

原子与单模场相互作用中克尔效应与斯塔克效应的统一处理*

王晓光^{1), 2)} 于荣金¹⁾

1), 中国科学院长春物理研究所, 激发态物理开放实验室, 长春 130021
2), 长春大学计算机工程系, 长春 130022

摘 要 处理了包含克尔效应和斯塔克效应的原子与场相互作用模型。由于在其有效哈密顿中作了旋转波近似, 两种效应的影响可以归结为对原子与场失谐的改变, 这种失谐变化依赖于一个系统的守恒量。研究表明, 克尔效应和斯塔克效应在一定条件下是等价的。研究了当场的初态为宏观可区分量子叠加态时, 光子的反聚束效应。探讨了在广义的克尔介质中原子与场相互作用模型的求解。

关键词 克尔效应, 斯塔克效应, 宏观可区分量子叠加态。

1 引 言

在原子与光场相互作用中, 有许多非线性过程。如原子与光场在克尔介质中的相互作用^[1-3], 斯塔克效应的影响^[4]等。深入研究这些非线性现象对进一步了解原子与场在微腔中的行为具有重要意义。另一方面, 一些处于非经典量子态的光场与原子相互作用会产生许多有趣的现象^[3]。在这些非经典态中, 有一大类是根据量子力学的线性叠加原理得到的。典型的叠加态是由相干态 $|\alpha\rangle$ 和 $|-\alpha\rangle$ 叠加而成的, 即宏观可区分量子叠加态(薛定谔猫态)^[5-7],

$$|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \cos\phi \exp(-2|\alpha|^2))}} [|\alpha\rangle + \exp(i\phi)|-\alpha\rangle]. \quad (1)$$

可以看出, $|\phi\rangle$ 在 $\phi=0$ 时变成偶相干态, $\phi=\pi$ 时变成奇相干态^[6,7]。 $|\phi\rangle$ 的光子数分布为

$$P_n = \frac{\exp(-|\alpha|^2) [1 + (-1)^n \cos(\phi)] |\alpha|^{2n}}{[1 + \cos\phi \exp(-2|\alpha|^2)] n!} \quad (2)$$

在 ϕ 值取很大的范围内, 态 $|\phi\rangle$ 呈现出振荡光子数统计、反聚束效应等许多非经典特性^[6]。对于这类薛定谔猫态与原子的相互作用也有一些研究^[8,9]。

本文对包含克尔效应项和斯塔克效应项的原子与场相互作用的模型作统一的处理; 研究当场的初态为(1)式所示的宏观可区分量子叠加态时, 光子所呈现出的反聚束效应; 最后求

* 吉林省教委青年科学基金资助项目。

收稿日期: 1997-06-01; 收到修改稿日期: 1997-09-30

解原子与场在广义的克尔介质中的相互作用模型。

2 模型及其解

失谐对原子与场系统的行为影响很大。多普勒效应对系统的影响表现在失谐依赖于原子质心的动量^[10]、克尔效应与斯塔克效应对系统的影响,也可以归结到它们对失谐的改变,此失谐依赖于系统的一个守恒量算符。

计及克尔效应和斯塔克效应,在旋转波近似下,原子与单模场相互作用的哈密顿量为^[3, 4]($\hbar=1$):

$$H = \omega a^\dagger a + \frac{1}{2}\omega_0\sigma_3 + q(a^\dagger a)^2 + a^\dagger a(\beta_2|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + \beta_1|\downarrow\rangle\langle\downarrow|) + g(\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger) \quad (3)$$

σ_3 、 σ_\pm 是跃迁频率为 ω_0 的原子的赝自旋算符; a 和 a^\dagger 分别是频率为 ω 的单模光场的湮灭和产生算符; β_1 和 β_2 分别为基态 $|\downarrow\rangle$ 和激发态 $|\uparrow\rangle$ 与中间能级耦合产生的移动参数; q 为克尔介质的非线性参数; g 为原子与场的耦合参数。

