

用复数矩阵衍射积分分析 X 射线激光输出特性*

杨 军¹⁾ 范滇元¹⁾ 王世绩²⁾ 顾 援²⁾ 周关林²⁾

1), 中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光物理国家实验室, 上海 201800
2), 上海激光等离子体研究所, 上海 201800

摘 要 由复数矩阵元表达的失调光学系统衍射积分, 研究了部分相干光交叉谱密度经过复杂光学系统的传输规律, 并将之用于无腔型激光输出特性的研究。具体对实验室等离子体 X 射线激光进行了分析, 所得结果与已有实验符合较好。

关键词 无腔型激光, 等离子体 X 射线激光, 复数矩阵元表达的衍射积分, Wigner 分布函数。

1 引 言

X 射线激光在全息照相、等离子体诊断等领域的广泛应用前景, 推动了高亮度、高相干度等离子体 X 射线激光的迅猛发展。串接靶、弯曲靶加反射镜双程放大的方案因有效补偿 X 光偏折和进行空间选模, 在实验上已获得饱和、小发散角的 X 射线激光输出^[1-4]。本文基于目前 X 射线激光是自发辐射放大无腔型激光这一特点, 用非相干光描述自发辐射, 通过研究部分相干光场在等离子体增益介质中传输行为分析其输出特性。文中首先证明了失调光学系统衍射积分适用于复数矩阵元情况, 由此出发研究了部分相干光场交叉谱密度经过复杂光学系统的传输规律, 并借助 Wigner 分布函数分析了光场特性。用此方法分析了爆炸靶、平板靶以及加反射镜双程放大 X 射线激光输出的光斑半径、远场发散角、相干度等。分析了电子密度梯度、增益分布、靶长、靶和反射镜耦合对输出场分布的影响, 并与已有实验进行了比较。本文所给的方法比已有文献分析 X 射线激光传输放大的方法^[5-7]要简洁直观, 并且可广泛适用于像铜蒸气、准分子等自发辐射放大无腔型激光器输出特性的研究。

2 理 论

一个复杂的光学系统不仅包含常规的光学元件, 而且有复数类透镜介质、高斯光阑、高斯反射镜及轴向不均匀介质; 另外, 还有各光学元件、介质间的失调, 介质的折射率、增益/

* 国家高技术激光领域 X 射线激光专题资助。

收稿日期: 1997-08-26; 收到修改稿日期: 1997-12-05

损耗呈非对称分布等情况。对共轴系统, 文献[8, 9] 证明复数矩阵元表达的衍射积分是傍轴波动方程的准确解。对只含常规光学元件的失调系统, 文献[10] 引入 4×4 失调矩阵研究了光场传输。下面简单地分析失调光学系统衍射积分同样适用于矩阵元为复数的情况。

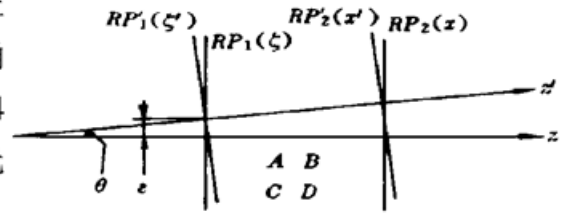


Fig. 1 A misaligned optical system

一个失调的光学系统(见图 1), ζ, x, z 为失调系统参考系, ζ', x', z' 为共轴系统参考系。 $ABCD$ 为复数矩阵元, 所以不能直接用几何光线方法得出 4×4 增广矩阵。设 Ψ_i, Ψ_0 分别为输入、输出场分布, 取直角坐标系且只考虑一维情形,

$$\Psi_0(x') = \sqrt{\frac{-j}{B\lambda}} \exp [jkL_0'(z')] \int \Psi_i(\zeta') \exp \left[\frac{jk}{2B} (A\zeta'^2 - 2x'\zeta' + Dx'^2) \right] d\zeta' \quad (1)$$

