

矩形波导谐振腔耦合损失的角谱分析法

刘儿兀 徐启阳 王新兵 谢明杰

(华中理工大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

摘要 在频域用角谱理论分析了矩形波导激光器谐振腔的耦合系数, 计算了矩形波导中 EH_{11} 模的耦合系数, 本文的方法可以推广用于对其它模的分析。

关键词 矩形波导, 谐振腔, 角谱, 耦合损失。

1 引言

矩形波导激光器是发展大功率扩散冷却气体激光器小型化器件的重要方向之一。关于矩形波导谐振腔的耦合损失, Hall^[1,2]等人作了较细致的分析。耦合损失一般是通过耦合系数的值来反映的, 对于耦合系数, 传统的方法是在时域用衍射积分进行计算, 这种方法由于涉及到二重积分的计算, 在进行计算机模拟时为了减少计算量, 一般只能对半共心、半共焦及平行平面腔这三种特殊的腔结构进行求解。本文提出在频域用角谱理论对矩形波导谐振腔进行分析计算的新方法, 避免了二重积分的计算。把本文结论应用于半共心、半共焦及平行平面腔这三种特殊的腔结构, 得出的结果与在时域下用衍射积分方法^[3]得到的结果完全一致, 而且作了比衍射积分方法更为精细的计算分析。

2 理论

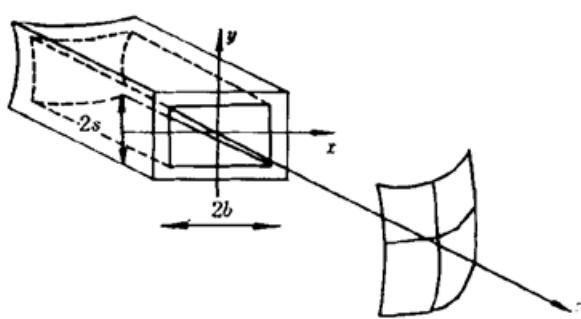


Fig. 1 Schematic of the planar waveguide

考虑 $2a \times 2b$ 的矩形波导, 如图 1 所示, 距其 d 处放一尺寸为 $b' \times b'$ 的曲率半径为 R 的球面镜(设反射率为 1), 设电场为 x 方向极化(电场为 y 方向极化时可类似讨论), 且波导中只存在 EH_{11} 模, 则根据

$$EH_{11}(x, y, z = 0) = (ab)^{-1/2} \cos\left[\frac{\pi x}{2a}\right] \cos\left[\frac{\pi y}{2b}\right] \quad (1)$$

对之进行角谱分解^[4, 5], 即

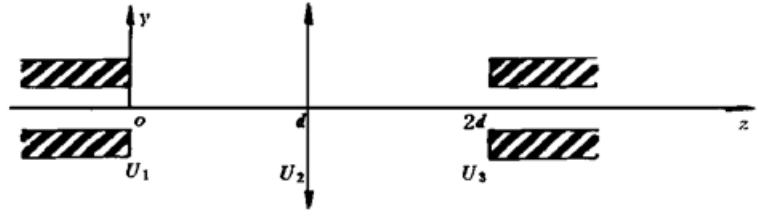
$$EH_{11}(x, y, z = 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_1(f_x, f_y) \exp[2j\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (2)$$

$$A_1(f_x, f_y) = \int_a^a \int_b^b EH_{11}(x, y, z = 0) \exp[-2j\pi(f_x x + f_y y)] dx dy =$$

$$(ab)^{-1/2} \frac{-\pi \cos(2\pi f_x a)}{a[(2\pi f_x)^2 - (\pi/2a)^2]} \frac{-\pi \cos(2\pi f_y b)}{b[(2\pi f_y)^2 - (\pi/2b)^2]} \quad (3)$$

把球面镜等效为焦距为 $R/2$ 的透镜,
如图 2 所示, 可以得到 U_2 的角谱 A_2 为

$$A_2(f_x, f_y) = A_1(f_x, f_y) \exp(jkd) \exp\left[-jkd\left[\frac{\lambda^2 f_x^2 + \lambda^2 f_y^2}{2}\right]\right] \quad (4)$$



由透镜的傅里叶变换性质^[5], 可以得
到返回波导口的场分布 U_3 ,

$$U_3 = \frac{1}{j\lambda d} \exp(jkd) \exp\left[j\frac{k}{2d}(x^2 + y^2)\right] \{A_2 * \text{OF}\{t(x, y)\} * \text{OF}\{\exp[jC(x^2 + y^2)]\}\} \Bigg|_{\substack{f_x = x/\lambda d \\ f_y = y/\lambda d}} \quad (5)$$

