

# 获取超短波长电磁辐射的新途径

余 玮 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所强光光学开放研究实验室, 上海 201800)

马锦秀

(中国科技大学近代物理系, 合肥 230026)

**摘 要** 在系统研究运动电子对迎面而来的圆偏振激光脉冲的汤姆逊(Thomson)散射的基础上, 讨论了获取超短波长电磁辐射的两种新方案。其一是利用超强圆偏振激光在具有特定速度的电子的非线性散射所伴随的谐波频率上移, 其二是利用激光在相对论电子反向散射所伴随的多普勒(Doppler)频移。

**关键词** 谐波, 多普勒频移, 电磁辐射。

长期以来, 电子加速器一直是研究电子的相对论运动及其辐射的主要实验手段。进入 90 年代后, 随着激光技术的飞速发展, 超强激光作用下的电子振荡速度已接近光速, 从而为相对论领域的实验研究提供了新的手段。这两种实验装置的配合使用, 无疑是极具吸引力的研究方向, 因而很快引起了普遍重视<sup>[1-3]</sup>。该项研究的重要目标之一是为获取超短波长电磁辐射。由于超短波长电磁辐射源的实际应用价值, 人们不惜投入巨资建设同步辐射装置、研究 X 射线激光。激光与电子加速装置的配合使用能否在获取超短波长电磁辐射方面开创新路, 是人们普遍关心的。本文首先从激光散射的基本理论出发, 系统地研究了一个由右向左运动的电子对迎面而来的方形圆偏振激光脉冲的散射。在此基础上讨论了获取超短波长电磁辐射的两种新方案。1) 利用超强圆偏振激光在具有特定速度的电子的非线性散射所伴随的谐波频率上移; 2) 利用激光在相对论电子反向散射所伴随的多普勒频移。

激光与运动电子可分别由光强因子及相对论因子描述:

$$\alpha_0 = e|A_0|/mc^2 = 0.85 \times 10^{-9} \sqrt{I\lambda^2(\text{W}\mu\text{m}^2/\text{cm}^2)} \quad (1)$$

$$\gamma_0 = (1 - u_0^2/c^2)^{-1/2} = 2E_0(\text{MeV}) \quad (2)$$

式中  $A$ 、 $I$ 、 $\lambda$  分别为激光矢势、光强与波长,  $u_0$ 、 $E_0$  分别为电子速度及能量。众所周知, 对于运动电子而言, 迎面入射的激光脉冲将发生频移, 在  $\gamma_0 < 10^6$  (电子能量  $E_0 < 50 \text{ GeV}$ ) 时, 电子坐标系中的入射光子能量小于电子的静止能(511 keV), 预期将发生经典电动力学框架内的汤姆逊散射; 而在  $\gamma_0 > 10^6$  (电子能量  $E_0 > 50 \text{ GeV}$ ) 时, 入射光子能量大于电子的静止能, 预期将发生量子电动力学框架内的康普敦(Compton)散射。另一方面, 在  $\alpha_0 < 1(I\lambda^2 < 10^{18})$

$\text{W}\mu\text{m}^2/\text{cm}^2$ ) 时, 电子在光场中的振荡动能小于电子的静止能, 电子对激光的散射是线性的; 在  $\alpha_0 > 1(I\lambda^2 > 10^{18} \text{W}\mu\text{m}^2/\text{cm}^2)$  时, 电子的振荡动能大于电子的静止能, 电子对激光的散射是非线性的。本文将限于讨论线性及非线性的汤姆逊散射。

在任一惯性系中, 电子在光场中的运动可由雅可比(Jacobi) 方程描述<sup>[1]</sup>:

$$\frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial S}{\partial t} \right)^2 - |\nabla S + e\mathbf{A}/c|^2 = m^2 c^2 \quad (3)$$

式中  $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\eta)$  为光场矢势、 $\eta = z + ct$ , 对于方脉冲振幅  $|\mathbf{A}|$  在  $t = \pm \infty$  时为 0, 在脉冲范围内为常量。S 为哈密顿原函数, 它可表示为:

$$S = az + bct + f(\eta) \quad (4)$$

$a$ 、 $b$  为待定系数。由上述方程可得到:

$$df/d\eta = [b^2 - a^2 - m^2 c^2 - (eA/c)^2]/2(a + b) \quad (5)$$

由于  $\nabla S = m\gamma\mathbf{u} - e\mathbf{A}/c$ ,  $-\partial S/\partial t = m\gamma c^2$ , 因而有:

$$m\gamma\mathbf{u}_\perp = e\mathbf{A}/c \quad (6)$$

$$\partial S/\partial z = m\gamma u_z = [(a + b)^2 - m^2 c^2 - (eA/c)^2]/2(a + b) \quad (7)$$

$$-\partial S/\partial t = m\gamma c^2 = -c[(a + b)^2 + m^2 c^2 + (eA/c)^2]/2(a + b) \quad (8)$$