ζ', x', z' 与 ζ, x, z 之间坐标变换(取傍轴近似)

$$\zeta' = \zeta - \epsilon, \quad x' = x - (\epsilon + z\theta) \quad (2)$$

并考虑坐标旋转引入的相位变化, 有:

$$\begin{aligned} \Psi_0(x) = & \sqrt{\frac{-j}{B\lambda}} \exp [jkL_0(z)] \int \Psi_i(\zeta) \times \\ & \exp \left\{ \frac{jk}{2B} [(A\zeta^2 - 2x\zeta + Dx^2) + \zeta 2\epsilon(1 - A) + 2(z - B)\theta] + \right. \\ & \left. x[2\epsilon(1 - D) + 2(B - Dz)\theta] \right\} d\zeta \end{aligned} \quad (3)$$

(3) 式就是失调的复杂光学系统衍射积分, 形式上与文献[10] 是一致的, 不同的是 $ABCD$ 是复数矩阵元。有理由得出 4×4 增广矩阵 J 为:

$$J = \begin{pmatrix} A & B & \alpha & \beta \\ C & D & \gamma & \delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中

$$\alpha = (1 - A)\epsilon, \quad \beta = (z - B)\theta, \quad \gamma = -C\epsilon, \quad \delta = (1 - D)\theta.$$

利用泊松积分公式容易证明, 复数矩阵元表达的失调复杂光学系统衍射积分(3) 式对多个失调系统的串接也是成立的。(3)、(4) 式经整理后有

$$\Psi_0(x) = \sqrt{\frac{-j}{B\lambda}} \exp (jkL_0) \int \Psi_i(\zeta) \exp \left\{ \frac{jk}{2B} [(A\zeta^2 - 2\zeta x + Dx^2) + E\zeta + Fx] \right\} d\zeta \quad (5)$$

其中

$$E = 2(\alpha + \beta), \quad F = 2(B\gamma - D\alpha + B\delta - D\beta)$$

准单色近似下, 部分相干光交叉谱密度函数定义为:

$$\Gamma(q_1, q_2) = \langle \Psi^*(q_1) \Psi(q_2) \rangle \quad (6)$$

$\langle \rangle$ 为取系综平均。由(5)、(6) 式, 并作变换,

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad s = x_1 - x_2, \quad \zeta = \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2}, \quad \eta = \zeta_1 - \zeta_2,$$

得

$$\Gamma_0(x, s) = \frac{a_0}{|B\lambda|} \iint \Gamma_i(\zeta, \eta) \exp \left\{ -k_0 \left[\left(\zeta^2 + \frac{\eta^2}{4} \right) \operatorname{Im} \left(\frac{A}{B} \right) + \left(x + \frac{s^2}{4} \right) \operatorname{Im} \left(\frac{D}{B} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. 2(x\zeta + s\eta) \operatorname{Im} \left(\frac{1}{B} \right) + \zeta \operatorname{Im} \left(\frac{E}{B} \right) + x \operatorname{Im} \left(\frac{F}{B} \right) \right] \right\} \times \\ \exp \left\{ jk_0 \left[-\zeta\eta \operatorname{Re} \left(\frac{A}{B} \right) - xs \operatorname{Re} \left(\frac{D}{B} \right) + (\zeta s + x\eta) \operatorname{Re} \left(\frac{1}{B} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\eta}{2} \operatorname{Re} \left(\frac{E}{B} \right) - \frac{s}{2} \operatorname{Re} \left(\frac{F}{B} \right) \right] \right\} d\zeta d\eta \quad (7)$$

式中 $a_0 = \exp[-2k \operatorname{Im}(L_0)]$ 。(7)式就是复数矩阵元表达的、失调光学系统中部分相干场交叉谱密度的衍射积分。它普遍适用于考虑了增益/损耗、失调的连续介质和离散元件组成的傍轴光学系统。为进一步分析光束特性,引入 Wigner 分布函数^[11]:

$$F_{\text{WD}}(x, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-jk_0\theta s) \Gamma(x, s) ds \quad (8)$$

