

Λ -型三能级单原子的辐射谱*

曹卓良

郭光灿

(安徽大学物理系, 合肥 230039) (中国科学技术大学物理系, 合肥 230026)

摘 要 采用时间演化算符方法, 研究腔内单模光场中 Λ -型三能级单原子的辐射谱, 给出了辐射谱一般公式, 并讨论在粒子数纯态、相干态和热辐射三种光场激励下的辐射频谱结构。

关键词 Λ -型三能级原子, 单模光场, 辐射谱。

1 引 言

进几年来, 腔内单模(双模)光场中单个(两个)原子以及 Λ -型三能级原子的辐射谱已成为光与物质相互作用研究的热点之一^[1-6], 一些重要的非经典特性, 如原子单光子辐射谱在真空场中拉比(Rabi)分裂^[3-5]以及在光子数很大时的三峰结构^[3-6]等已得到深入细致的研究。 Λ -型量子拍频三能级原子系统具有一些特殊的性质, 如可产生无粒子数反转激光^[7]、自感应透明^[8]、自由感应衰减^[9]和光学章动^[10]等现象, 在一定条件下可以简化成 Jaynes-Cummings 模型^[11]。Ashraf 利用这种模型研究了腔内单模光场中 Λ -型量子拍频三能级单原子的发射谱^[3], 揭示了系统的真空拉比分裂和量子拍频等非经典效应, 发现辐射谱一般是四峰结构, 仅当入射光子数比较多时, 才退化成三峰结构。事实上, 这种单模 J-C 模型 Λ -型量子拍频三能级原子系统是一个下能级为二重简并(或近简并)的两能级原子系统, 因而其结果不能真正反映一般 Λ -型三能级原子的辐射谱结构, 本文将采用时间演化算符方法, 研究腔内一般 Λ -型三能级单原子与单模光场相互作用所产生的辐射光谱, 并讨论在粒子数纯态、相干态和热辐射三种光场激励下的辐射频谱结构。

2 理论模型及其解

考虑腔内 Λ -型三能级单原子与频率为 ω 的单模光场(腔模)相互作用, 原子的三能级如图 1 所示, 上能级为 $|a\rangle$, 下两能级分别为 $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$, 系统的哈密顿量为(设 $\hbar = 1$)

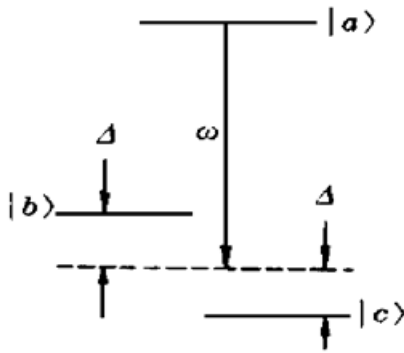
$$H = H_1 + H_2, \quad (1)$$

$$H_1 = \omega(a^\dagger a + \frac{1}{2}) + \omega(|a\rangle\langle a|), \quad (2)$$

$$H_2 = ga(\sigma_1^\dagger + \sigma_2^\dagger) + g(\sigma_1 + \sigma_2)a^\dagger + \Delta(|b\rangle\langle b| - |c\rangle\langle c|), \quad (3)$$

* 安徽省教委自然科学基金资助。

收稿日期: 1997-10-27; 收到修改稿日期: 1998-03-12



式中 a 和 a^+ 分别为腔模光场的产生和湮灭算符, g 为原子与光场相互作用的耦合常数, $\sigma_1 = |c\rangle\langle a|$, $\sigma_2 = |b\rangle\langle a|$, $\Delta = \frac{1}{2}\omega_{bc}(\omega_{\beta\beta} = \omega_{\alpha} - \omega_{\beta})$, $\omega_{bc} + \omega_{cb} = 2\omega$ 。对 H_2 作下列么正变换

$$U_1(t, 0) = \exp(-iH_1 t) = \exp[-i\omega(a^+ a + \frac{1}{2})t] \begin{pmatrix} \exp(-i\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Fig. 1 Energy structure of a Λ -type three-level system

