

在相位型滤波器的伪随机编码 设计中的改进方法

刘文耀

(天津大学精仪学院, 天津 300072)

R. W. Cohn

(Department of Electrical Engineering, University of Louisville, Louisville, Kentucky 40292 USA)

摘 要 阐述了相位型滤波器的伪随机编码设计中的改进方法: 对全复值调制数据随机编码形成双振幅相位型滤波器。与极小欧氏距离最佳滤波器(MEDOF)相比较, 其性能有很大改善。

关键词 伪随机编码, MEDOF, 双振幅相位型滤波器。

1 引 言

用伪随机编码进行光学调制器的设计方法是由 Cohn 和 Liang 提出的^[1]。这种方法是将所预期的全复数值数据, 通过伪随机编码变换为由光调制器(SLM)能够实现的实数场。这一过程是逐点进行的。变换结果的傅里叶谱是预期复值像场的精确近似^[2, 3]。另外, 由于在滤波器设计中伪随机编码计算简便耗时少, 适合实时操作。从这一点上讲, 它优于诸如模拟回火^[4]、Johnson^[5]和 Gerchberg、Saxton^[6]等常规的设计与优化方法。

最初 Cohn 和 Liang 应用伪随机编码进行纯相位型滤波器的设计。Liu 和 Cohn^[3]后来提出首先对预期的全复值数据场的振幅进行线性变换来控制伪随机编码过程, 可使滤波器的性能有较大改善。

本文在此基础上进一步提出, 在相位型滤波器编码设计中, 通过编码使滤波器的振幅除了单位“1”以外, 还有“0”透过率状态。即所谓双振幅相位型调制器。这种方法能进一步优化与改善滤波器的性能。

极小欧氏距离最佳滤波器是近期发展的另一种逐点进行的非随机编码方法^[7]。这种方法亦适用于纯相位型滤波器的设计。本文以 8×8 光斑点阵列发生器的设计为例比较这两种设计方法。结果表明双振幅相位型滤波器的性能优于极小欧氏距离最佳滤波器之性能。

2 伪随机编码简述

有关伪随机编码的数学描述已在文献[1]中有了详细论述, 在文献[3]中也作了描绘。本节只从一般概念入手对这种方法的理理解作一扼要介绍。

设一个复数 a 代表给定调制器的一个像元素, 它是由一个随机数发生器导出的。如果 a_c 为调制器这一像元素的预期设计值(全复数值), 那么在随机数发生器的参量改变时, (比如平均值和方差) 总会得到如下结果:

$$a_c = \langle a \rangle \quad (1)$$

其中 $\langle a \rangle$ 为 a 的数学期望值。重复对所设计的调制器的每个像元进行这种运算, 直到完成全部像元素。这一过程实质为伪随机编码的映射过程。在考查它们的远场衍射图像后会发现, 实际调制数据场 a 的傅里叶谱精确近似于预期全复值数据场 a_c 的傅里叶谱。

依据大数定理^[5], 可以对这种近似结果进行合理解释。远场衍射图像的复振幅能够被视为波前的线性组合。考虑第 i 个像元是强度为 a_i 的点源, 它在远场傅里叶谱面上的波前复振幅为 $A_i(f_x)$ 。那么 N 个波前入射在远场傅里叶谱面上形成一个集合。根据大数定理, 大量随机事件, 波前 A_i , 构成了一个综合效应(平均结果): $\langle \sum A_i \rangle = \sum A_{ci}$ 。

存在的近似误差取决于设计滤波器的像元总数以及随机编码值。从下式即可发现这种误差^[1]:

$$\langle I \rangle = \left| \sum_i A_{ci} \right|^2 + \sum_i \{ \langle |A_i|^2 \rangle \} - |A_{ci}|^2 \quad (2)$$

其中 $\langle I \rangle$ 为远场衍射强度的数学期望值, 亦即图像功率谱密度。从上式可以看到, 等号右边的第 1 项累加和的平方为预期设计图像强度(远场), 而第 2 项累加和是与背景噪声有关的项, 它是由伪随机编码引入了噪声的必然结果。有关这一点在文献[1]中已经说明。这些噪声呈散斑状, 它们由随机程度来确定。如果无随机度, 上式右边第 2 项为 0, 这时的衍射图像是准确无误的。