容易得出光强空间分布:

$$I(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{\text{WD}}(x, \theta) d\theta \quad (9)$$

和光强角分布:

$$U(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{\text{WD}}(x, \theta) dx \quad (10)$$

以坐标原点为参考点,相干度定义为,

$$\mu(s) = \left| \Gamma(s/2, s) / \sqrt{I(0)} \sqrt{I(s)} \right| \quad (11)$$

光束的光斑半径、发散角宽度和相干半径分别用相应分布的二阶矩来定义。

3 X 射线激光输出特性分析

等离子体 X 射线激光的工作物质增益很高,有很强的自发辐射。由于等离子体增益时间维持很短,加上 X 射线波段光学元件性能上的局限性,使得 X 射线激光难以有腔型结构。所以目前饱和输出、小发散角的 X 射线激光都是采用串接靶、弯曲靶加反射镜双程放大的方案。对这种自发辐射放大无腔型激光,运用前面部分相干光经复杂光学系统交叉谱密度函数变换式,分析其输出场特性。不考虑增益饱和效应,经历光程最长的光将得到最充分放大,因此双程放大 X 射线激光输出场将主要由输出端附近的自发辐射源决定。因为是自发辐射,取 $\Gamma_i(\zeta, \eta) = \operatorname{rect}(\zeta) \delta(\eta)$ 代入(7)式,有

$$\Gamma_0(x, s) = \frac{a_0}{|B\lambda|} \exp \left\{ -k_0 \left[\left(x + \frac{s^2}{4} \right) \operatorname{Im} \left(\frac{D}{B} \right) + x \operatorname{Im} \left(\frac{F}{B} \right) \right] - jk_0 \left[xs \operatorname{Re} \left(\frac{D}{B} \right) + \frac{s}{2} \operatorname{Re} \left(\frac{F}{B} \right) \right] \right\} \times \\ \iint \operatorname{rect}(\zeta) \exp \left\{ -k_0 \left[\zeta^2 \operatorname{Im} \left(\frac{A}{B} \right) - 2x\zeta \operatorname{Im} \left(\frac{1}{B} \right) + \zeta \operatorname{Im} \left(\frac{E}{B} \right) \right] + jk_0 \zeta \operatorname{Re} \left(\frac{1}{B} \right) \right\} d\zeta$$

其中 A、B、C、D、E、F 由相应激光系统的复数矩阵元决定。由(9)~(12)式,可以分析 X 射线激光的相干度、近远场分布等特性。

3.1 一个简单情形

由于串接靶/弯曲靶较好补偿了电子密度梯度导致的光线偏折,可以将靶等效成长度为 X 光实际传播路程的轴对称介质,而爆炸靶本身就是轴对称分布。忽略增益不均匀性,把增

益区简单视为一系列孔径光阑 $P_{0, 1, 2}$, 大小为增益区半宽。这样衍射积分用 2×2 实数矩阵即可, 整个问题简化成如图 2 所示。图中 ES 为自发辐射源。

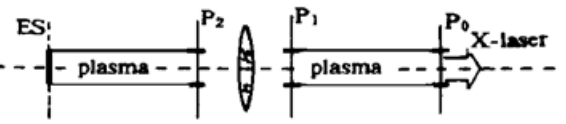


Fig. 2 Equivalent optical scheme of double pass amplified XRL

$$\Gamma_0(x, s) = \frac{1}{B\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{rect}(\zeta) \exp[-\frac{jk_s}{B}(Dx - \zeta)] d\zeta \quad (13)$$

由(10)式, 得出场强角分布为:

$$U(\theta) = \int_{-W_e/2}^{W_e/2} \text{rect}\left(\frac{Dx - B\theta}{W_e}\right) dx \quad (14)$$

