

# 单个囚禁离子的 Jaynes-Cummings 模型\*

杨晓雪<sup>1)</sup> 吴 颖<sup>1), 2)</sup> 高克林<sup>2)</sup>

1), 华中理工大学物理系, 武汉 430074

2), 中国科学院武汉物理与数字研究所波谱与原子分子物理国家重点实验室, 武汉 430071

**摘要** Cirac 等人证明处于驻波光场波节处的单个囚禁两能级离子的动力学由 Jaynes-Cummings(J-C) 模型描述。本文旨在推广这一结论。通过引入穿衣态描述, 证明处于驻波光场中任意位置时, 单个囚禁的两能级离子的动力学仍由相同模型描述。

**关键词** 囚禁离子动力学, 量子光学, Jaynes-Cummings 模型。

## 1 引 言

在量子光学领域中, J-C 模型以及它的各种扩展模型被广泛用于研究单个原子与若干激光量子场的相互作用<sup>[1~21]</sup>。由于处理的问题主要是长时间、低损耗和近共振的现象, 即使按常规观点看来很弱的光场就可产生很大的原子响应, 因此需要对 J-C 模型进行非线性推广。最简单的方式就是考虑光强相关耦合(即原子和光子相互作用耦合系数是光子数的函数)<sup>[1, 2]</sup>, 类似于经典光学中熟知的克尔效应。其次就是考虑简并多光子过程<sup>[1~3]</sup>。在该过程中, 原子吸收或辐射能量相同的多个光子在两个能级之间跃迁。显然还可以综合这两个效应考虑光强相关耦合的简并多光子过程<sup>[3]</sup>。这类非线性扩展考虑的还是两能级原子或离子与一束单频量子化电磁波的相互作用, 因此仍是单模两能级模型。另一类非线性扩展是考虑多模(同时存在若干频率不同的激光量子场)情况, 例如描述拉曼过程的两模<sup>[1, 4~6]</sup>或三模<sup>[7, 8]</sup>三能级模型。这时, 人们一般将三能级模型转变成一个等效两能级模型后再作进一步研究。这种转变修饰了原始模型的若干参数(耦合常数、衰变率, 等等)<sup>[1, 4~10]</sup>, 起到了改性作用并导致与直接考虑原始系统中某两个能级的模型不同的效果。通常是在大失谐量假定下采用绝热消去<sup>[4]</sup>或近似变换<sup>[5]</sup>方法来实现这种转变。最近, 本文作者之一已证明  $\Lambda$  位型的三能级系统, 在任意失谐量情况下都可以精确变成两能级问题<sup>[6]</sup>。如所周知, 费曼等人早已指出, 两能级系统等价于一个  $1/2$  自旋系统。他们的证明采用的是线性 J-C 模型, 而且其中光场为经典场。两种系统的这种相似性已成功地用于预言或解释大量的量子光学现象。最近, 作者证明这种相似性在非线性单或多模光量子场情况下也成立, 并在此基础上提出了求解这类非线性单或

\* 国家自然科学基金、国家教委留学回国人员基金和波谱与原子分子物理国家重点实验室基金资助项目。

多模两能级模型的一种简单实用的系统方法<sup>[7]</sup>。这类模型的研究不仅与具有重要应用前景的粒子数无反转激光器<sup>[11~13]</sup>、微腔微波激射器<sup>[14]</sup>、微腔激光器<sup>[15]</sup>、量子计算机<sup>[10]</sup>和单个原子或离子的激光囚禁和制冷<sup>[9, 10, 16, 21, 22]</sup>等高新技术有直接的联系。而且,这种研究具有重要的理论价值,揭示了大量的非经典现象,例如,拉比振荡的崩溃(collapse)和复现(revival)<sup>[1~18]</sup>、电磁感应透明<sup>[19]</sup>、光子压缩态以及光场的亚泊松统计分布或超泊松统计分布<sup>[1, 2, 4~10, 14]</sup>、光子捕获态<sup>[14, 17]</sup>、自发辐射谱中的量子干涉效应<sup>[20]</sup>,等等。同时,这些现象的研究也与微弱信号检测技术的发展密切相关<sup>[1, 9, 10, 16, 18]</sup>,例如,人们发现拉比振荡的崩溃和复现的测量可以确定微腔内光子统计分布律<sup>[18]</sup>。而且,这种测量不会破坏系统的量子状态,即,量子态无损测量。

