

# 高斯光学型扫描全息系统的点扩散函数

梁万国 谢敬辉 赵达尊 赵业玲

(北京理工大学光电工程系, 北京 100081)

**摘 要** 根据激光束的空间分布为高斯型分布, 文中推导了理想和实际光学扫描系统的点扩散函数, 理想系统的点扩散函数为  $\delta$  函数, 实际系统的点扩散函数为高斯函数。

**关键词** 高斯光束, 光学扫描, 点扩散函数, 全息术。

## 1 引 言

1985 年 Poon 等人提出了在离焦非相干图像处理系统中利用声-光外差技术产生光学扫描全息术<sup>[1]</sup>的方法。该方法的优点是能够有效地产生大物体的全息图; 由于全息图是通过外差扫描技术以电流的形式贮存, 可以通过在电子束编址空间光调制器上进行光学再现或数字再现<sup>[2]</sup>。由于光信号转换为电流信号, 这样便于全息图的电视传输, 它可以在三维光学遥感和三维机器人视觉等方面得到应用。通过理论证明, 光学外差不是必要的, 采用频率相同的两束光线产生菲涅耳波带板(Fresnel Zone Plate)与物体强度透射率发生卷积, 再用光电探测器探测二者的卷积结果同样可以采集物体的全部信息, 这样在电学处理过程中比较简单。另外为了减少扫描误差, 采用的方案是: 菲涅耳波带板不动, 物体放在  $x-y$  移动台上, 移动台的运动带动物体运动从而实现菲涅耳波带板与物体强度透射率之间的卷积过程。

本文推导光学扫描全息术的基本原理以及当光束为高斯型时系统的点扩散函数, 文中将实际系统的点扩散函数与理想情形时的点扩散函数进行了比较。

## 2 光学扫描全息术的基本原理

### 2.1 全息记录

光学扫描全息系统的结构如图 1 所示, 由 He-Ne 激光器发出的激光经分束器分为两束光, 其中一束光“1”经两透镜后变为平面波, 另一束光“2”先经两透镜变为平面波, 然后再经透镜  $L_1$  变为会聚球面波, 这两束光波经过 BS 反射或透射后发生干涉形成实时菲涅耳波带板, 该实时的菲涅耳波带板与物体强度透射率  $|\Gamma_2(x, y)|^2$  发生卷积, 它们之间的运动卷积产生过程如下: 把物体  $|\Gamma_2(x, y)|^2$  放在  $x-y$  移动台上,  $x-y$  移动台带着物体在  $x$  方向连续来回运动, 在  $y$  方向步进, 从而实现了它们之间的卷积过程。用透镜  $L_2$  把二者卷积后的光强聚集到光电探测器上。光电探测器把光信号转换为电信号, 该电信号再经过放大、滤波、A/D

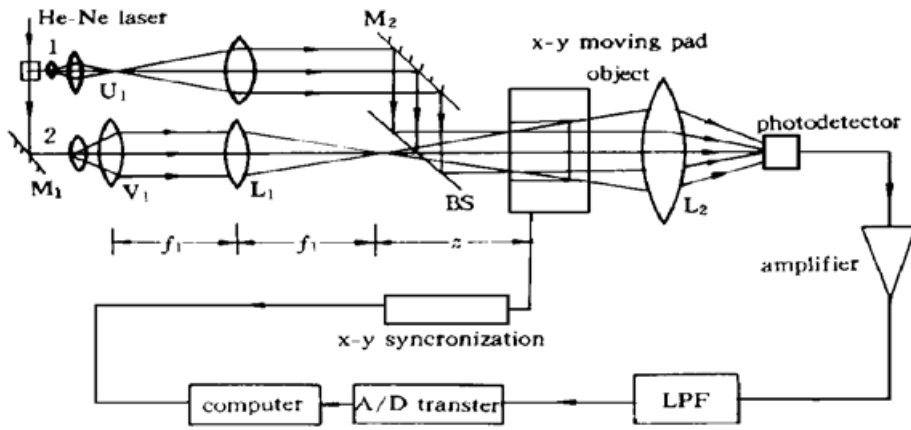


Fig. 1 The practical implementation of optical scanning holography

转换等电学处理过程，把处理后的信号贮存于计算机中，该电信号本质上为全息图的信号，这样便实现了全息图的记录过程。同步器实现  $x-y$  移动台的运动与计算机内记录数据的同步操作。