W_e 为等离子体宽度。定义半峰值全宽度为发散角, 考虑 P_0 是出射主光阑, 以及有一个衍射极限发散角 $\theta_0 = 2.44 \times \lambda/W_p$, 可以得出双程放大 X 射线激光输出发散角

$$\theta_{\text{div}} = \frac{W_e}{|B|} + \theta_0 \quad (15)$$

同理, 可得 P_1 、 P_2 为主光阑时发散角表达式, 这和文献[12]利用成像方法所得结果一致。

3.2 考虑介质增益不均匀、折射率非对称分布、靶间耦合的情况

平板靶电子密度呈(近线性)抛物线分布

$$n_e(x) = a \left\{ 1 - \frac{[x - (2W_e - b)]^2}{b^2} \right\}, \quad (-w_e \leq x \leq W_e) \quad (16)$$

式中, a 、 b 为确定抛物线具体分布的待定参数, 增益分布为

$$g(x) = g_0 - g_2 x^2 / 2 \quad (17)$$

于是得平板靶复折射率分布为:

$$n(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 / 2 + j(g_0 - g_2 x^2 / 2) \quad (18)$$

式中

$$\beta_0 = 1 - \frac{a}{2n_{cr}} + \frac{a(2W_e - b)^2}{2n_{cr}b^2}, \quad \beta_1 = -\frac{a(2W_e - b)}{n_{cr}b^2}, \quad \beta_2 = \frac{a}{n_{cr}b^2},$$

$$n_{cr} = 1.116 \times \frac{10^9}{\lambda^2} [\text{cm}^{-3}], \quad g_0 = \frac{G_0}{2k_0}, \quad g_2 = \frac{G_0}{k_0 W_e^2}$$

G_0 为小信号增益系数, λ 的量纲取米。平板靶复折射率分布不满足失调矩阵存在的准非对称条件, 为此采用近似处理: 把增益介质分成若干小段, 将每一段的非均匀增益 $-g_2 x^2 / 2$ 全部放在该段最后。其变换矩阵为: $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/F & 1 \end{bmatrix}$, 其中, $F = j/g_2 \Delta L$, ΔL 为分段长度, 相当于一个高斯光阑。对爆炸靶, 其电子密度、增益都呈二次型抛物线分布, 所以可看作轴对称的复数类透镜介质。计算中选择如下参数:

平板靶: $\lambda = 23.2 \text{ nm}$, $W_e = 100 \mu\text{m}$, $n_{e0} = 5.0 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$, $a = 13.0 n_{e0}$, $b = 2599.5 \mu\text{m}$, $G_0 = 5.0 \text{ cm}^{-1}$

爆炸靶: $\lambda = 100 \text{ nm}$, $W_e = 100 \mu\text{m}$, $n_{e0} = 5.0 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$, $G_0 = 5.0 \text{ cm}^{-1}$ 。

根据实际 X 射线激光系统, 由所给参数求得相应矩阵元代入(9)~(12)式可分析其输出特性。

3.2.1 双程放大 X 射线激光

1) 爆炸靶加反射镜。靶长 30 mm, 靶镜间距 40 mm, 反射镜为平面镜。计算了远场发散角(图 3)和近场相干度(图 4), 作比较还给出了单程 X 射线激光的结果。

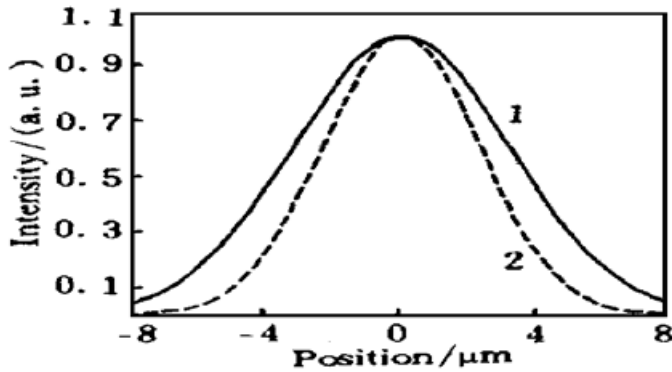


Fig. 3 Angular distribution. curve 1: exploding target, curve 2: exploding target with mirror

