

# 一种用于旋转不变分类识别的线性判别函数\*

申金媛 常胜江 宋庄 张延忻 母国光

(南开大学现代光学研究所, 国家教委光学信息技术科学开放研究实验室, 天津 300071)

**摘要** 提出利用线性判别函数,  $d(x) = W'x$ , 对轰炸机和战斗机两类目标进行旋转不变识别。每一目标有 72 个旋转模式, 其中 9 个为训练样本, 63 个为测试样本, 在每个目标的训练样本中随机取一个相减作为线性判别函数的系数( $W_{ij}$ )的初始值, 然后利用误判的训练样本优化判别函数的权值以提高函数的正确识别率。为便于光电实现, 线性判别函数的权值系数只有 2、1、0、-1、-2 五个值。计算机模拟表明利用此判别函数进行分类的正确识别率达 95.8%。文中还提出一个实现此线性判别函数的光电混合识别系统。

**关键词** 旋转不变, 分类识别, 线性判别函数, 权值系数。

## 1 引言

多目标的旋转不变分类识别是自动模式识别中的一个重要方面, 不少方法被提出来解决目标的旋转不变识别, 如圆谐展开<sup>[1]</sup>、串码滤波器<sup>[2]</sup>、梅林变换<sup>[3]</sup>、综合判别函数(SDFs)<sup>[4]</sup>、锁栓滤波器(LAT)<sup>[5]</sup>、基本辐射函数(RBF)<sup>[6]</sup>等等。这些方法都存在一些缺点, 如算法复杂, 学习训练时间长, 不宜用计算机实现, 灰度阶过大, 不便于光电硬件实现, 或仅可用于一个目标的旋转不变识别等。

在模式识别中如果把待识别的观察样本表示成为特征空间的模式向量, 则  $M$  类不同的模式可以理解为模式空间具有  $M$  个区域, 而每个区域包含一类模式点。因而, 识别问题便可以归结为以观察到的模式样本为基础, 产生把  $M$  个模式类分开的判别界面, 而判别边界由判别函数来确定。如果把同一目标的不同旋转模式做为一类模式集, 则  $M$  个目标的旋转不变分类识别可以认为是  $M$  个模式类的自动识别问题。只要寻找到合适的判别函数, 就可以利用此判别函数进行多目标的旋转不变分类识别。

本文对轰炸机和战斗机两类目标进行了面内旋转不变分类识别的计算机仿真模拟, 每一目标有 72 个旋转模式(每隔 5° 取一个旋转模式), 其中 9 个为训练样本, 63 个为测试样本。在每个目标的训练样本中随机取一个相减作为线性判别函数系数( $W_{ij}$ )的初始值, 然后利用误判的训练样本优化判别函数的权值以提高函数的正确识别率。为便于光电实现, 线性判别函数的权值系数只有 2、1、0、-1、-2 五个值。计算机模拟表明利用此判别函数进行分类的正确识别率达 95.8%。本文还提出一个实现此线性判别函数的光电混合识别系统, 系统具有实

\* 国家自然科学基金(69587005)、天津市 21 世纪青年基金、国家教委博士点基金资助。

收稿日期: 1997-06-09; 收到修改稿日期: 1997-08-04

时、快速、易实现等优点。

## 2 线性判别函数

### 2.1 线性判别函数的表示

线性判别函数的一般形式是<sup>[7]</sup>

$$d(x) = w_1x_1 + w_2x_2 + \cdots + w_nx_n + w_{n+1} = w'x + w_{n+1} \quad (1)$$

式中  $w_0 = (w_1, w_2, w_3 \dots w_n)'$  称为权向量或参数向量, 向量  $w_0'$  表示  $w_0$  的转秩向量。利用增广模式向量  $x = (x_1, x_2, x_3 \dots x_n, 1)'$  和增广权向量  $w = (w_1, w_2, \dots w_n, w_{n+1})'$  来表示判别函数:  $d(x) = w'x$ 。对于两类目标( $W_1, W_2$ )来讲, 线性判别函数  $d(x) > 0$  时, 输入模式  $x$  属于  $W_1$ , 否则,  $x$  属于  $W_2$ , 即

$$d(x) = w'x \begin{cases} > 0, & x \in W_1 \\ < 0, & x \in W_2 \end{cases} \quad (2)$$

### 2.2 线性判别函数的几何性质——二分法

所谓二分法表明判别函数的二分能力的度量, 是指它能将一个给定的模式集分为两类的所有可能方式总数。 $n$  维空间中  $N$  个点线性二分法数目为这些点用  $(n - 1)$  维超平面划分的各种可能方式数目的两倍。所以, 当  $N \leq n$  时总可以找到一组合适的线性判别函数将这  $N$  个模式分成  $M$  类。

