538
- [8] J. H. Hubbell, I. Φ verb Φ , Relativistic atomic form factors and photon coherent scattering cross sections. *J. Phys. Chem. Ref. Data*, 1979, **8**(1) : 69~ 105
- [9] W. J. Veigele, Mass attenuation and absorption cross sections for 94 elements; 0.1 keV to 1 MeV. in *Handbook of Spectroscopy*, edited by W. J. Veigele, 1973. 28~ 154
- [10] 高明坤, 实用概率统计学. 北京, 国防工业出版社, 1988. 291~ 293
- [11] 谢忠信, 赵宗铃, 张玉斌等, X 射线光谱分析. 北京: 科学出版社, 1982. 45~ 53
- [12] 裴鹿成, 张孝泽, 蒙特卡罗方法及其在粒子输运问题中的应用. 北京: 科学出版社, 1980. 64~ 65

Monte Carlo Study of Interactions of X-Rays with Image Intensifier

Guo Jinchuan Niu Hanben

(Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710068)

(Received 1 April 1997; revised 25 August 1997)

Abstract Absorption and scattering properties of monoenergetic X rays of 30 keV~ 110 keV in iron have been studied with Monte Carlo method. The angular distributions of scattered photons and the spectra of backscattered radiation are presented. The results show that the backscattered radiation is primarily the characteristic X-radiation of iron for the incident X-rays of low energy, and that with the energy of incident X-rays increasing, the backscattered radiation of high energy increases and the characteristic X-radiation decreases rapidly.

Key words Compton scatter, Rayleigh scatter, backscatter, Monte Carlo method.