光学扫描物全息系统的光学传递函数为<sup>[3]</sup>：

$$OTF = \frac{\mathcal{F}[i(x, y, z)]}{\mathcal{F}[|\Gamma_2|^2]} \quad (1)$$

式中  $\mathcal{P}$  表示傅里叶变换，

$i(x, y, z)$  为光电探测器探测到的电流大小， $|\Gamma_2(x, y)|^2$  表示物体的强度透射率，经过计算<sup>[3]</sup>可得：

$$OTF(f_x, f_y, z) = \exp [j\pi\lambda z(f_x^2 + f_y^2)] \iint u_1(x, y)v_1^*(x - \lambda f_1 f_x, y - \lambda f_1 f_y) \times \exp [-j\frac{2\pi z}{f_1}(xf_x + yf_y)] dx dy + C. C. \quad (2)$$

式中  $u_1, v_1$  分别为路径1、路径2的光瞳函数， $\lambda$  为记录时的光波长， $f_1$  为透镜  $L_1$  的焦距， $C. C.$  表示前项的复共轭运算。

利用(1)式可得：

$$i(x, y, z) = i_{DC} + \mathcal{F}^{-1}[OTF(f_x, f_y, z)\mathcal{F}[|\Gamma_2|^2]] = i_{DC} + \mathcal{F}^{-1}[OTF(f_x, f_y, z)] \otimes |\Gamma_2(x, y)|^2 = i_{DC} + i_{\delta}(x, y, z) \otimes |\Gamma_2(x, y)|^2 \quad (3)$$

(3) 式中  $i_{DC}$  表示“直流分量”， $\otimes$  表示卷积运算， $i_{\delta}$  表示系统的脉冲响应<sup>[5]</sup>。

根据文献[3]，为了使得(3)式代表  $|\Gamma_2|^2$  的全息图信息，必须选择  $u_1 = \delta(x, y), v_1 = 1$ 。但是，由于激光束的空间分布是高斯型的，所以不可能将  $u_1, v_1$  选择成上面的理想情况，可以假设  $u_1, v_1$  分别为聚焦和宽高斯光束，则有效的光瞳函数为<sup>[4]</sup>：

$$u_1(x, y) = \frac{1}{\pi w_u^2} \exp(-\frac{x^2 + y^2}{w_u^2}) \quad (4)$$

$$v_1(x, y) = \frac{1}{\pi w_v^2} \exp(-\frac{x^2 + y^2}{w_v^2}) \quad (5)$$

其中  $w_u = \lambda f / (\pi M_{cu} w_0)$ ， $w_v = M_{cv} w_0$ ， $M_{cu}, M_{cv}$  分别是路径“1”、路径“2”上由两透镜组成的准直系统的放大率， $w_0$  为激光源束的腰半径。

举例，考虑一实际的光学系统， $\lambda = 633 \text{ nm}$ ， $z = f_1 = 17.5 \text{ cm}$ ， $M_{cu} = M_{cv} = 10$ ， $w_0 = 1 \text{ mm}$ ，则  $w_u = 3.526 \mu\text{m}$ ， $w_v = 1.0 \text{ cm}$ ，可见  $w_u \ll w_v$ 。

将(4)式、(5)式代入(2)式经计算可得(不考虑式子前面的常数系数)：

$$OTF(f_x, f_y, z) = \exp(-G(f_x^2 + f_y^2)) + C. C. \quad (6)$$

$$\text{其中 } G = [\eta(\lambda f_1/w_u)^2 + \eta(\pi w_v^2/f_1)^2 - j\pi\lambda(1 - 2\eta)z], \quad \eta = w_u^2/(w_u^2 + w_v^2) \quad (7)$$