式中  $\mathbf{u}$  为电子速度,  $\gamma$  为相对论因子,  $\mathbf{u}_\perp$ 、 $u_z$  分别为与脉冲传播方向垂直方向及平行方向的速度分量。

选用  $R$  坐标系(average rest frame, 用上标'表示)对研究散射问题是十分有利的。在  $R$  坐标系中(7), (8) 式中的  $a + b = -mc\sqrt{1 + a_0^2}$ 、在圆偏振脉冲的作用下, 电子的纵向速度  $u'_z = 0$ , 电子将维持在激光垂直面以横向速度

$$\beta' = \mathbf{u}'/c = \beta(\sin \omega t' \mathbf{x}' + \cos \omega t' \mathbf{y}') \quad (9)$$

作匀速圆周运动, 电子的平均动量为 0。注意光强因子  $a_0$  以及电子速度  $\beta = a_0/\sqrt{1 + a_0^2}$  均为洛仑兹不变量。选取  $R$  坐标系即令  $a + b = -mc\sqrt{1 + a_0^2}$  意味着在进入光脉冲之前, 电子必须具有纵向速度:

$$\mathbf{u}'_0/c = -a_0^2/(2 + a_0^2)\mathbf{z}' \quad (10)$$

而在电子进入脉冲前沿时该纵向速度正好被光压抵消。在实验室坐标系( $L$  坐标系) 这个初始纵向速度应当为  $\mathbf{u}_0/c = -\sqrt{1 - \gamma_0^2}\mathbf{z}$ , 由此可以计算出  $R$  坐标系相对于实验室坐标系的运动速度:

$$v/c = (u_0/c - u'_0/c)/(1 - u_0 u'_0/c^2) = \quad (11)$$

$$[a_0^2 - (2 + a_0^2)\sqrt{1 - \gamma_0^2}]/[2 + a_0^2 - a_0^2\sqrt{1 - \gamma_0^2}] \quad (12)$$

显然, 在  $a_0 \ll 1$  时,  $v/c \sim u_0/c$ , 所谓  $R$  坐标系实际上就是前面提到的电子坐标系。

在  $R$  坐标系中, 入射激光的频率上移为

$$\omega' = \omega \sqrt{(1 - v/c)/(1 + v/c)} \quad (13)$$

它作用于电子后向各个方向散射。在  $a_0 \ll 1$  时, 这种散射是线性的, 即散射光频率等于入射光频率  $\omega' = \omega'$ 。单位立体角的辐射功率可由汤姆逊公式描述:

$$\frac{dP'}{d\Omega'} = \frac{e^2 \omega'^2}{8\pi c} a_0^2 (1 + \cos^2 \theta') \quad (14)$$

式中  $\theta'$  为观察方向及激光入射方向之间的夹角。散射光角分布的峰对称地出现在激光前向及

后向。在  $a_0 \geq 1$  时，光脉冲的散射成为非线性的，散射光频率  $\omega' = n\omega'$ 、即由入射光及其各次谐波频率组成。单位立体角电子在  $n\omega'$  次谐波的辐射功率为：

$$\frac{dP'_n}{d\Omega'} = \frac{e^2 n^2 \omega'^4}{8\pi^3 c} \left| \int_0^{2\pi/\omega'} \mathbf{n}' \times (\mathbf{n}' \times \beta') \exp [in\omega'(t' - \mathbf{n}' \cdot \mathbf{r}'/c)] dt' \right|^2 = \frac{e^2 n^2 \omega'^2}{2\pi c} [\text{ctg}^2 \theta' J_n^2(n\beta \sin \theta') + \beta^2 J_n^2(n\beta \sin \theta')] \tag{15}$$

式中  $\mathbf{n}'$  为观测方向， $J_n$  与  $J'_n$  表示  $n$  阶贝塞耳(Bessel)函数及其导数。在  $a_0 \ll 1$  时，由(15)式可导出汤姆逊公式。