根据二分法特性, 假定这些点分布良好! 则  $N$  个  $n$  维模式的线性二分法总数为

$$D(N, n) = \begin{cases} 2 \sum_{k=0}^n C_k^{N-1}, & N > n + 1 \\ 2^N, & N \leq n + 1 \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $C_k^{N-1} = (N - 1)! / (N - 1 - k)!k!$ , 分布良好是指没有任意  $(n + 1)$  个点的子集处于  $n - 1$  维超平面上, 即二维点集中没有任意 3 个点处于一条直线上。

### 2.3 用于旋转不变的线性判别函数

在特征空间有  $M$  类模式, 在每类模式中又有多个模式点, 只要寻求到合适的判别函数就可以将这些模式分类识别。如果把同一目标的所有旋转模式作为同类模式, 而把不同的目标作为不同的模式类, 则多目标的旋转不变分类就变成了特征空间的多类模式识别, 这样就可以通过寻求合适的判别函数来识别多目标的旋转不变分类。对于两类目标的旋转不变分类识别, 寻求一个线性判别函数  $d(x) = W'x$ , 使得  $x$  属于第一类时,  $d(x) > 0$ ,  $x$  属于第二类时,  $d(x) < 0$ , 这样就可以通过对  $d(x)$  值的判别而对模式进行分类。

## 3 判别函数的确定及其对旋转模式的分类识别

### 3.1 判别函数权值系数的确定

寻找线性判别函数的方法一般有两种, 一是根据经验来决定, 二是根据已知的模式来确定。本文采用了第二种方法确定判别函数的权值系数。为便于光电实现, 权值系数的值只有五个值(2, 1, 0, -1, -2), 并据此判别函数提出光电混合实现系统。

如果  $\{x_{ij}^{m1}\}$  表示第一类目标的第  $n$  个旋转模式,  $\{x_{ij}^{m2}\}$  表示第二类目标的第  $n$  个旋转模式,  $n_1 = 1, 2, \dots, N$ ,  $n_2 = 1, 2, \dots, N$ , 其中( $\{x_{ij}^{m1}\}$ ) 和( $\{x_{ij}^{m2}\}$ ) 表示训练样本模式集,  $m_1 = 1$ ,

2,  $\cdots$ ,  $M$ ,  $m_2 = 1, 2, \cdots, M$ , 训练集( $\{x_{ij}^{m1}\}$ ) 中任选一个样本 $\{x_{ij}^{l1}\}$  减训练集( $\{x_{ij}^{m2}\}$ ) 中的任何一个样本 $\{x_{ij}^{l2}\}$  作为判别函数的初始权值系数 $\{w_{ij}\}$ , 即  $w_{ij} = x_{ij}^{l1} - x_{ij}^{l2}$ , 然后, 将所有的训练样本代入判别函数进行识别分类, 若全部样本都能被正确识别, 则初始权值系数也即为最后权值系数, 因而最终的线性判别函数就可以确定。反之, 若有误判样本模式(即代入第一个目标的训练样本时,  $d(x) < 0$  的样本和代入第二个目标的训练样本时,  $d(x) > 0$  的样本), 每类目标的所有误判样本模式组成各自的误判样本模式集( $\{x_{ij}^{k1}\}$ ) 和( $\{x_{ij}^{k2}\}$ )。然后通过误判模式修正判别函数的权值系数, 修正方法如下:

1) 如果两个集合都存在, 即模式集( $\{x_{ij}^{k1}\}$ ) 和( $\{x_{ij}^{k2}\}$ ) 中都包含有一些模式, 分别任选其中一个模式 $\{x_{ij}^{k1}\}$  和 $\{x_{ij}^{k2}\}$  来修改判别函数的系数, 得到修改后的判别函数

$$d(x) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (x_{ij}^{l1} + x_{ij}^{k1} - x_{ij}^{l2} - x_{ij}^{k2}) x_{ij} \quad (4)$$

在将所有的训练样本代入判别函数进行识别分类, 如果所有的样本模式都能正确识别, 则停止权值系数的修改; 否则, 找出新的误判模式集合( $\{x_{ij}^{e1}\}$ ) 和( $\{x_{ij}^{e2}\}$ ), 再次根据误判样本对权值系数进行修正, 修正步骤如下:

(a) 设误判集( $\{x_{ij}^{e1}\}$ ) 存在, ( $\{x_{ij}^{e2}\}$ ) 不存在, 即第一类目标中的训练样本有误判模式, 第二类目标的训练样本全部能被正确识别。分别选每个误判模式( $\{x_{ij}^{e1}\}$ ), 寻找  $x_{ij}^{e1} \times w_{ij} < 0$  的权值系数  $w_{ij}$ , 这些系数组成一个点集合  $ac_1$ ; 则按集合  $ac_1$  中的点, 依次改变权值系数的符号, 然后代入所有训练样本模式, 观察正确识别率是否下降, 如果下降。则  $w_{ij}$  变回原来的符号, 如果没有下降(正确识别率不变或有提高), 则维持  $w_{ij}$  的改变, 直到所有的训练样本模式全部能被正确识别。为减少权值系数的修正时间, 可以首先寻找所有点集合  $ac_1$  的交集  $a$ , 后根据交集  $a$  中的点, 修正权值系数, 若交集  $a$  不存在, 也可寻找部分点集合的交集进行权值系数的修正。若反复循环此步骤, 都不能使训练样本的正确识别率为 100%, 则应寻找其他的方法来确定线性判别函数的权值系数。

(b) 设误判模式集( $\{x_{ij}^{e2}\}$ ) 存在, ( $\{x_{ij}^{e1}\}$ ) 不存在, 即第一类目标没有误判训练样本, 第二类目标中有不能被正确识别的训练样本。分别选每个误判模式( $\{x_{ij}^{e2}\}$ ), 寻找  $x_{ij}^{e2} \times w_{ij} > 0$  的权值系数  $w_{ij}$ , 这些系数组成一个点集合  $ac_2$ ; 利用点集合  $ac_2$  中的点代替步骤(a) 中点集合  $ac_1$  中的点, 进行步骤(a), 修正权值系数  $w_{ij}$ , 直到满意为止。

(c) 若误判集( $\{x_{ij}^{e1}\}$ ) 和( $\{x_{ij}^{e2}\}$ ) 都存在, 则依次执行步骤(a) 和(b), 或(b) 和(a)。先执行步骤(a) 还是(b) 可以任意选择, 也可以根据误判模式集中误判模式数目的多少来决定可选误判模式少的目标类做为先执行步骤, 即如果第一类目标中的误判训练样本少则先执行步骤(a), 否则, 先执行步骤(b)。

2) 如果其中一个误判集不存在, 权值系数的修正步骤直接采用情况 1) 中的(a)(误判模式集( $\{x_{ij}^{k1}\}$ ) 存在, ( $\{x_{ij}^{k2}\}$ ) 不存在) 或 b) (误判模式集( $\{x_{ij}^{k1}\}$ ) 不存在, 而( $\{x_{ij}^{k2}\}$ ) 存在) 步骤。

### 3.2 计算机模拟识别旋转模式

本文对两类飞行器进行了计算机仿真模拟。两类飞行器分别表示为: 轰炸机( $\{x_{ij}^{n1}\}$ )、战斗机( $\{x_{ij}^{n2}\}$ ),  $n$  为旋转模式序号,  $n = 1, 2, \cdots, 72$ , 即每个目标每隔  $5^\circ$  取一个模式;  $ij$  为模式的像素号,  $i = 1, 2, \cdots, 20, j = 1, 2, \cdots, 20$ , 即一个模式的神经元数为  $20 \times 20$ ; 选  $0^\circ, 40^\circ, 80^\circ, \cdots, 320^\circ$  的旋转模式为训练样本, 每一目标任选一个学习训练样本(轰炸机选  $0^\circ$  时的训练样本, 战斗机选  $80^\circ$  时的训练样本) 相减作为判别函数的初始权值系数, 将所有训练样本模式代入判别函数进行分类识别, 其中轰炸机有 3 个样本模式不能被正确识别, 战斗机有两个

模式不能被正确识别; 然后再从 3 个误判的轰炸机和 2 个误判的战斗机中各选一个模式通过(4)式得到新的判别函数; 再将所有的训练样本模式代入判别函数进行分类, 战斗机能被全部正确识别, 轰炸机仍有 3 个样本不能被正确识别, 这样利用 § 3.1 中的步骤(a)再次修正权值系数, 直到 18 个训练样本全部能被正确分类, 至此得到最后的权值系数和判别函数。此时的权值系数只有五个值,  $-2, -1, 0, 1, 2$ 。最后将所有的  $72 \times 2$  个旋转模式利用此判别函数进行分类识别, 得到的总正确识别率为 95.8%, 即在 144 个选模式中只有 6 个模式发生误判。由此可见, 选择适当的训练样本及训练样本数目, 利用上述方法得到的线性判别函数可用于某些多类目标的旋转不变识别。