据线性系统理论，系统的传递函数与脉冲响应的关系为<sup>[5]</sup>：

$$OTF(f_x, f_y, z) = \mathcal{F}\{i_\delta(x, y, z)\} \quad (8)$$

所以, 对(6)式作逆傅里叶变换即可求出系统的脉冲响应为:

$$i_\delta(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1}[OTF(f_x, f_y, z)] = \frac{1}{G} \exp\left(-\frac{\pi^2}{G}(x^2 + y^2)\right) + C.C. = \frac{1}{G} \exp\left[-\frac{\pi^2}{G}(x^2 + y^2)\right] + \left[\frac{1}{G} \exp\left[-\frac{\pi^2}{G}(x^2 + y^2)\right]\right]^* \quad (9)$$

从上面的式子可以看出, 若  $w_u \rightarrow 0$ ,  $w_v \rightarrow \infty$ , 则  $u_1(x, y) = \delta(x, y)$ ,  $v_1 = 1$ ,  $\eta \rightarrow 0$ ,  $G \rightarrow -j\pi\lambda z$ , 此时系统的  $OTF$  和脉冲响应变为:

$$OTF(f_x, f_y, z) = \exp[j\pi\lambda z(f_x^2 + f_y^2)] + C.C. \quad (10)$$

$$i_\delta(x, y, z) = \exp\left[-j\frac{\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)\right] + C.C. = 2 \cos\left[\frac{\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)\right] \quad (11)$$

(10) 式、(11) 式与文献[3]所得结果一致。

若  $|\Gamma_2(x, y)|^2 = \delta(x, y)$  (点源), 将(10)式代入(3)式, 经计算可得:

$$v(x, y, z) = 1 + 2 \cos\left[\frac{\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)\right] \quad (12)$$

其中令  $v_{DC} = 1$ , (12) 式即为同轴点源的全息图, 它实际上为同轴的非涅耳波带板。将(11)式代入(3)式得:

$$i(x, y, z) = i_{DC} + 2 \cos\left[\frac{\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)\right] \odot |\Gamma_2(x, y)|^2 \quad (13)$$

从(13)式可以看出, 光学扫描全息术的基本原理是用实时的同轴菲涅耳波带板扫描物体, 使二者发生卷积, 该卷积的结果即为扫描全息图的信息。

## 2.2 点扩散函数

为了推导全息记录/再现过程总的非相干光强度点扩散函数, 仅考虑点源的同轴全息图, 即,  $|\Gamma_2(x, y)|^2 = \delta(x, y)$ 。

从(3)式可得, 记录的点源全息图为:

$$i(x, y, z) = i_{DC} + \mathcal{F}^{-1}[OTF(f_x, f_y, z)] = i_{DC} + \frac{1}{G} \exp\left[-\frac{\pi^2}{G}(x^2 + y^2)\right] + \left[\frac{1}{G} \exp\left[-\frac{\pi^2}{G}(x^2 + y^2)\right]\right]^* \quad (14)$$

式中的“\*”表示求该式的复共轭。从(14)式可以看出,  $v(x, y, z)$  由三项组成, 第一项代表平面波, 第二、三项分别代表焦距为  $z$  的正、负透镜, 将全息图再现时它们分别产生再现点物的实、虚像。

下面仅考虑实像部分, 即仅考虑(14)式中的第二项的贡献。

用扩展准直高斯光束照明再现, 设再现照明高斯光束的腰斑半径为  $\omega_1$ , 则有效的脉冲响应为:

$$h'_{i\delta}(x, y, z) = i_{i\delta}(x, y, z) \exp\left[-(x^2 + y^2)/w_1^2\right] \quad (15)$$