最近,Cirac 等人在量子光学和单个囚禁离子的动力学之间建立了联系<sup>[21, 22]</sup>。他们证明,在拉姆-狄克(Lamb-Dicke)极限和旋波近似条件下,处于驻波光场波节处的单个囚禁的两能级离子的动力学由 J-C 模型描述,只需把其中描述光子的算符换成声子的相应算符。这一重要结果对于实现上述量子光学中非经典效应提供了一种新方法。由于这时的耦合常数正比于易于调节的驻波光场幅度,这种新方法通常更容易实现。例如,人们已实现单个囚禁原子或离子的拉比振荡的崩溃和复现以及各种非经典振动态<sup>[9]</sup>。更为重要的是,人们可以利用这种相似性,在单个囚禁离子的动力学研究中大量借用量子光学中已有的研究结果,反之亦然。例如,拉比振荡的崩溃和复现的测量可以实现囚禁原子或离子的振动能量的量子态无损测量<sup>[16]</sup>。本文旨在推广这一结论,通过引入穿衣态描述,证明在相同近似条件下,处于驻波光场中任意位置的单个两能级离子的动力学仍由相同模型描述。

## 2 拉姆-狄克极限下的哈密顿量

本节在 Lamb-Dicke 极限下,推导相互作用绘景中处于驻波光场中的单个两能级离子的哈密顿量。单个两能级离子处于驻波光场时,其哈密顿量为( $\hbar = 1$ )<sup>[16, 21, 22]</sup>

$$H = \nu a^+ a + (\Delta/2)\sigma_z + (\Omega\sigma_x/2) \cos(\eta x + \varphi), \quad (1)$$

式中  $\nu$  为振动频率,  $a^+$  和  $a$  为振动量子(声子)的产生和消灭算符, 失谐量  $\Delta = \omega_0 - \omega$  表示离子的跃迁频率与激光驻波的频率之差, 拉姆-狄克参数  $\eta = k \sqrt{\hbar/2m\nu}$  量度离子在振动基态时的空间扩展与激光驻波波长的比值, 规格化位置算符  $x = a^+ + a$ ,  $\varphi$  为激光驻波在  $x = 0$  处的位相, 拉比频率  $\Omega$ (或  $\eta\Omega$ ) 正比于驻波光场幅度和偶极耦合常数的乘积, 离子反转算符  $\sigma_z = \sigma_{22} - \sigma_{11}$  表示两能级离子处于上(2)下(1)能级的几率之差,  $\sigma_x = \sigma_{12} + \sigma_{21}$ , 其中  $\sigma_{12}, \sigma_{21}$  为离子的跃迁算符。在这里,采用了量子光学的术语和符号。人们也把  $\sigma_x, \sigma_z, \sigma_y = i\sigma_x\sigma_z$  称为布赫(Bloch)矢量的分量<sup>[22]</sup>。在拉姆-狄克极限(即拉姆-狄克参数  $\eta = k \sqrt{\hbar/2m\nu}$  是小量,只保留到拉姆-狄克参数的一阶项)并满足离子处于驻波光场波节处  $\varphi = 0$ ,以及本文 3 节的讨论)

$$\nu, |\Delta| \gg |\Delta - \nu|, \quad (2)$$

等条件时,(1)式在相互作用绘景中具有下述形式<sup>[16, 21, 22]</sup>

$$H = \nu a^+ a + \Delta\sigma_z/2 + (\eta\Omega/2)(a\sigma_{21} + a^+\sigma_{12}). \quad (3)$$