在旋波近似下, 可得变换后的哈密顿量 H'_2

$$H'_2 = \exp(iH_1 t) H_2 \exp(-iH_1 t) = \begin{pmatrix} 0 & ga & ga \\ ga^+ & \Delta & 0 \\ ga^+ & 0 & -\Delta \end{pmatrix} \quad (5)$$

由(5)式可得时间演化算符 $U_2(t, 0)$ 为:

$$U_2(t, 0) = \exp(-iH'_2 t) = \begin{pmatrix} \frac{\lambda^2 + aa^+ A}{C^2} & [\frac{\lambda(A-1)}{C^2} - i\frac{B}{C}]a & -[\frac{\lambda(A-1)}{C^2} + i\frac{B}{C}]a \\ [\frac{\lambda(A'-1)}{C'^2} - i\frac{B'}{C'}]a^+ & a^+ a + \frac{(a^+ a + \lambda^2)A'}{C'^2} - i\frac{\lambda B'}{C'} & \frac{A'-1}{C'^2} a^+ a \\ -[\frac{\lambda(A'-1)}{C'^2} + i\frac{B'}{C'}]a^+ & \frac{A'-1}{C'^2} a^+ a & a^+ a + \frac{(a^+ a + \lambda^2)A'}{C'^2} + i\frac{\lambda B'}{C'} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

式中 $A = \cos \sqrt{\lambda^2 + 2aa^+}gt$, $A' = \cos \sqrt{\lambda^2 + 2a^+ a}gt$, $B = \sin \sqrt{\lambda^2 + 2aa^+}gt$, $B' = \sin \sqrt{\lambda^2 + 2a^+ a}gt$, $C = \sqrt{\lambda^2 + 2aa^+}$, $C' = \sqrt{\lambda^2 + 2a^+ a}$, $\lambda = \frac{\Delta}{g}$ 。下面将利用(4)式和(6)式计算一般 Λ -型三能级原子的辐射谱。

3 辐射谱的结构

根据腔内单原子辐射谱 $S(\nu)$ 公式^[1]

$$S(\nu) = \Gamma \int_0^T dt' \int_0^T dt \exp[-(\Gamma - i\nu)(T - t') - (\Gamma + i\nu)(T - t)] \times \langle \Psi_{AF} | [\sigma_1^+(t') + \sigma_2^+(t')] [\sigma_1(t) + \sigma_2(t)] | \Psi_{AF} \rangle, \quad (7a)$$

$$\sigma_i(t) = U_i^+(t, 0) U_i^-(t, 0) \sigma_i U_i(t, 0) U_i(t, 0), \quad (i = 1, 2), \quad (7b)$$

式中 T 为相互作用时间, Γ 为谱仪频带宽度, $|\Psi_{AF}\rangle$ 为原子和作用光场的初态。

设原子初始处于激发态 $|a\rangle$, 而激励光场为粒子数叠加态, 则

$$|\Psi_{AF}\rangle = \sum_n C_n |a, n\rangle \quad (8)$$

将(4)、(6)和(8)式代入(7)式直接计算时间关联函数

$$\begin{aligned} & \langle \Psi_{AF} | [\sigma_1^+(t') + \sigma_2^+(t')] [\sigma_1(t) + \sigma_2(t)] | \Psi_{AF} \rangle = \\ & \exp[-i\alpha(t - t')] \sum_n \rho_{nn} \frac{2 \cos \sqrt{\lambda^2 + 2ng}(t - t')}{[\lambda^2 + 2(n + 1)]^2} \times \\ & [\lambda^2 + 2(n + 1) \cos \sqrt{\lambda^2 + 2(n + 1)gt}] \times \\ & [\lambda^2 + 2(n + 1) \cos \sqrt{\lambda^2 + 2(n + 1)gt'}], \end{aligned} \quad (9)$$