由于作了旋转波近似,易知算符 $C = a^\dagger a + \sigma_3/2$ 是系统的守恒量,即它与 H 对易。利用它可将克尔效应和斯塔克效应项分别写成如下形式

$$q(a^\dagger a)^2 = q(C^2 + \frac{1}{4}) - qC\sigma_3 \quad (4)$$

$$a^\dagger a(\beta_2|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + \beta_1|\downarrow\rangle\langle\downarrow|) = C\beta_+ - \frac{1}{2}\beta_- + (C\beta_- - \frac{1}{2}\beta_+)\sigma_3. \quad (5)$$

式中

$$\beta_+ = (\beta_2 + \beta_1)/2, \quad \beta_- = (\beta_2 - \beta_1)/2.$$

将(4)、(5)二式代入(3)式得

$$H = A(C) + H_e, \quad H_e = \Delta(C)\sigma_3 + g(\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger) \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} A(C) &= \omega C + q(C^2 + 1/4) + C\beta_+ - \beta_- /2, \\ \Delta(C) &= (\omega_0 - \omega - \beta_+)/2 + (\beta_- - q)C \end{aligned} \quad (7)$$

有效哈密顿 H_e 正是 Jaynes-Cummings(J-C) 模型^[11, 12]。 H_e 与标准 J-C 模型的区别仅在于失谐是算符 C 的函数。设系统的初态为 $\sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle \otimes |\uparrow\rangle$, $|n\rangle$ 为光场的福克态, \otimes 为直积符号。按标准的解法^[12] 可得时间 t 的波函数

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n \exp[-iA(C)t] \exp[-iH_e t] |n\rangle \otimes |\uparrow\rangle = \\ & \sum_{n=0}^{\infty} C_n F(n, t) |n\rangle \otimes |\uparrow\rangle + \sum_{n=0}^{\infty} C_n G(n, t) |n+1\rangle \otimes |\downarrow\rangle \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$F(n, t) = \exp[-iA(n)t] \left[\cos(\sqrt{\Delta(n)^2 + g^2(n+1)t}) - \frac{i\Delta(n) \sin(\sqrt{\Delta(n)^2 + g^2(n+1)t}}{\sqrt{\Delta(n)^2 + g^2(n+1)}} \right]$$

$$G(n, t) = \exp[-iA(n)t] \left[-ig \frac{\sqrt{n+1} \sin[\sqrt{\Delta(n)^2 + g^2(n+1)t}]}{\sqrt{\Delta(n)^2 + g^2(n+1)}} \right] \quad (9)$$

式中

$$A(n) = (\omega + \beta_+)(n + 1/2) + q(n^2 + n + 1/2) - \beta_- / 2$$

$$\Delta(n) = (\omega - \omega - \beta_+) / 2 + (\beta_- - q)(n + 1/2) \quad (10)$$

从方程的精确解可以看出, 克尔效应和斯塔克效应对系统的影响仅表现在原子相对于场的失谐的影响。从(10)式还可以看出, 在适当选择参数时, 克尔效应和斯塔克效应对系统的影响是相同的。例如, 设 $q = 0$, 即没有克尔效应, 只有斯塔克效应。选择参数 $\beta_+ = 0$, $\beta_- = -q'$, 则 $\Delta(n) = (\omega - \omega) / 2 - q'(n + 1/2)$ 。那么, 这样参数的斯塔克效应对系统的影响等价于非线性参数为 q' 的克尔效应对系统的影响。

3 光子的反聚束效应

光子数分布的统计性质可以方便地用二阶关联函数来研究, 其定义为

$$g^{(2)}(t) = \frac{\langle \hat{a}^{\dagger 2} a^2 \rangle}{\langle \hat{a}^{\dagger} a \rangle^2} - 1 = \frac{\langle (a^{\dagger} a)^2 \rangle - \langle \hat{a}^{\dagger} a \rangle^2}{\langle \hat{a}^{\dagger} a \rangle^2} - 1 \quad (11)$$

如果 $g^{(2)}(t) < 0$, 则光场是亚泊松分布, 具有反聚束效应; 如果 $g^{(2)}(t) > 0$, 是超泊松分布, 有聚束效应; $g^{(2)}(t) = 0$ 时, 光场是泊松分布。由(8)式易得光子数算符和光子数平方算符在态 $|\Psi(t)\rangle$ 上的平均值

$$\langle \hat{a}^{\dagger} a \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} |C_n|^2 [n |F(n, t)|^2 + (n+1) |G(n, t)|^2]$$

$$\langle (a^{\dagger} a)^2 \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} |C_n|^2 [n^2 |F(n, t)|^2 + (n+1)^2 |G(n, t)|^2] \quad (12)$$