(3)式与量子光学中 J-C 模型完全一样,只是现在  $a^+, a$  不是描述光子的算符而是声子的产生和消灭算符。以下,将说明(2)式实际上表示旋波近似条件。

现在,考虑离子处于驻波光场中任意位置时的情况。保留到拉姆-狄克参数的一阶项,

(1) 式变成

$$\left. \begin{aligned} H &= H_0 + H_{\text{int}}, \\ H_0 &= \nu a^+ a + (\Delta/2) \sigma_z + (\Omega_\varphi/2) \sigma_x \equiv \nu a^+ a + (\Omega/2) \Sigma_z \\ H_{\text{int}} &= -\eta [(\Omega \sin \varphi)/2] x \sigma_x, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中  $\Omega_\varphi = \Omega \cos \varphi$ ,

$$\Sigma_z = (\Delta/\Omega_\ell) \sigma_z + (\Omega_\varphi/\Omega_\ell) \sigma_x, \quad \Omega_\ell = \sqrt{\Delta^2 + \Omega_\varphi^2}, \quad (5)$$

引入相互作用绘景

$$\bar{Y} = \exp(iH_0 t) Y \exp(-iH_0 t), \quad (6)$$

经过冗长的计算, 得到有关算符在相互作用绘景中的形式

$$\bar{H}_0 = H_0 = \nu a^+ a + \Omega \Sigma_z/2, \quad (7)$$

$$\bar{x} = a \exp(-i\omega t) + a^+ \exp(i\omega t), \quad (8)$$

$$\bar{\sigma}_x = -(\Delta/2\Omega_\ell) [\Sigma_{21} \exp(i\Omega_\ell t) + \Sigma_{12} \exp(-i\Omega_\ell t)] + (\Omega_\varphi/\Omega_\ell) \Sigma_z, \quad (9)$$

$$\Sigma_{12} = (1/2) [(\Delta/\Omega_\ell) \sigma_x - (\Omega_\varphi/\Omega_\ell) \sigma_z + \sigma_x \sigma_z],$$

$$\Sigma_{21} = (1/2) [(\Delta/\Omega_\ell) \sigma_x - (\Omega_\varphi/\Omega_\ell) \sigma_z - \sigma_x \sigma_z], \quad (10)$$

由(6~9)式, 容易得到相互作用绘景中的哈密顿量

$$H = \overline{H_0} + \overline{H_{\text{int}}} = \nu a^+ a + \frac{\Omega_\ell}{2} \Sigma_z + \overline{H_{\text{int}}}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \overline{H_{\text{int}}} &= -\frac{\eta \Omega \Delta}{2 \Omega_\ell} \sin \varphi \{ a \Sigma_{21} \exp[i(\Omega_\ell - \nu)t] + a^+ \Sigma_{12} \exp[-i(\Omega_\ell - \nu)t] \} - \\ &\quad \frac{\eta \Omega \Delta}{2 \Omega_\ell} \sin \varphi [a^+ \Sigma_{21} \exp[i(\Omega_\ell + \nu)t] + a \Sigma_{12} \exp[-i(\Omega_\ell + \nu)t]] + \\ &\quad \frac{\eta \Omega \Delta}{4 \Omega_\ell} \sin 2\varphi [a \exp(-i\omega t) + a^+ \exp(i\omega t)] \Sigma_z, \end{aligned} \quad (12)$$