变换到实验室坐标系后，散射光的频率变为：

$$\omega = \frac{\omega'_s \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v \cos \theta/c} \tag{16}$$

其中散射角的变换公式由

$$\cos \theta' = \frac{\cos \theta - v/c}{1 - v \cos \theta/c} \tag{17}$$

给出，单位立体角谐波辐射功率为

$$\frac{dP_n}{d\Omega} = \frac{(1 - v^2/c^2)^2}{(1 - v \cos \theta/c)^4} \frac{dP'_n}{d\Omega'} \tag{18}$$

从激光散射的观点出发，可以定义微分散射截面

$$d\sigma_n/d\Omega = dP_n/d\Omega \tag{19}$$

从获取超短波长电磁辐射的目标出发，有两种方案是值得考虑的。

1) 利用超强激光的非线性汤姆逊散射所伴随的谐波频率上移。计算表明， $R$  坐标系对获取高次谐波特别有利，而采用圆偏振激光又远较线偏振激光优越。为此，可以设法让实验室坐标系成为  $R$  坐标系：让电子以特定的初始速度

$$\mathbf{u}_0/c = - a_0^2/(2 + a_0^2) \mathbf{z} \tag{20}$$

注入迎面而来的超强圆偏振激光脉冲。该纵向速度在激光脉冲前沿被光压抵消，此后电子将维持在激光垂直面作匀速圆周运动、其平均动量为零，因而等同于前面所描述的  $R$  坐标系中的电子。图 1 给出了由

$$\frac{d\sigma_n}{d\Omega} = \frac{3n^2 \sigma_T}{4\pi a_0^2} [\cot^2 \theta J_n^2(n\beta \sin \theta) + \beta^2 J_n^2(n\beta \sin \theta)] \tag{21}$$

计算得到的  $a_0 = 0.09$  及  $a_0 = 2$  时的  $0^\circ$  到  $90^\circ$  的散射角分布，图 1(b) 自左向右画出了 1 至 30 次谐波， $90^\circ$  到  $180^\circ$  的散射呈对称分布，其中  $\sigma_T$  为汤姆逊散射截面。在图中 1(a)，基频波占据



Fig. 1 The angular distribution of differential cross section from 0 to 90 degree at  $a_0 = 0.09$ , and  $a_0 = 2$  (a) The first to 30th harmonic waves from left to right are demonstrated in (b)

主导, 其辐射角分布的峰位于电子轨道的法向, 并且符合汤姆逊公式, 因而是典型的线性散射; 图 1(b) 则表现出明显的非线性特征: 随着  $a_0$  的增大, 出现了越来越多的谐波成分并逐渐取代基频波而占据主导。基频波角分布的峰仍位于电子轨道的法向, 而谐波角分布的峰则随着  $n$  的增大向电子轨道平面转移, 从而在激光的垂直方向可观测到数十倍于激光基频的高次谐波。在该方案中, 电子在超强圆偏振激光的作用下的回旋运动及辐射近似于同步辐射光源储存环中的电子。事实上, (21) 式最早就是针对电子同步辐射而导出的。此方案所要求的电子初始能量甚小(在  $a_0 = 2$  时  $u_0/c = -2/3$ ), 但要求很强的激光脉冲, 因为非线性汤姆逊散射所伴随的谐波频率上移效应随  $a_0$  增大而显著增强。

2) 利用激光在相对论电子反向散射所伴随的多普勒频移。此方案要求电子初始能量较大但激光脉冲较弱 ( $a_0 < 1$ ), 因而散射是线性的, 即在 R 坐标系中散射光频率等于入射光频率、单位立体角的辐射功率由汤姆逊公式描述。由 (16) 式和 (18) 式得到在实验室坐标系中散射光的频率与微分截面分别为:

$$\omega_1 = \frac{\omega(1 - v/c)}{1 - v \cos \theta/c} \quad (22)$$

$$\frac{d\sigma_1}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \frac{(1 + v/c)(1 - v/c)^3}{(1 - v \cos \theta/c)^4} \left[ 1 + \frac{(\cos \theta - v/c)^2}{(1 - v \cos \theta/c)^2} \right] \quad (23)$$