其中  $i_{i\delta}(x, y, z)$  表示  $i_\delta(x, y, z)$  中实像部分的贡献, 即式(14)中的第二项。

实像部分的有效光学传递函数  $OTF'(f_x, f_y, z)$  为:

$$OTF'(f_x, f_y, z) = \mathcal{F}\{h'_{i\delta}(x, y, z)\} = \mathcal{F}\{i_{i\delta}(x, y, z) \exp\left[-(x^2 + y^2)/w_1^2\right]\} \quad (16)$$

实像强度为:

$$I_{i\delta}(x, y, z) = \left|\mathcal{F}^{-1}[OTF'(f_x, f_y, z)] \odot h(x, y, z)\right|^2 \quad (17)$$

式中  $h(x, y, z) = \exp [j(\pi/\lambda z)(x^2 + y^2)]$  为自由空间的脉冲响应<sup>[6]</sup> (不计前面的系数), 即

$$I_{rs}(x, y, z) = \left| \left\{ \frac{1}{G} \exp [ - (\pi/G)^2(x^2 + y^2) ] \exp [ - (x^2 + y^2)/w_1^2 ] \right\} \otimes \exp [j(\pi/\lambda z)(x^2 + y^2)] \right|^2 \quad (18)$$

(17) 式即为记录与再现总过程成像系统的光强点扩散函数。

下面计算理想系统的光强点扩散函数(仅考虑实像部分)。

$$\begin{aligned} I_{is} &= | \mathcal{F}^{-1} [OTF(f_x, f_y, z)] \otimes h(x, y, z) |^2 = \\ &= | \mathcal{F}^{-1} \{ \exp [j\pi\lambda z(f_x^2 + f_y^2)] \} \otimes \exp [j\frac{\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)] |^2 = \\ &= | \exp [ - j\frac{\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2) ] \otimes \exp [j\frac{\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)] |^2 = \\ &= \delta(x, y) \end{aligned} \quad (19)$$

任意物体产生的全息图的理想再现实像强度为:

$$I_i(x, y, z) = I_{is} \otimes | \Gamma_2(x, y) |^2 = | \Gamma_2(x, y) |^2 \quad (20)$$

据点扩散函数的定义<sup>[7]</sup>, 对于实际的系统, 任意物体  $| \Gamma_2(x, y) |^2$  产生的全息图的实像再现强度为:

$$\begin{aligned} I_r(x, y, z) &= I_{rs}(x, y, z) \otimes | \Gamma_2(x, y) |^2 = \\ &= \left| \left\{ \frac{1}{G} \exp [ - \frac{\pi^2}{G^2}(x^2 + y^2) ] \exp [ - (x^2 + y^2/w_1^2) ] \right\} \otimes \exp [j(\pi/\lambda z)(x^2 + y^2)] \right|^2 \otimes | \Gamma_2(x, y) |^2 \end{aligned} \quad (21)$$

式中  $| \Gamma_2(x, y) |^2$  表示理想系统产生的全息图的实像再现强度。

### 3 仿真结果

举例, 考虑一实际的光学系统,  $\lambda = 633 \text{ nm}$ ,  $z = f_1 = 17.5 \text{ cm}$ ,  $w_1 = 3 \text{ mm}$ ,  $w_1 = 3.526 \mu\text{m}$ ,  $w_v = 1.0 \text{ cm}$ , 根据这些数据对(12)式产生的同轴点源全息图的计算机仿真结果如图2所示, 据(20)式得到理想的点扩散函数的仿真结果如图3所示, 据(18)式得到实际的光学系统的点扩散函数的仿真结果如图4所示。比较图3与图4可以看出, 实际的点扩散函数的半高全宽比理想情形时点扩散函数的半高全宽更宽。