(11) 式和(12)式就是本节要求的在拉姆-狄克极限下, 相互作用绘景中处于驻波光场中的单个两能级离子的哈密顿量。利用这种形式的哈密顿量并考虑自发辐射效应, 可以比文献[22]简单得多的方式推导出离子的冷却和加热率, 而且冷却和加热率的表达式也可简化, 相应的结果将另文发表。这里, 仅给出简单的讨论。由(12)式可知, 该系统的荧光谱一般具有三个峰, 对应  $\nu = 0, \pm \Omega_\ell$ 。这三个峰的相对大小决定了离子的冷却和加热率<sup>[22]</sup>。当  $\varphi = \pi/2$  时, 没有  $\nu = 0$  的峰, 与文献[22] 中的数值计算结果(见其图1和图6)相符。当  $\varphi = 0, \pi$  时, 三个峰均不存在, 表明在这一级近似下, 没有冷却或加热效应存在。这也与文献[22] 中的数值计算结果(见其图3~图5)相符。此时, 应考虑高阶项来计算冷却和加热率。

### 3 困禁离子的 J-C 模型

为了证明在旋波近似条件下, 处于驻波光场中任意位置的单个两能级离子的动力学由 J-C 模型描述。定义  $\Sigma_{11} = \Sigma_{12} \Sigma_{21}$ ,  $\Sigma_{22} = \Sigma_{21} \Sigma_{12}$ 。并利用(10)式, 得到

$$\Sigma_{11} = (1 - \Sigma_z)/2, \quad \Sigma_{22} = (1 + \Sigma_z)/2, \quad \Sigma_z = \Sigma_{22} - \Sigma_{11}. \quad (13)$$

不难证明, 算符  $\Sigma_{ij}$  满足  $\Sigma_{ij} \Sigma_{lk} = \delta_{jl} \Sigma_{ik}$ ,  $i, j, k, l = 1, 2$ , 即, 与算符  $\sigma_{ij}$  满足相同的代数关系。由于驻波光场的存在, 离子的两个裸能态变成了穿衣态。由以上讨论以及(5)式和(10)式可知, 算符  $\Sigma_{ij}(\sigma_{ij})$  代表第  $i$  个穿衣(裸)态的占据数,  $\Sigma_{ij}(\sigma_{ij})$ ,  $i \neq j$  表示穿衣(裸)态之间

的跃迁算符。现在考虑(12)式在旋波近似下(即考虑共振项并忽略非共振项)的结果。考虑(12)式的  $\Omega \approx \nu$  情况, 旋波近似条件为,

$$\nu, \Omega \gg |\Omega - \nu|, \quad (14)$$

此时(12)式中的  $(\Omega - \nu)$  项为共振项, 其余的为非共振项。因此, 旋波近似下的(11)式和(12)式变为

$$\bar{H} = \nu a^+ a + \frac{\Omega}{2} \Sigma_z - \eta \frac{\Omega \Delta \sin \varphi}{2\Omega} (a \Sigma_{21} + a^+ \Sigma_{12}), \quad (15)$$

由上面对算符  $\Sigma_{ij}$  的讨论知道, (15)式正是对应于离子的两个穿衣能态的 J-C 模型。它表明, 处于驻波光场中任意位置的单个两能级离子的动力学由 J-C 模型描述。可对此进行若干讨论。

1) 当  $\Omega_\varphi = 0$ (或  $\varphi = \pi/2$ ) 时, 若  $\Delta > 0$ , 可证  $\Sigma_{ij} = \sigma_{ij}$ ,  $\Sigma_z = \sigma_z$ ,  $\Omega_t = \Delta$ 。因此, (15)式变成 Cirac 等人的结果, 即, (3) 式。注意, (3) 和(15)式的  $\eta$  项前的符号不同是无关紧要的(它可重新定义  $a \rightarrow -a$ ,  $a^+ \rightarrow -a^+$  来消除)。