选择光场的初态为宏观可区分量子叠加态(1), 则光子数分布 $|C_n|^2$ 由(2)式所示。图 1(a)、(b)、(c)分别为光场初态(1)中 ϕ 值取 0 、 $\pi/2$ 、 π 时, 二阶关联函数随时间的演化。

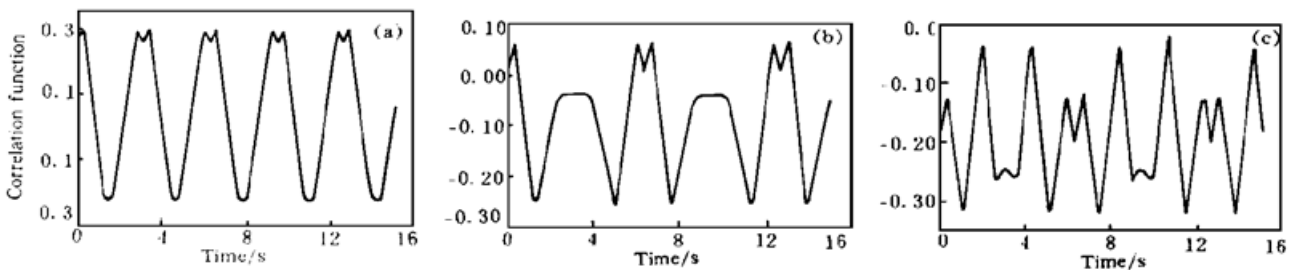


Fig. 1 The second-order correlation function as a function of time. (a) $\phi = 0$, (b) $\phi = \pi/2$, (c) $\phi = \pi$

因克尔效应和斯塔克效应在一定参数选择下是第价的, 现只考虑克尔效应, 选择参数如下: $\omega = \omega_0 = 1$, $\beta_1 = \beta_2 = 0$, $q = 0.5$, $|\alpha| = 1.2$, $g = 1$ 。当场初态(1)式取 $\phi = 0$ 时[图 1(a)], 为偶相干态, 其二阶关联函数为 $(\coth |\alpha|^2)^2 - 1 > 0$, 即光场表现为聚束效应。随着时间的演化, 光场先变为反聚束光, 然后又变成聚束光, 出现比较规则的振荡。当 $\phi = \pi/2$ [图 1(b)], 可以证明, 态的光子数分布为泊松分布, 其二阶关联函数为 0。由图可见, 在初始的一小段时间内, 光场为超泊松光, 然后变成亚泊松光, 即反聚束光, 在后面的时间内光场

在聚束光和反聚束光间振荡。 $\phi = \pi$ 时, 初态变为奇相干态。其二阶关联函数为 $(\tanh |\alpha|^2)^2 - 1 < 0$, 即为反聚束光, 由图 1(c) 可见, 光场始终为反聚束光, 光场的反聚束特性不随时间而改变。出现这种现象是由于克尔效应的影响造成的。当非线性系数比较小, $q = 0.1$ 时, 光场会由反聚束的光随时间变为聚束光。这说明非线性效应在原子与场相互作用时影响很大。当 ϕ 取其它值时, 态(1) 也可能是反聚束的。例如, $\phi = 4\pi/3$ 时, 光场为反束聚的。以此为初态, 光子的反聚束性仍不随时间改变。

4 推广与结论

考虑在广义的克尔介质中原子与场的相互作用, 其哈密顿为:

$$H' = \omega a^\dagger a + \frac{1}{2} \omega_0 \sigma_3 + q(a^\dagger a)^m + g(\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger) \quad (13)$$

m 为任一正整数。由于算符 $C = a^\dagger a + \sigma_3/2$ 仍是系统的守恒量, 用它可以把 H' 写成:

$$H' = A'(C) + \Delta'(C) \sigma_3 + g(\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger) \quad (14)$$