式中 $\text{F}\{\cdots\}$ 为傅里叶变换, “ $*$ ”为卷积, $C = k(1/2d - 1/R)$, $t(x, y)$ 为复振幅透过率^[5]。因

$$U_3(x, y) = U_3(x)U_3(y), \quad t(x, y) = t(x)t(y);$$

$$A_1(f_x, f_y) = A_1(f_x)A_1(f_y); \quad A_2(f_x, f_y) = A_2(f_x)A_2(f_y)$$

令 $a/\lambda = m$, $d/a = n$, $2d/R = q$, $b'/a = p$, $b/\lambda = m'$, $d/b = n'$, $b'/b = p'$, 则 x 方向的菲涅耳数 $N_1 = a^2/\lambda d = mn$, y 方向的菲涅耳数 $N_2 = b^2/\lambda d = m'n'$ 。耦合系数为

$$|C_{11}(N_1, N_2)|^2 = |C_{11}(N_1)|^2 |C_{11}(N_2)|^2 \quad (6)$$

$$|C_{11}(N_1)|^2 = \left| \int_a^a U_3(x) EH_{11}(x, z=0) dx \right|^2; \quad |C_{11}(N_2)|^2 = \left| \int_a^a U_3(y) EH_{11}(y, z=0) dy \right|^2$$

由于常相位因子对本文的结果无影响(下面的讨论忽略常相位因子), 这样由(5) 式考虑 $p \gg 1$ 的情况, 则得到

$$A_2(f_x) * \text{OF}\{t(x)\} = A_2(f_x) = \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{a}}{(4af_x)^2 - 1} \exp\left[-j\frac{kd\lambda^2}{2} f_x^2\right] \quad (7)$$

$$U_3(x) = \frac{4\exp(jkx^2/2d)}{\pi \sqrt{\lambda d/a}} \left[\frac{\cos(2\pi af_x) \exp(-jkd\lambda^2 f_x^2/2)}{(4af_x)^2 - 1} * \text{OF}\{\exp(jC_x^2)\} \right] \Bigg|_{f_x = \frac{x}{\lambda d}} \quad (8)$$

下面分别讨论 $R = 2d$ 与 $R \neq 2d$ 两种情况。

1) 当 $R = 2d$ 时, $C = 0$, 由(8) 式可得

$$U_3(x) = \frac{4}{\pi \sqrt{\lambda d/a}} \frac{\cos(2\pi N_1 x/a)}{(4N_1 x/a)^2 - 1} \quad (9)$$

$$\text{则 } |C_{11}(N_1)|^2 = \left| \int_a^a U_3(x) EH_{11}(x, z=0) dx \right|^2 = \left| \int_0^1 \frac{8}{\pi} \frac{\sqrt{N_1}}{(4N_1 x)^2 - 1} \cos(2\pi N_1 x) \cos(\pi x/2) dx \right|^2 \quad (10)$$

进一步的分析表明, 在 N_1 较大时, $|C_{11}(N_1)|^2 \propto 1/N_1$ 。

2) 当 $R \neq 2d$ 时, 针对不同的菲涅耳数 N_1 , 可处理以下两种情况:

(i) 如果满足 $N_1 > 25|(2-q)/(1-q)|$, 由(8) 式可以得到

$$C_{11}(N_1) = \int_0^1 \sqrt{\frac{1}{1-q}} \left[\text{sign}\left(1 - \frac{x}{1-q}\right) + \text{sign}\left(1 + \frac{x}{1-q}\right) \right] \times \cos\left[\frac{\pi(1-q)x}{2}\right] \exp\left[\frac{j\pi N_1 qx^2}{q-1}\right] \cos\left[\frac{\pi x}{2}\right] dx \quad (11)$$

其中 $\text{sign}(\cdots)$ 为符号函数。

(ii) 如果满足 $N_1 < |q - 1|/20|q|$, 则

$$C_{11}(N_1) = \int_0^{\pi/2} (1-q) \sqrt{1-q} \frac{\exp\left[-j\frac{\pi x^2}{N_1} \frac{2-q}{1-q}\right] \cos\left[\frac{2\pi x}{1-q}\right] \cos(2\pi x)}{[16x^2 - (1-q)^2](16x^2 - 1)} dx \quad (12)$$