## 4 光电混合实现系统

据前文所述, 权值系数  $w$  的值只有 5 个值, 如果把  $w$  改写为:  $w^1 - w^2$ , 则(2)式变为

$$d(x) = w'x = (w^1 - w^2)'x = d_1(x) - d_2(x) \begin{cases} > 0, & x \in W_1 \\ < 0, & x \in W_2 \end{cases} \quad (5)$$

即当  $d_1(x) > d_2(x)$  时,  $x$  属于第一类目标, 否则  $x$  属于第二类目标。其中  $d_1(x) = w^1 x$ ,  $d_2(x) = w^2 x$ 。当  $w_{ij} = -2$  时,  $w_{ij}^1 = -1, w_{ij}^2 = 1$ ; 当  $w_{ij} = -1$  时,  $w_{ij}^1 = 0, w_{ij}^2 = 1$ ; 当  $w_{ij} = 0$  时,  $w_{ij}^1 = 0, w_{ij}^2 = 0$ ; 当  $w_{ij} = 1$  时,  $w_{ij}^1 = 1, w_{ij}^2 = 0$ ; 当  $w_{ij} = 2$  时,  $w_{ij}^1 = 1, w_{ij}^2 = -1$ 。这样  $w^1$  和  $w^2$  只有  $-1, 0, 1$  三个值, 便于光电实现。再次改写  $d(x)$ ,  $d(x) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (w_{ij}^{1+} - w_{ij}^{1-} - w_{ij}^{2+} + w_{ij}^{2-}) (2x_{ij}^+ - 1) = \sum_i \sum_j 2(w_{ij}^{1+} - w_{ij}^{1-} - w_{ij}^{2+} + w_{ij}^{2-}) x_{ij}^+ - \theta$ , 其中  $\theta = \sum_j (w_{ij}^{1+} - w_{ij}^{1-} - w_{ij}^{2+} + w_{ij}^{2-}) = \sum_i \sum_j w_{ij}$ 。据此提出一个实现此判别函数的光电混合分类识别系统, 如图 1 所示。这是一个紧凑的实时模式识别系统, 平面  $P_1$  和  $P_2$  紧密相接, 在平面  $P_1$  放置一个液晶显示阵列用于显示输入模式。图 2 为一个输入模式。在平面  $P_2$  放置显示权值系数的液晶显示阵列或模板, 权值系数如图 3 所示。第一行分别为  $w^{1+}$  和  $w^{1-}$ , 他们分别表示  $w^1$  的正负模板, 第二行分别为  $w^{2+}$  和  $w^{2-}$ ,  $w^{2+}$  和  $w^{2-}$  分别表示  $w^2$  的正负模板。用平行光照明, 通过放在平面  $P_2$  后面的透镜阵列(尽可能地靠近平面  $P_2$ )的作用, 在透镜的焦平面  $P_3$  就可得到  $x^+ w^{1+}$  和  $x^+ w^{1-}$  及  $x^+ w^{2+}$  和  $x^+ w^{2-}$  的光强分布。用光电探测器阵列将光强信号转换为电信号输入到一个加减法取阈电路中, 如图 4 所示。图中的阈值信号等于  $\theta/2$ , 通过加减法及其取阈得到输出结果。为使电路中正负输入的放大倍数相同, 取  $R_f' = R_f/2$ , 电路的放大倍数大于 1000, 所以当  $x^+ (w^{1+} - w^{1-} - w^{2+} + w^{2-}) - \theta/2 > 0$ , 即  $d(x) > 0$  时,  $B$  点的电压为正饱和或接近于正饱和电压,  $D_2$  为  $-5\text{ V}$  的稳压二极管, 这时  $C$  点的电压为  $5\text{ V}$ , 发光二极管发光, 表示输入的模式属于第一类目标(轰炸机); 否则,  $d(x) < 0$  时,  $B$  点的电压为负饱和或接近于负饱和的电压, 通过二极管  $D_1$  作用,  $C$  点的电压为 0, 发光二极管不亮, 表明输入模式为第二类目标(战斗机)。