其中

$$A'(C) = \omega C + q \sum_{k=0}^{k \leq m/2} \frac{m! C^{m-2k}}{(2k)! (m-2k)! 2^{2k}}$$

$$\Delta'(C) = (\omega_0 - \omega)/2 - q \sum_{k=0}^{k \leq (m-1)/2} \frac{qm! C^{m-2k-1}}{(2k+1)! (m-2k-1)! 2^{2k+1}} \quad (15)$$

(14) 式也是可解的。进一步的结果将另文讨论。

总之, 本文用统一的方法处理了包含克尔效应和斯塔克效应的原子与单模光场相互作用的模型。结果表明, 克尔效应和斯塔克效应在一定的参数选择下是等价的。进一步研究了当光场初态为宏观可区分量子叠加态时光子的反聚束效应, 发现当宏观可区分量子叠加态为奇相干态时, 由于克尔效应的影响, 光场自始至终都表现为反聚束光。最后考虑在推广的克尔介质中原子与光场相互作用的模型, 证明它也是精确可解的。

参 考 文 献

- [1] V. Burek, I. Jex, Dynamics of a two-level atom in a Kerr-like medium. *Opt. Commun.*, 1990, **78**(5, 6): 425~ 435
- [2] A. Joshi, R. R. Puri, Dynamical evolution of the two-photon Jaynes-Cummings model in a Kerr-like medium. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **45**(7-B): 5056~ 5060
- [3] A. Bandyopadhyay, G. Gangopadhyay, Population trapping in the Jaynes-Cummings model with a Kerr nonlinearity in the cavity. *J. Mod. Opt.*, 1996, **43**(3): 487~ 507
- [4] 宋同强, 王文正, 许敬之等, Stark 效应对双光子 Jaynes-Cummings 模型中原子压缩效应的影响. *光子学报*, 1994, **23**(2): 101~ 104
- [5] H. Moya-cessa, A. Vidiella-Barranco, On the interaction of two-level atoms with superpositions of coherent states of light. *J. Mod. Opt.*, 1995, **42**(7): 1547~ 1552
- [6] 夏云杰, 郭光灿, 奇偶相干态的某些性质. *量子电子学*, 1988, **5**(4): 301~ 305
- [7] 王晓光, 任意依赖强度耦合的 J-C 模型与薛定谔猫态. *科学通报*, 1995, **40**(17): 1552~ 1554
- [8] A. Joshi, M. Singh, Effects of even and odd coherent states on the evolution of the two-photon Jaynes-Cummings model. *J. Mod. Opt.*, 1995, **42**(4): 775~ 785

- [9] 王晓光, 薛定谔猫态的产生与探测及其对 J-C 模型的影响. *物理学报*, 1996, **45**(3) : 389~ 393
- [10] X. G. Wang, C. P. Sun, Effects of a moving mass centre on atomic dynamics in locally inhomogeneous quantized cavity field. *J. Mod. Opt.*, 1995, **42**(3) : 515~ 521
- [11] E. T. Jaynes, F. W. Cummings, Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. *Proc. IEEE*, 1963, **51**(1) : 89~ 110
- [12] B. W. Shore, P. L. Knight, The Jaynes-Cummings model. *J. Mod. Opt.*, 1993, **40**(7) : 1195~ 1238

Unified Approach for Treating the Kerr and Stark Effects in the Interaction Between Atom and Field

Wang Xiaoquang^{1), 2)} Yu Rongjin¹⁾

1), *Laboratory of Excited State Processes, Changchun Institute of Physics,
The Chinese Academy of Sciences, Changchun 130021*

2) *Department of Computer Engineering, Changchun University, Changchun 130022*

(Received 1 June 1997; revised 30 September 1997)

Abstract The model for describing the atom-cavity field interaction including Kerr effect and Stark effect is studied. The two effects only influence the detuning which depends on a conservative operator of the system. Under certain conditions, the two effects have the same influences on the atom-field interaction. The antibunching effect of the field is discussed when the initial field is in a macroscopic quantum superposition states. We also investigated how to obtain the solution of atom-field interaction in a generalized Kerr medium.

Key words Kerr effect, Stark effect, macroscopic quantum superposition state.