用变步长的 Newton Cotes 方法对之数值模拟, 可以保证精度为 1×10^{-6} (而在时域用衍射积分方法, 一般只能达 1×10^{-4} 量级)。对于方波导, $a = b$, 即系统的菲涅耳数 $N = \sqrt{N_1 N_2} = N_1 = N_2$ 。下面对几种情况进行讨论。

1) $q = 1$ 时, 对(6)式、(10)式进行数值模拟, 如图 3(a) 所示。可知在半共焦时, 为了获得较大的耦合系数 $|C_{11}(N)|^2$, 要求菲涅耳数 N 相当小, 不利于矩形波导激光器的小型化。

2) $q = 2$ 时, 由于 $N > 0$, 满足条件 $N_1 > 25|(2-q)/(1-q)|$, 对(6)式、(11)式进行数值模拟, 如图 3(b) 所示。可知在半共心结构时, 要获得较大的耦合系数 $|C_{11}(N)|^2$, 菲涅耳数 N 必须非常小, 也不利于矩形波导激光器的小型化。

3) $q = 0$ 时, 由于 $N < \infty$, 满足 $N_1 < |q - 1|/20|q|$, 对(6)式、(12)式进行数值模拟, 如图 3(c) 所示。可知在平面腔情况下, 只要菲涅耳数 N 足够大, 即可获得相当大的耦合系数 $|C_{11}(N)|^2$, 相应地镜子距波导口的距离 d 可较小, 从而有利于矩形波导激光器的小型化。

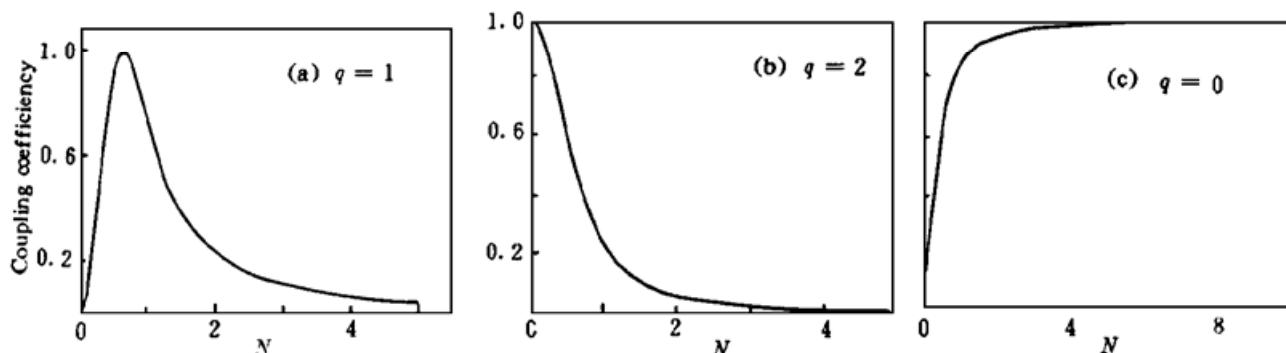


Fig. 3 EH_{11} mode-coupling coefficient as a function of the Fresnel number N at several values q for the square waveguide

4) 类似于 2)、3) 作更详细的分析, 对于不同的 q 值, 可以得到一系列 $|C_{11}(N)|^2$ 相对于菲涅耳数 N 的分布曲线, 如图 4(a)、图 4(b) 和图 4(c) 所示。可以看出菲涅耳数 N 较大时, 耦合系数 $|C_{11}(N)|^2$ 随 q 的减小而增加, 且在 $q = 0$ 附近可获得较大的耦合系数。

对矩形波导的分析可按上述方法进行, 这里不进行讨论, 只画出 $q = 0$ 、 $q = 1$ 、 $q = 2$ 三

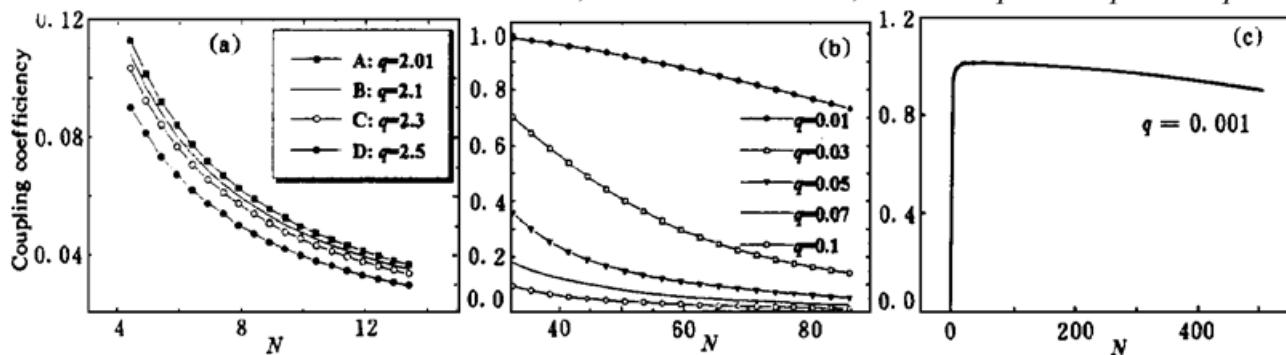


Fig. 4 EH_{11} mode-coupling coefficient as a function of the Fresnel number N at several values q for the square waveguide