2) 当  $\Omega_\varphi = 0$ (或  $\varphi = \pi/2$ ) 时, 若  $\Delta < 0$ ,  $\Sigma_z = -\sigma_z$ ,  $\Sigma_{11} = \sigma_{22}$ ,  $\Sigma_{22} = \sigma_{11}$ ,  $\Sigma_{ij} = -\sigma_{ji}$ ,  $i \neq j$ ,  $\Omega = |\Delta| = -\Delta$ 。这相当于改变了能态的编号。此时, (15)式仍变成 Cirac 等人的结果, 即(3)式。可以重新定义  $\Omega_t$  使得  $\Delta > 0$  或  $< 0$  时, 都有  $\Sigma_{ij} = \sigma_{ij}$ ,  $\Sigma_z = \sigma_z$ ,  $\Omega_t = \Delta$ 。这只要定义:  $\Delta > 0$  时,  $\Omega_t = \sqrt{\Delta^2 + \Omega_\varphi^2}$ ;  $\Delta < 0$  时,  $\Omega_t = -\sqrt{\Delta^2 + \Omega_\varphi^2}$  即可。不过, 作者认为本文原来的  $\Omega$  定义更方便。

3) 旋波近似条件(14)式在  $\Omega_\varphi = 0$ (或  $\varphi = \pi/2$ ) 时变成(2)式。表明(2)式就是  $\epsilon_\varphi = 0$ (或  $\varphi = \pi/2$ ) 时的旋波近似条件。

4) 在原始的文献中,  $\Omega_\varphi = 0$ (或  $\varphi = \pi/2$ ) 时的(3)式成立的条件, 除(2)式之外, 还有  $|\Delta|, \nu \gg \Gamma, \eta\Omega$ , 其中  $\Gamma$  是能级间的自发跃迁系数<sup>[16, 22]</sup>。本文从一开始就忽略了  $\Gamma$  的影响, 因此本文结果隐含了  $|\Delta|, \nu \gg \Gamma$  的假定。但是, 本文结果的推导没有用  $|\Delta|, \nu \gg \eta\Omega$  的条件。这表明(15)式[包括其特例(3)式]的成立并不需要该条件。值得指出的是, 这一条件给利用连续探测波实现振动能量的量子态无损测量带来很大困难<sup>[16]</sup>。因此, 本文的这一结论给利用连续探测波实现这种测量带来希望。

5) 当  $\varphi = 0, \pi$  时, 一级拉姆-狄克近似下, 不存在离子的两个穿衣能态在与驻波光场的有效耦合。此时, 应考虑高阶项来计算冷却和加热率以及讨论拉比振荡、压缩态等非经典效应。可以证明, 二级拉姆-狄克近似将导致两声子过程。相应地, 旋波近似条件下的相互作用哈密顿量是描述涉及两声子吸收和发射的广义 J-C 模型。将另文讨论这些问题。

**结 论** 本文引入穿衣态描述, 在拉姆-狄克极限下, 推导了相互作用绘景中处于驻波光场中的单个两能级离子的哈密顿量。它将有助于简化离子的冷却和加热的讨论。由此, 证明: 在拉姆-狄克极限和旋波近似条件下, 处于驻波光场中任意位置的单个两能级离子的动力学由 J-C 模型描述。这一结果推广了 Cirac 等人证明的结论, 即, 处于驻波光场波节处的单个囚禁的两能级离子的动力学由 J-C 模型描述。本文结果在更普遍意义上建立了量子光学和单个囚禁离子的动力学之间的联系。