式中 $\rho_{nn} = C_n^* C_n$ 。再将(9)式代入(7a)进行积分可得辐射谱函数 $S(\nu)$ 为

$$S(\nu) = \Gamma \sum_n \rho_{nn} \left[\left| \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + 2(n+1)} F_n^+(\nu, \Omega_n, 0) + \frac{n+1}{\lambda^2 + 2(n+1)} F_n^+(\nu, \Omega_n, \Omega_{n+1}) + \frac{n+1}{\lambda^2 + 2(n+1)} F_n^+(\nu, \Omega_n, -\Omega_{n+1}) \right|^2 + \left| \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + 2(n+1)} F_n^+(\nu, -\Omega_n, 0) + \frac{n+1}{\lambda^2 + 2(n+1)} F_n^+(\nu, -\Omega_n, \Omega_{n+1}) + \frac{n+1}{\lambda^2 + 2(n+1)} F_n^+(\nu, -\Omega_n, -\Omega_{n+1}) \right|^2 \right] \quad (10)$$

$$F_n^+(\nu, \Omega, \Omega') = \frac{\exp[i(\omega - \nu + \Omega + \Omega')T] - \exp(-\Gamma T)}{\Gamma + i(\omega - \nu + \Omega + \Omega')} \quad (11)$$

$$\Omega_n = \sqrt{\lambda^2 + 2ng} \quad (12)$$

由(10)~(12)式来分析辐射频谱结构。

4 结果与讨论

讨论激励光场为粒子数纯态、相干态和热辐射三种情况下的一般 Λ -型三能级原子的辐射频谱特性。为了便于比较,图2给出了相同平均光子数 \bar{n} 不同光子数分布 ρ_{nn} 情况下的辐射谱结构。

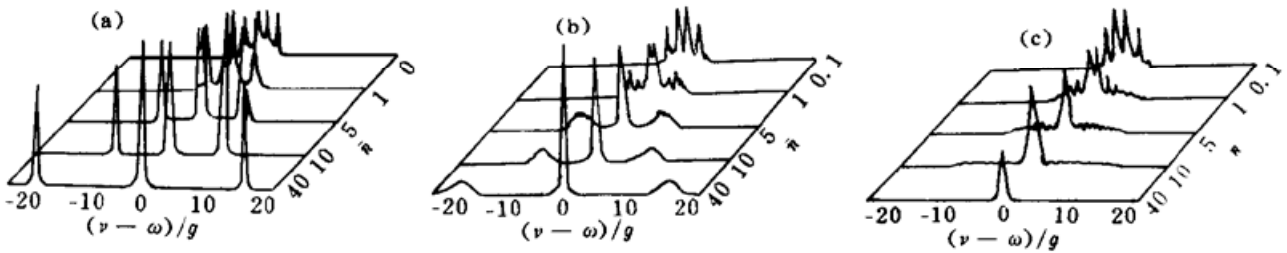


Fig. 2 Emission spectra $S(\nu)$ for (a) the input in pure number state, (b) a coherent input, and (c) a thermal input as a function of $(\nu - \omega)/g$, a dimensionless quantity, with interaction time $T = 20/g$, $\lambda = 1$, resolution of the spectrometer $\Gamma = 0.2g$