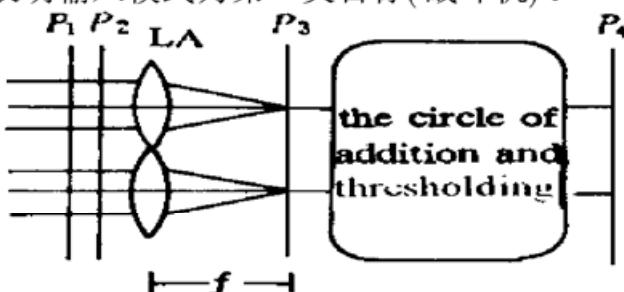


Fig. 1 Opto-electronic hybrid system

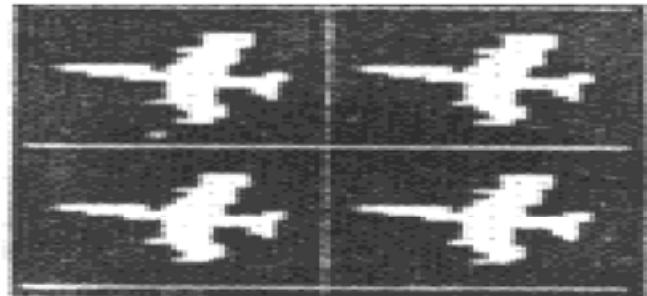


Fig. 2 One of the input patterns

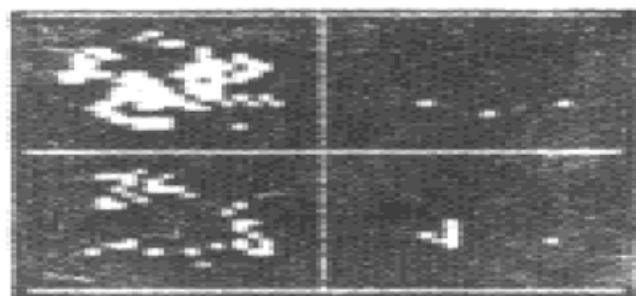


Fig. 3 The arrangement of weights coefficient

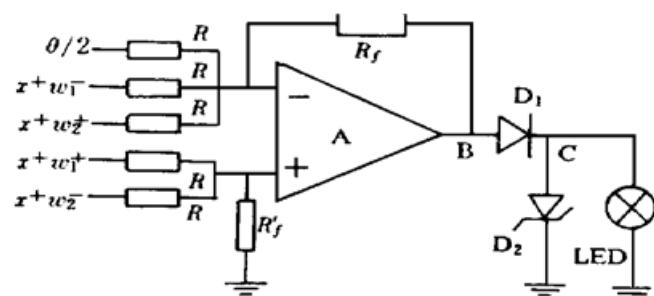


Fig. 4 The circle of addition and thresholding

**结 论** 综上所述, 可见此法算法简单, 易于硬件实现, 且硬件系统紧凑, 便于集成化。

### 参 考 文 献

- [1] Y. N. Hsu, H. H. Arsenault, Optical pattern recognition using circular harmonic expansion. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(4) : 4016~ 4028
- [2] S. Zh. Yin, L. Chen, G. G. Mu, 3-D target recognition by using serial-code-filters. *Optik*, 1989, **82**(4) : 129~ 131
- [3] D. Casasent, D. Psaltis, Scale Invariant optical correlation using Mellin transforms. *Opt. Commun.*, 1976, **17**(1) : 59~ 62
- [4] D. Casasent, Unified synthetic discrimination function computational formulation. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(10) : 1620~ 1627
- [5] G. F. Schils, D. W. Sweeney, An optical processor for recognition of 3-D targets viewed from any direction. *J. Opt. Soc. Am. (A)* 1988, **5**(8) : 1308~ 1321
- [6] T. Poggio, S. Edelman, A network that learns to recognize three-dimensional objects. *Nature*, 1990, **343**(1) : 263~ 266
- [7] 傅京孙主编, 程民得, 石青云, 戴汝为等译, 模式识别应用, 北京: 北京大学出版社, 1990

## A Linear Discrimination Function Used to Classify Objects with Rotation Invariance

Shen Jinyuan Chang Shengjiang Song Zhuang

Zhang Yanxin Mu Guoguang

(Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin 300071)

(Received 9 June 1997; revised 4 August 1997)

**Abstract** A linear discrimination function ( $d(w, x) = w'x$ ) is presented to classify two aircrafts (the bomber and the fighter) with rotation invariance. There are 72 rotation images (patterns) for each aircraft, in which 9 rotation patterns are used as the training set and the other 63 patterns are used as the test set. The original weights  $\{w_{ij}\}$  are obtained by one of the training pattern of the bomber subtracting one of the training pattern of the fighter. To improve the correctly recognizing rate, a modification of the correctly weights is carried out by the wrong recognized training patterns. In order to opto-electronically implement, the weights  $\{w_{ij}\}$  only have five values (-2, -1, 0, 1, 2). The results of the computer simulation state that the correctly recognizing rate reach to 95.8%. A onto-electronic hybrid system is presented to implement this linear discrimination function for recognizing the objects with the rotation invariance.

**Key words** rotation invariance, classification recognition, linear discrimination function, weights.