其中  $v/c \sim -\sqrt{1 - \gamma_0^{-2}}$ 。由图 2(a) 显示的激光在  $\gamma_0 = 10$  的相对论电子线性散射的频率角分布可知, 在实验室坐标系中所谓基频散射光的频率  $\omega_1$  是因散射角而异的: 反向散射光的频率上移最大:

$$\omega_{s1}/\omega_i = \frac{1 - v/c}{1 + v/c}, \quad (24)$$

激光散射所伴随的都普勒频率上移随散射角的减小而减小, 乃至在激光前向完全没有频率上移。由图 2(b) 显示微分截面角分布可知, 散射光正好集中在频移最大的激光反向, 这对获取超短波长的电磁辐射十分有利。上述趋向在电子能量很大时变得更加明显, 几乎所有的散射光都集中在激光反向。在该方案中, 光脉冲在相对论电子的反向散射类似于在相对论运动镜面的反射, (24) 式正是本世纪初提出的这一著名理想实验时得到的频率上移公式。

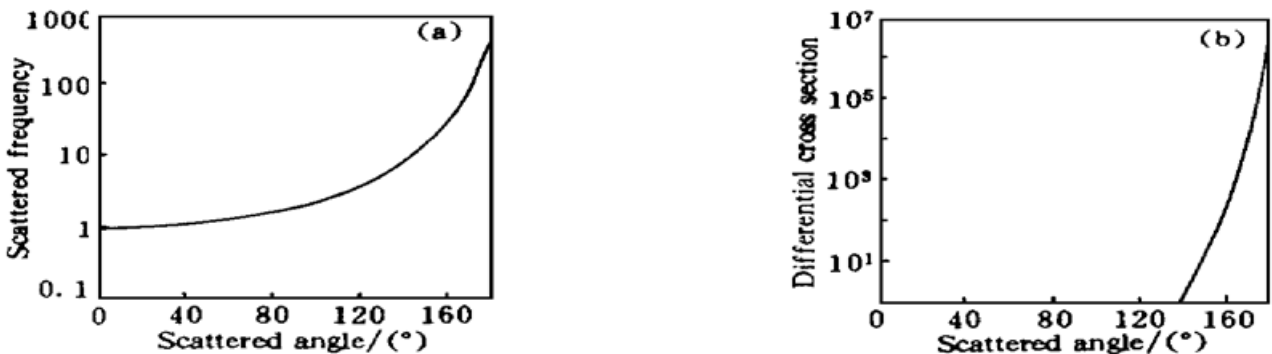


Fig. 2 The angular distribution of the linear scattering of ultraintense laser on the electron with  $\gamma_0 = 10$ , a). Frequency distribution, b). The distribution of differential cross section

综上所述, 运动电子对激光的线性及非线性汤姆逊散射, 确有可能在获取超短波长电磁辐射方面开辟新思路, 本文所讨论的两种方案都有可观的频率上移及散射截面, 因而具有良好的发展前景, 值得更进一步的研究。

## 参 考 文 献

- [1] E. S. Sarachik, G. T. Schappert, Classic theory of the scattering of intense laser radiation by free electrons. *Phys. Rev. (D)*, 1970, **1**(10) : 2738~ 2752
- [2] E. Esary, S. K. Ride, P. Sprangle, Nonlinear Thomson scattering of intense laser pulses from beams and plasmas. *Phys. Rev. (E)*, 1993, **48**(4) : 3003~ 3020
- [3] F. F. Kormendi, G. Farkas, Soft-X-ray generation by multiphoton scattering of a laser beam from fast free electrons. *Phys. Rev. (A)*, 1996, **53**(8) : R637~ 639

## New Approaches for Obtaining Short Wavelength Electromagnetic Radiation

Yu Wei      Xu Zhizhan

(Laboratory for High Intensity Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,  
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Ma Jingxiu

(The Modern Physics Department, Sciences and Technology University of China, Hefei 230026)  
(Received 3 June 1997)

**Abstract** Based on the investigations of Thomson scattering of moving electrons in the presence of oncoming electromagnetic radiation, two new schemes for obtaining short wavelength electromagnetic radiation have been discussed. One of these is to use the harmonic polarized frequency up-shift by the nonlinear Thomson scattering of ultraintense circularly laser from the electrons with a certain velocity. Another is to use the Doppler frequency shift by the opposite direction scattering of ultraintense laser from the relativistic electrons.

**Key words** harmonic wave, Doppler frequency shift, electromagnetic radiation.