种情况下的耦合系数对于 N_1 、 N_2 的三维分布, 如图 5(a)、图 5(b) 和图 5(c) 所示。

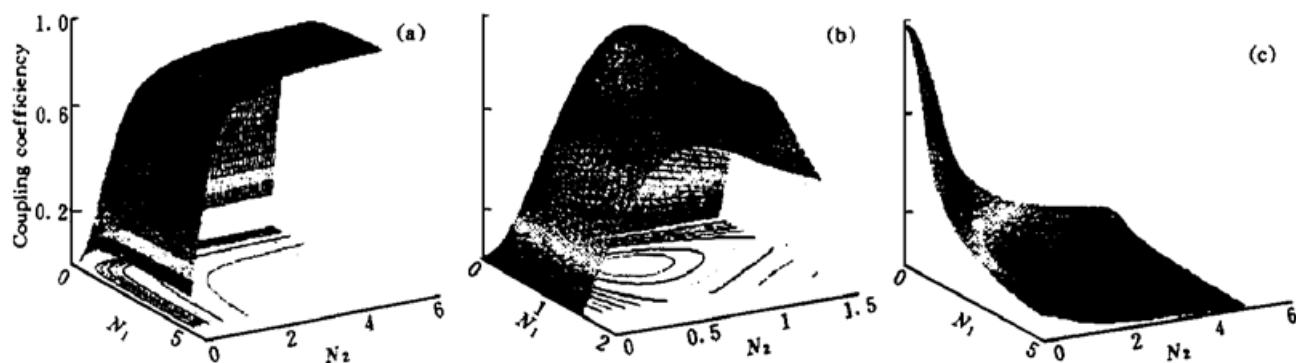


Fig. 5 EH_{11} mode-coupling coefficient as a function of the Fresnel number N_1 and N_2 at several values q

结 论 对于一定的参量 q , 根据 x 、 y 方向菲涅耳数 $N_{1,2}$ 的不同由条件 $N_{1,2} > 25|(2-q)/(1-q)|$ 或 $N_{1,2} < |1-q|/20|q|$ 来选择(10)式或(11)式或(12)式计算 $|C_{11}(N_1)|^2$ 与 $|C_{11}(N_2)|^2$, 由此可求出 $|C_{11}(N_1, N_2)|^2$ 。考虑到激光器小型化的趋势, 为了获得低的耦合损耗, 矩形波导激光器必须采用平行平面腔结构。上面只是对 EH_{11} 模进行了讨论, 多模的情形可按同样方法处理。与时期域衍射积分法比较, 在频域用角谱分析法由于避免了二重积分计算, 不仅简化了计算过程, 而且提高了计算精度。

参 考 文 献

- [1] C. A. Hill, D. R. Hall, Coupling loss theory of single-mode waveguide resonators. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(9) : 1283~ 1290
- [2] J. J. Degnan, D. R. Hall, Finite-aperture waveguide-lasers resonators. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1973, **QE-9**(9) : 901~ 910
- [3] 王新兵, 徐启阳等, 矩形波导谐振腔的耦合损失和模式特征. 光学学报, 1995, **15**(11) : 1515~ 1519
- [4] 周炳琨, 高以智, 陈家骅等, 激光原理. 北京: 国防工业出版社
- [5] 吕乃光, 傅里叶光学. 杭州: 机械工业出版社

Coupling Losses of Planar Waveguide Resonators ——Angular Spectrum Analysis

Liu Erwu Xu Qiyang Wang Xinbing Xie Minjie

(State Key Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(Received 20 May 1997; revised 4 September 1997)

Abstract Coupling losses of planar waveguide resonators are discussed in terms of angular spectrum theory. Under the conditions given in the paper, the EH_{11} -mode coupling coefficient is calculated numerically. The conclusions can be applied to the other modes.

Key words planar waveguide, resonator, angular spectrum, coupling loss.