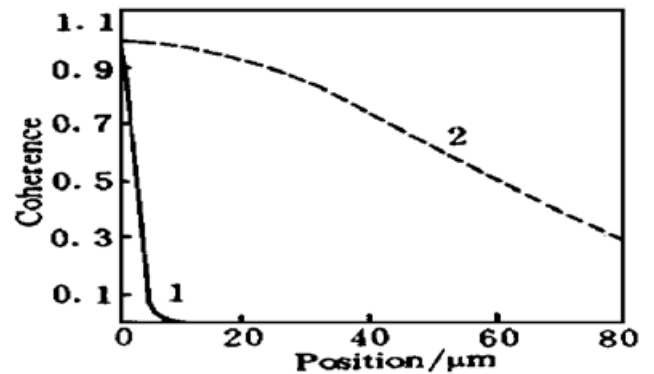


Fig. 4 Space coherence. curve 1: exploding target, curve 2: exploding target with mirror

2) 双平板靶串接加反射镜。靶长 14 mm, 双靶对接与水平轴夹角 4.5 mrad, 反射镜轴线与水平轴夹角 9 mrad, 反射镜分别用了曲率半径 80 mm 的球面镜和平面镜。计算了远场发散角(图 5)和近场相干度(图 6), 作为比较还给出了双平板靶串接单程 X 射线激光的结果。

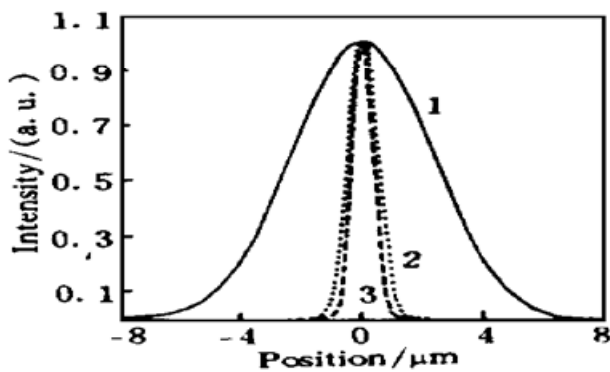


Fig. 5 Angular distribution. curve 1: two slab targets, curve 2: two slab targets with spherical mirror, curve 3: two slab targets with plane mirror

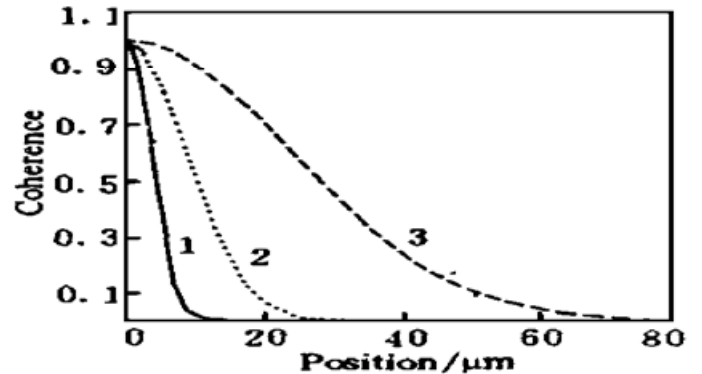


Fig. 6 Spatial coherence. curve 1: two slab targets, curve 2: two slab targets with spherical mirror, curve 3: two slab targets with plane mirror