## 参 考 文 献

- [1] H. -H. Yoo, J. H. Eberly, Dynamical theory of an atom with two or three levels interacting with quantized cavity fields. *Phys. Rep.*, 1985, **118**(5) : 239~ 337
- [2] B. Buck, C. V. Sukumar, Exactly soluble model of atom-phonon coupling showing periodic decay and revival. *Phys. Lett. (A)*, 1981, **81**(2, 3) : 132~ 135  
C. V. Sukumar and B. Buck, Multi-phonon generalization of the Jaynes-Cummings model. *Phys. Lett. (A)*, 1981, **83**(5) : 211~ 213  
S. J. D. Phoenix, P. L. Knight, Periodicity phase and entropy in model of two-phonon resonance. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1990, **7**(1) : 116~ 174
- [3] R. L. de Matos Filho, W. Vogel, Second-sideband laser cooling and nonclassical motion of trapped ions. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **50**(3) : R1988~ 1991
- [4] C. C. Gerry, J. H. Eberly, Dynamics of a Raman coupled model interacting with two quantized cavity fields. *Phys. Rev. (A)*, 1990, **42**(11) : 6805~ 6815  
D. A. Cardimona, V. Kovanis, M. P. Sharma *et al.*, Quantum collapses and revivals in a nonlinear Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1991, **43**(7) : 3710~ 3723
- [5] M. Alexanian, S. K. Bose, Unitary transformation and the dynamics of a three-level atom interacting with two quantized field models. *Phys. Rev. (A)*, 1995, **52**(3) : 2218~ 2224
- [6] Y. Wu, Effective Raman theory for a three-level atom in the  $\Lambda$ -configuration. *Phys. Rev. (A)*, 1996, **54**(2) : 1586~ 1592
- [7] Y. Wu, Simple algebraic method to solve a coupled-channel cavity QED model. *Phys. Rev. (A)*, 1996, **54**(5) : 4534~ 4543  
X. X. Yang, Y. Wu, Y. J. Lee, Unified and standardized procedure to solve various nonlinear Jaynes-Cummings models. *Phys. Rev. (A)*, 1997, **55** : 4545~ 4551
- [8] C. K. Law, J. H. Eberly, Dynamics of a two-channel Raman-coupled cavity QED model. *Phys. Rev. (A)*, 1993, **47**(4) : 3195~ 3201  
Liwei Wang, R. R. Puri, J. H. Eberly, Coupled-channel cavity QED model & exact solutions. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **46**(11) : 7192~ 7209
- [9] D. M. Meekhof, C. Monroe, B. E. King *et al.*, Generation of nonclassical motional states of a trapped atom. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **76**(11) : 1796~ 1799  
C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King *et al.*, Resolved-sideband Raman cooling of a bound atom to the 3D zero-point energy. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(2) : 4011~ 4014  
I. Marzoli, I. Cirac, R. Blatt *et al.*, Laser cooling of trapped three-level ions: Designing two-level systems for sideband cooling. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **49**(4) : 2771~ 2779
- [10] J. I. Cirac, P. Zoller, Quantum computations with cold trapped ions. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**(20) : 4091~ 4097  
C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King *et al.*, Demonstration of a fundamental quantum logic gate. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(25) : 4714~ 4717
- [11] G. Q. Ge, Y. Wu, X. Luo *et al.*, Optical bistability and lasing without inversion in a system of driven two-level atoms with incoherent injection. *Phys. Rev. (A)*, 1995, **52**(2) : 1783~ 1786  
G. Q. Ge, X. Luo, Y. Wu *et al.*, Atomic coherence and bistable lasers without inversion. *Phys. Rev. (A)*, 1996, **54**(2) : 1604~ 1608
- [12] E. S. Fry, Xingfu Li, Dmitri Nikonov *et al.*, Atomic coherence effects within the sodium D1 line: Lasing without inversion via population trapping. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(21) : 3235~ 3238  
V. E. Van der Veer, R. J. J. Van Diest, A. Donszelmann *et al.*, Experimental demonstration of light amplification without population inversion. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(21) : 3243~ 3246  
J. Gao, C. Guo, Chuan Guo *et al.*, Observation of light amplification without population inversion in sodium. *Opt. Commun.*, 1993, **93**(5, 6) : 323~ 327
- [13] A. Imamoglu, S. E. Harris, Lasers without inversion interference of dressed lifetime-broadened states. *Opt. Lett.*, 1989, **14**(24) : 1344~ 1346  
M. O. Scully, S. Y. Zhu, A. Gavrielides, Degenerate quantum-beat laser: Lasing without inversion