4.1 激励光场为处于粒子数纯态的光场

处于粒子数纯态的光场的光子数分布 $\rho_{nn} = \delta(n - \bar{n})$, 由(10)、(11)和(12)求得的原子辐射谱的峰值频率和相对峰高列于表1。由表1可以看出,辐射谱一般为六峰结构,对称地分布在作用光场频率两边[如图2(a)所示],其峰值频率和相对峰高与光场的光子数有关,从物理上来讲, Λ -型三能级原子光谱结构相当于能级间隔差为 2Δ 的两个两能级原子辐射谱的叠加,这种叠加不是简单的场振幅或强度相加,因为他们有一个共同的上能级,因而所求得的光谱结构其谱峰数仍保持六个,但其频率和强度分布要受到量子拍频效应影响。位于表1第一栏两个峰具有相同的峰值,而且当 $\lambda \ll 1$ 或 $\bar{n} + 1 \gg \lambda^2$ 时消失;位于第二、三栏四个峰的峰值也相等,在 $\bar{n} + 1 \ll \lambda^2$ 情况下消失,相对峰高随光子数增加而趋于常数,若 $\bar{n} \gg 1$,而由于光谱仪的分辨率有限,位于第三栏两个峰将交叠在一起而无法分辨成为一个峰,形成五峰结构的辐射谱,并且相邻两个峰值频率差趋于一致,当腔场足够强时(满足 $\bar{n} \gg 1$ 和 $\bar{n} + 1 \gg \lambda^2$),辐射谱便呈现出三峰结构[如图2(a)所示]。如果腔内光场处于真空态($\bar{n} = 0$),辐射谱一般也是对称的六峰结构而不是双峰结构^[3, 4],分别位于 $\nu - \omega = \pm \Delta$, $\nu - \omega = \pm (\sqrt{\Delta^2 + 2g^2} + \Delta)$, $\nu - \omega = \pm (\sqrt{\Delta^2 + 2g^2} - \Delta)$, 这就是 Λ -型三能级真空拉比分裂,当 $\lambda \gg 1$ 或 $\lambda \ll 1$ 时,

真空态辐射谱才表现双峰结构。

Table 1. Emission spectrum $S(\nu)$ of a Λ -type three-level atom for the input in pure number state

position of peak	relative height of peak
$\omega \pm \sqrt{\lambda^2 + 2\bar{n}}g$	$\frac{\lambda^4}{[\lambda^2 + 2(\bar{n} + 1)]^2}$
$\omega \pm (\sqrt{\lambda^2 + 2(\bar{n} + 1)} + \sqrt{\lambda^2 + 2\bar{n}})g$	$\frac{(\bar{n} + 1)^2}{[\lambda^2 + 2(\bar{n} + 1)]^2}$
$\omega \pm (\sqrt{\lambda^2 + 2(\bar{n} + 1)} - \sqrt{\lambda^2 + 2\bar{n}})g$	$\frac{(\bar{n} + 1)^2}{[\lambda^2 + 2(\bar{n} + 1)]^2}$

4.2 激励光场为处于相干态的光场

相干态光场的光子数分布为 $\rho_{nn} = \exp(-\bar{n}) \frac{\bar{n}^n}{n!}$, 由于 ρ_{nn} 随 n 分布包络曲线的峰值位于 $n = \bar{n}$, 宽度约为 $\sqrt{\bar{n}}$, 所以, 一般说来, 在 \bar{n} 比较小时, 中间两个拉比峰起主要作用, 两边的拉比峰由于受量子拍频效应影响而发生形变并出现另外的小峰, 随着 \bar{n} 增大, 六峰结构谱消失, 中间两个拉比峰逐渐交叠在一起形成尖锐的单峰, 在单峰两边对称地出现的被量子拍频调制的相干边峰的波纹也随着消失[如图 2(b)所示], 这说明量子拍频加速了光谱结构从多峰向单峰的转变。相对失谐量 λ 对辐射谱的影响为: 在 \bar{n} 比较小且 $\lambda \gg 1$ 时, 列于表 1 第一栏两个边峰将起主要作用, $\lambda \ll 1$, 第二、三栏的四个峰起主要作用, 随着 \bar{n} 的增加, 第一栏两峰因高度逐渐减小而消失, 位于二、三栏四个峰的高度将逐渐增大, 由于第三栏两个峰交叠在一起, 辐射谱呈现对称三峰结构, 并且各边峰变宽。