可以看出: 采用双程放大、平板靶比爆炸靶能更有效地减少发散角, 与文献[12]的分析一致, 这很好地解释了目前小发散角 X 射线激光为什么都是用平板靶来实现的^[1, 3, 4]; 平板靶、爆炸靶双程放大的相干度比单程放大都有显著提高; 采用平面镜比球面镜能更好地减少发散角、提高相干度; 同时也看到爆炸靶输出光发散角虽然较大, 但相干性并不差。

3.2.2 平板靶、爆炸靶输出特性随靶长的变化

1) 两种不同等离子体区宽度 ($W_e = 100 \mu\text{m}$, $W_e = 70 \mu\text{m}$) 下, 平板靶 X 光激光偏折角随靶长的变化如图 7 所示, 与已有实验结果基本一致^[1]。

2) 平板靶、爆炸靶 X 射线激光输出场的远场发散角、相干半径、光斑半径随靶长的变化如图 8、图 9、图 10 所示。

可以看出: 随着靶长增加至 50 mm, 平板靶发散角可压缩到 3~4 mrad 左右, 而爆炸靶发散角只能减小到 10 mrad 左右; 平板靶的输出光斑半径比爆炸靶小; 随着靶长增加, 爆炸靶输出光相干度比平板靶增长得快。这些结果与两种靶所特有的电子密度分布紧密相关, 基