- and inversion without lasing. *Phys. Rev. Lett.*, 1989, **62**(24) : 2813~ 2816  
 G. S. Agarwal, Dressed-state lasers and masers. *Phys. Rev. (A)*, 1990, **42**(1) : 686~ 688  
 L. M. Narducci, et al., Spectrum of spontaneous emission in a Fabry-Perot cavity: the effects of atomic motion. *Opt. Commun.*, 1992, **94**(1/3) : 66~ 70  
 Y. Zhu, Lasing without inversion in a closed three-level system. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **45**(9) : R6149~ R6152  
 Y. Zhu, Lasing without or with inversion in a closed four-level system. *Phys. Rev. (A)*, 1993, **47**(1) : 495~ 499  
 [14] D. Meschede, H. Walther, G. Muller, One-atom maser. *Phys. Rev. Lett.*, 1985, **54**(6) : 551~ 554  
 Fam Le Kien, Georg M. Meyer, Marlan O. Scully et al., Two-mode micromaser operating on three-level atoms. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **49**(2) : 1367~ 1377  
 [15] K. An, J. J. Childs, R. R. Dasari et al., A laser with one atom in an optical resonator. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, **73**(25) : 3375~ 3378  
 [16] C. D. Helon, G. J. Milburn, Measuring the vibrational energy of a trapped ion. *Phys. Rev. (A)*, 1995, **52**(6) : 4755~ 4762  
 [17] P. Filipowicz, J. Javanainen, P. Meystre et al., Quantum and semiclassical steady states of a kicked cavity mode. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1987, **3**(6) : 906~ 910  
 [18] M. Fleischhauer, W. P. Schleich, Revivals made simple: Poisson summation formula as a key to the revivals in the Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1993, **47**(5) : 4258~ 4269  
 [19] S. E. Harris, J. E. Field, A. Imamoglu, Nonlinear optical processes using electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(10) : 1107~ 1110  
 M. Xiao, Yong-qing Li, Shao-zheng Jin et al., Measurement of dispersive properties of electromagnetically induced transparency in Rubidium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**(5) : 666~ 669  
 [20] S. -Y. Zhu, L. M. Narducci, M. O. Scully, Quantum-mechanical interference effects in the spontaneous-emission spectrum of a driven atom. *Phys. Rev. (A)*, 1995, **52**(6) : 4791~ 4802  
 A. H. Toor, S. -Y. Zhu, M. S. Zubany, Quantum interference in the spectrum of a driven atom: Effects of pumping and phase fluctuations. *Phys. Rev. (A)*, 1995, **52**(6) : 4803~ 4811  
 [21] J. I. Cirac, R. Blatt, A. S. Parkins et al., "Dark" squeezed states of the motion of a trapped ion. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(5) : 556~ 559  
 J. I. Cirac, A. S. Parkins, P. Zoller et al., Preparations of fock states by observation of quantum jumps in an ion trap. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(6) : 762~ 765  
 J. I. Cirac, R. Blatt, A. S. Parkins et al., Quantum collapse and revival in the motion of a single trapped ion. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **49**(2) : 1202~ 1207  
 [22] J. I. Cirac, R. Blatt, P. Zoller et al., Laser cooling of trapped ions in a standing wave. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **46**(5) : 2668~ 2681

## Janynes-Cummings Model for a Single Trapped Ion

Yang Xiaoxue<sup>1)</sup>    Wu Ying<sup>1), 2)</sup>    Gao Kelin<sup>2)</sup>

1), Department of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074

2), Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics, Wuhan Institute of Physics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071

(Received 29 December 1996)

**Abstract** The dynamics of a two-level ion at the antinode of a standing wave was described with the Jaynes-Cummings model by Cirac et al., In this paper, we will extend this conclusion. With the dressed state, we show that a single two-level ion in the arbitrary position of a laser standing wave can be described by the well-known Jaynes-Cummings model.

**Key words** dynamics of a ion in a trap, quantum optics, Jaynes-Cummings model.