4.3 激励光场为热辐射场

热辐射光场的光子数分布为 $\rho_{nn} = \frac{\bar{n}^n}{(1 + \bar{n})^{n+1}}$, ρ_{nn} 在 $n = 0$ 时有最大值, 包络曲线的宽度约为 \bar{n} 量级, 因此在 \bar{n} 比较小时的辐射谱的结构与激励光场为处于相干态的情况相似, 但当 \bar{n} 增大时, 由于扁平的包络曲线, 中间两个拉比峰逐渐交叠在一起形成单峰, 两边拉比峰因所占的权重愈来愈小而消失, 不会出现类似于激励光场处于相干态中的相干边峰, 同样, 量子拍频效应加速了光谱结构从多峰向单峰的转变, 形成单峰结构的辐射谱[如图 2(c)所示]。

结 论 本文研究了腔内 Λ -型三能级单原子与单模光场的相互作用, 讨论了在三种不同初始光场激励下的原子辐射谱结构以及与 λ 关系。分析表明, 在平均光子数比较小时, 辐射谱呈现对称的两峰结构($\lambda \gg 1$)、四峰结构($\lambda \ll 1$)和六峰结构($\lambda \sim 1$); 在平均光子数比较大时, 原子辐射谱结构与单模 J-C 模型 Λ -型量子拍频三能级单原子结果^[3]相似。

参 考 文 献

- [1] J. H. Eberly, K. Wodkiewicz, The time-dependent physical spectrum of light. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(9): 1252~ 1261
- [2] 罗振飞, 徐至展, 徐 磊, 两个双能级原子与辐射场的拉曼相互作用. *物理学报*, 1992, **41**(12): 1950 ~ 1954
- [3] M. M. Ashraf, Emission spectra of a Λ -type quantum-beat three-level atom. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **50**(1): 741~ 746
- [4] Cao Zhuo-liang, Guo Guang-can, Resonant fluorescence of a Λ -type three-level atom driven by mi-

- crowave field. *Chin. J. Lasers*, 1998, **B7**(2) : 180~ 183
- [5] J. J. Sanchez-Mondragon, N. B. Narozhny, J. H. Eberly, Theory of spontaneous-emission line shape in an ideal cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, **51**(7) : 550~ 553
- [6] C. L. Chai, F. L. Li, Z. M. Zhang, Effects of atomic cooperation on emission spectrum of atoms in a cavity. *Phys. Lett. (A)*, 1990, **A150**(2) : 85~ 88
- [7] M. O. Scully, S. Y. Zhu, A. Gavrielides, Degenerate quantum-beat laser: Lasing without inversion and inversion without lasing. *Phys. Rev. Lett.*, 1989, **62**(24) : 2813~ 2816
- [8] 郭光灿, 曹卓良, 微波场驱动三能级原子系统的自感应透明现象. *物理学报*, 1993, **42**(10) : 1600~ 1607
- [9] Cao Zhuo-liang, Optical free-induction decay effect in a Λ -type quantum-beat three-level system. *Chin. Phys. Lett.*, 1997, **14**(5) : 352~ 355
- [10] Cao Zhuo-liang, Guo Guang-can, Optical nutation in the three-level system driven by a coherent microwave field. *Chin. Phys. Lett.*, 1997, **14**(8) : 589~ 592
- [11] Huang Hong-bin, Fan Hong-yi, Jaynes-Comings model for double m -photon lasers. *Phys. Lett. (A)*, 1991, **159**(6, 7) : 323~ 327

Emission Spectrum of a Λ -Type Three-Level Atom

Cao Zhuoliang

(Department of Physics, Anhui University, Hefei 230039)

Guo Guangcan

(Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

(Received 27 October 1997; revised 12 March 1998)

Abstract By means of time-evolution operator, the emission spectrum of a Λ -type three-level atom interacted with a single-mode cavity field was studied. The physical spectrum expression of radiation emitted by the atom is given. The spectrum shows the symmetrical six-peak structure. We have discussed the structure of the emission spectrum for the input in pure number state, a coherent input and a thermal input.

Key words Λ -type three-level atom, single-mode field, emission spectrum.