本反映了已有实验的结果。

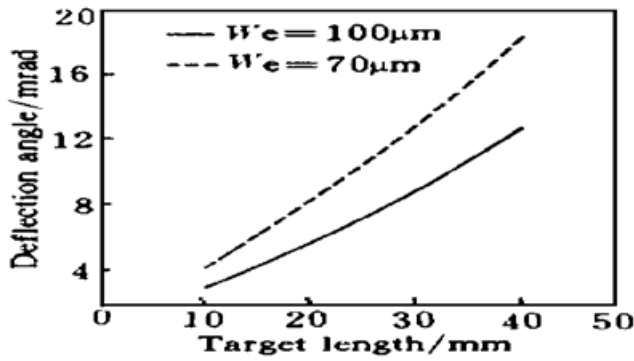


Fig. 7 Deflection angle versus target length

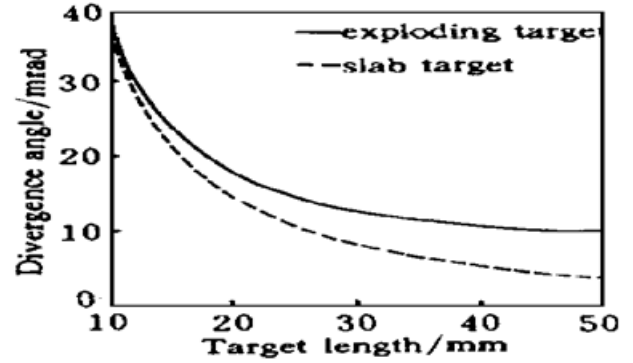


Fig. 8 Divergence angle versus target length

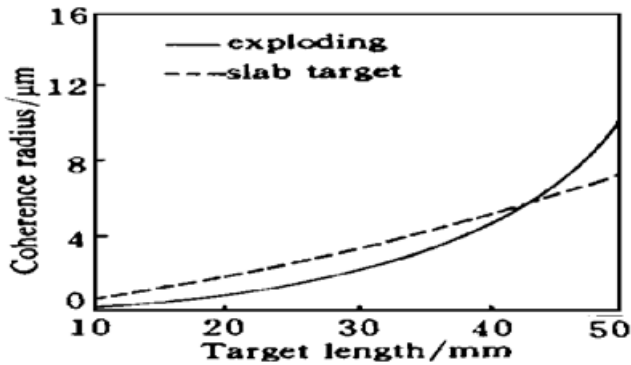


Fig. 9 Coherence radius versus target length

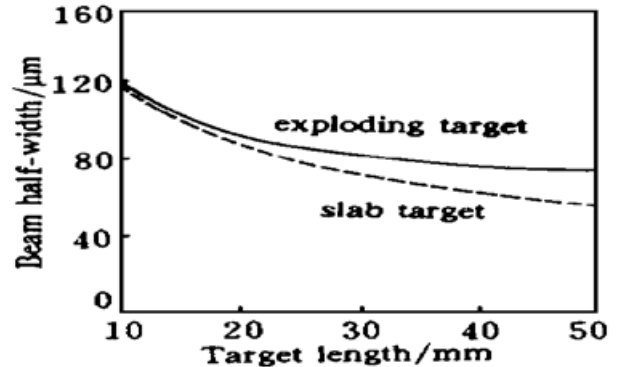


Fig. 10 Beam half-width versus target length

小 结 利用复数矩阵元表达的失调光学系统衍射积分, 并借助 Wigner 分布函数可以方便地研究无腔型激光输出特性。用这种新颖的方法分析了实验室等离子体 X 射线激光的传输放大, 所得结果与已有实验符合得较好。

参 考 文 献

- [1] Shiji Wang, Yuan Gu, Guanlin Zhou *et al.*, Experimental investigation of high-gain Ne-like Ge soft-X-ray by double massive-target coupling. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1992, **9**(3): 360~ 368
- [2] 王世绩, 顾 援, 周关林等, 反射镜多靶串接增益饱和软 X 光激光实验. *强激光与粒子束*, 1993, **5**(4): 557~ 563
- [3] A. Carillon, H. Z Chen, P. Dhez *et al.*, Saturated and near-diffraction-limited operation of XUV laser at 23.6 nm. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(19): 2917~ 2920
- [4] R. Kodama, D. Neely, Y. Kato *et al.*, Generation of small-divergence soft X-ray laser by plasma waveguiding with a curved target. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, **73**(24): 3215~ 3218
- [5] 邵云峰, 张国平, X 光激光在等离子体中的传播. *强激光与粒子束*, 1992, **4**(2): 181~ 185
- [6] M. D. Feit, J. A. Fleck Jr, Wave-optics description of laboratory soft-X-ray laser. *J. Opt. Soc. Am (B)*, 1990, **7**(10): 2048~ 2060
- [7] R. A. London, M. Strauss, M. D. Rosen, Modal analysis of X ray laser coherence. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **165**(5): 563~ 565
- [8] 范滇元, 光学系统的衍射积分及其应用. *激光*, 1980, **7**(8): 26~ 33
- [9] A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books). California: Mill Valley, 1985, 792~ 797
- [10] Wang Shaoming, L. Ronchi, Principles and design of optical arrays. *Progress in Optics*, 1988, **25**: 305~ 310

- [11] M. J. Bastiaans, Application of Wigner distribution function to partially coherent light. *J. Opt. Soc. Am (A)*, 1986, **3**(8) : 1227~ 1238
- [12] 杨 军, 王世绩, 范滇元等, 用光线矩阵元描述 X 射线激光输出特性. *光学学报*, 1997, **17**(6) : 649 ~ 655

Analysis of X-Ray Laser Output Behavior Using Coplex Matrix Diffraction Integral

Yang Jun¹⁾ Fan Dianyuan¹⁾
Wang Shiji²⁾ Gu Yuan²⁾ Zhou Guanlin²⁾

1), *National Laboratory on High Power Laser and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,
The Chinese Academy of Sceinces, Shanghai 201800*
2), *Shanghai Institute of Laser Plasma, Shanghai 201800*

(Received 26 August 1997; revised 5 December 1997)

Abstract Based on diffraction integral described by complex matrix for mis-aligned optical system, we discussed the transport rule of cross-spectral density function of patially coherent beam crossing a complicated optical system. With a novel method and Wigner function, taking soft X-ray laser for example, the output behavior of noncavity laser is analysed. The theoretical calculation and the available experimental results are in agreement.

Key words noncavity laser, plasma X-ray laser, diffraction integral described by complex matrix, Wigner function.