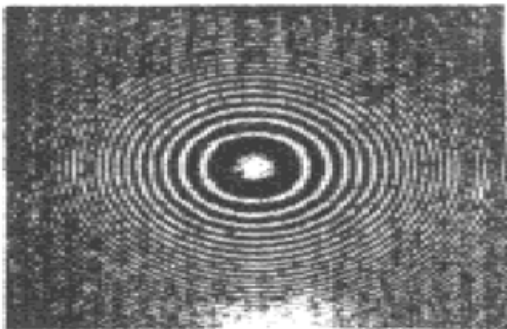


Fig. 2 Point source hologram simulation

**结 论** 本文推导了理想和实际光学扫描全息系统的点扩散函数, 理想系统的点扩散函数为  $\delta$  函数, 高斯光学型系统的点扩散函数为高斯函数。由于实际系统的光束的高斯型性质, 使得实际系统点扩散函数的半高全宽比理想系统点扩散函数的半高全宽更宽, 文中仅对当光束为高斯分布时系统的点扩散函数进行了研究, 限于篇幅, 对当系统的入射光瞳有限时系统的点扩散函数的研究将另作报道。

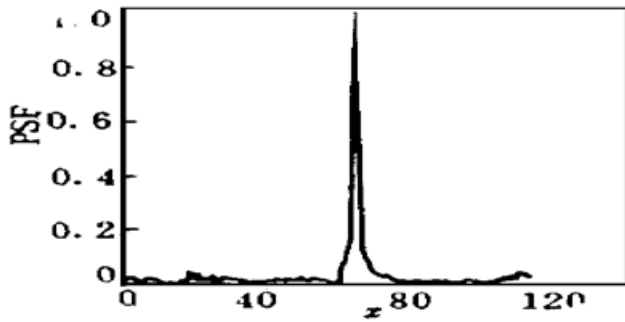


Fig. 3 The point spread function for the ideal optical scanning system

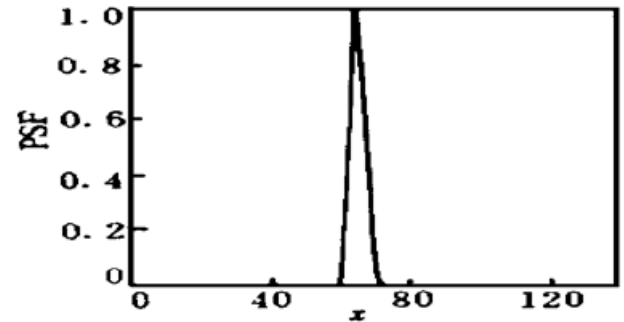


Fig. 4 The point spread function for the practical optical scanning system

### 参 考 文 献

- [1] T. C. Poon, Scanning holography and two-dimensional image processing by acousto-optic two-pupil synthesis. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1985, **2**(4) : 521~ 527
- [2] T. C. Poon, B. W. Schilling, M. H. Wu *et al.*, Real-time two-dimensional holographic imaging by using an electron-beam-addressed spatial light modulator. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(1) : 63~ 65
- [3] 梁万国, 谢敬辉, 赵达尊等, 双光瞳系统的光学传递函数和扫描全息术. *北京理工大学学报*, 1997, **2** : 226~ 229
- [4] Bradley D. Duncan, Ting-Chung Poon, Gaussian beam analysis of optical scanning holography. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1992, **4**(2) : 229~ 236
- [5] 顾德门, 傅里叶光学导论, 北京: 科学出版社, 1979. 22
- [6] 刘培森, 应用傅里叶变换. 北京: 北京理工大学出版社, 1990. 146
- [7] 赵达尊, 张怀玉, 波动光学, 北京: 宇航出版社, 1988. 395

## Point Spread Function of Optical Scanning Holography with Gaussian Beam

Liang Wanguo    Xie Jinghui    Zhao Dazun    Zhao Yeling

(Department of Optical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

(Received 6 June 1997; revised 18 August 1997)

**Abstract** Since the spatial distribution of laser beam is taken to be Gaussian, We deduced the point spread functions (PSF) both for the ideal and for the practical optical scanning systems. The PSF is  $\delta$  function for the ideal case and Gaussian function for the practical case.

**Key words** Gaussian light beam, optical scanning, point spread function, holography.