3 伪随机编码设计中的改进方法

在原有的纯相位型滤波器的伪随机编码设计中, 其滤波函数可由下式表示^[3]:

$$a_i(x) = \exp \{ j(\langle \Phi \rangle + \delta\Phi) \} \quad (3)$$

由上式可知纯相位型滤波器的振幅恒等于 1, 其相位是以 $\langle \Phi \rangle$ 为均值, $\delta\Phi \in [-\pi, \pi]$ 为方差的均匀分布的随机变量。

极小欧氏距离最佳滤波器是近期发展起来的一种编码方法^[7]。它依据最小欧氏距离判则来控制 a (实际滤波器数据集) 和 a_c (期望复数值集) 之间的映射。其控制参量有两个: 一个是所谓增益因子 G , 它对 a 振幅的控制等同于在文献[3](16) 式中的因子 k ; 另一个参数为 β , 描述相对于调制器工作曲线的转角参量。

需要指出的是对纯相位滤波器而言, 不管 G 和 β 如何变化, 极小欧氏距离最佳滤波器的最小距离映射是等同的。这一过程可以用图 1 来形象地描述: 设定一个距离阈值 r , 幅值 Ga_c 小于 r 时使 $a = 0$, 反之, 使 $a = 1$, 而相位值保持原来不变。显然这是一种非线性和非随机的编码过程。在本文第 4 节中将会谈到, 当 $r = 0.5$ 时, 极小欧氏距离最佳滤波器对纯相位滤波器会出现最优化状态。而在 r 为其它任何值时其结果远不及此结果好。

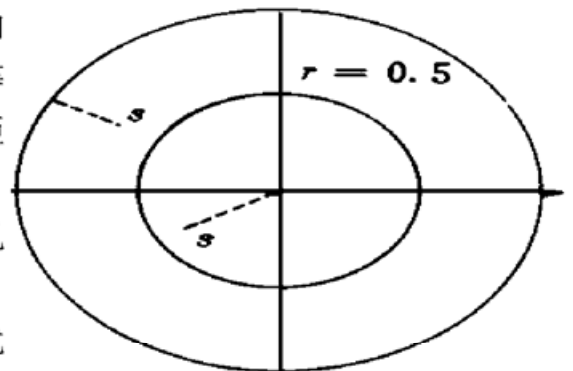


Fig. 1 Design of MEDOF

在实施最小距离判则时, 如果仔细考虑到映射点具有“最小距离”的概率 p , 并且依据概率 p 的大小来进行随机编码(映射), 预期结果既不违背最小距离法则, 又能使映射过程精确合理。有关这一点在下面的(5)式中将得到进一步证实。本文介绍的两种改进的设计方法就是这样产生的。

方法 I: 直接设置实际滤波器的相位角 ϕ 为预期的设计相位角 ϕ_i 。其振幅 $a_i = |a_i|$, 只具有两种可能的取值: 一个是 1, 另一个是 0。究竟 a_i 是 1 还是 0, 取决于 a_i 出现 1 的概率 p_1 和出现 0 的概率 p_2 。其中 $p_1 = a_{ci}, p_2 = 1 - a_{ci} = 1 - p_1$ 。这里 a_{ci} 为预期设计滤波器(理想滤波器)的振幅(模), $a_{ci} = |a_{ci}|$, a_{ci} 的取值范围是(0~1)。那么平均振幅 $\langle a_i \rangle$ 为

$$\langle a_i \rangle = 1 \times p_1 + 0 \times p_2 = p_1 \tag{4}$$

用 $\langle a_i \rangle$ 来表示 a_{ci} , 其中 $a_{ci} \in (0, 1)$ 。

伪随机编码的具体过程如下:

设 $x = \text{Ran}(i \text{ seed})$ 是一个均匀分布的随机数发生器。 $i \text{ seed}$ 为它的一个整型种源。当 $0 \leq x < p_1$ 时, $a_i = 1, \phi = \phi_i$ 。当 $p_1 \leq x \leq 1$ 时, $a_i = 0$ 。对所有像元进行这种选择赋值。随机编码原理示于图 2。在图 2 中半径阈值 $r = 0$, 即这种伪随机编码不设置阈值。(2)式可以改写为^[1]

$$k \rangle = \left| \sum_i A_{ci} \right|^2 + \sum_i p_{1i} p_{2i} \tag{5}$$

由(5)式可知, 当预期设计振幅 a_{ci} 的值接近于 1 或接近于 0 时, 等式右侧第 2 项的累加和变小, 即此时背景噪声变小。当 a_{ci} 的值接近于 0.5 时, 等式右侧第 2 项变大, 即背景散斑噪声增大。

方法 II: 与方法 I 类同, 所不同的是在预期的复数平面上, 设置一个半径阈值 r , 只对 $r \leq a_{ci} \leq 1$ 的数据进行文献[1]和[3]中介绍的完全相同的纯相位型伪随机编码, 从而得到(3)式的描述。对于那些 $a_{ci} < r$ 的值, 是直接令其振幅为 0。这种方法的原理图示于图 3。在图 3 中设置了半径阈值 $r = 0.195$ 。 r 的值可以改变以求最佳设计。

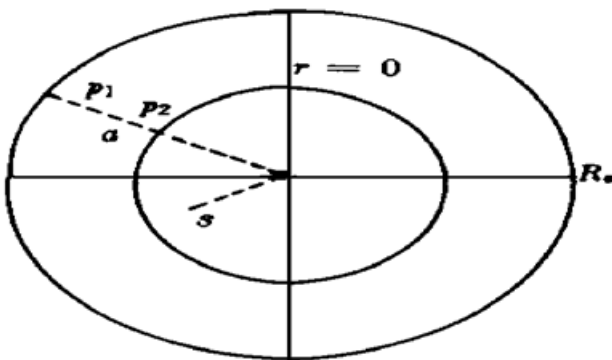


Fig. 2 Pseudorandom encoding without threshold r for bi-amplitude phase modulators in approach I

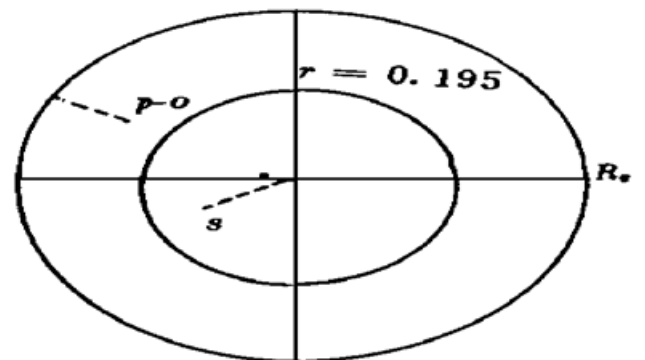


Fig. 3 Pseudorandom encoding with threshold for bi-amplitude modulators in approach II

4 设计实例及与极小欧氏距离最佳滤波器的比较

在文献[3]中, 讨论了 8×8 光斑点阵列发生器的设计实例, 为便于比较, 本文仍以此为例。

所谓极小欧氏距离最佳滤波器方法, 就是在预期设计的复平面上设置半径阈值 r 。在 $r \leq a_{ci}$ 时所有数据被编码为 1, 而那些满足 $0 \leq a_{ci} < r$ 时数据被编码为 0。这种过程示于图 1。文

献[7]指出,在半径 $r = 0.5$ 时是最优化设计,通过计算机模拟也证实了这一点。即图 1 中所所示的情况。而在 r 取其它值时,结果远不及此结果好。

文献[3]详细介绍了在纯相位型滤波器的设计中利用对振幅 a_{ci} 进行线性变换(即线性扩大)的方法并结合蒙特卡罗叠代评估进行优化设计。用此法设计 8×8 光斑点阵列发生器的性能曲线示于图 4。由图 4 可以看出,当线性变换系数 $k = 1.43$ 时,滤波器衍射效率 $\eta = 43\%$,信号对噪声峰值比 $SPR = SNR_{np} = 87$,光点阵列强度均匀性约为 8% 。

由方法 I 所设计的 8×8 光斑点阵列发生器的性能曲线示于图 5。从图 5 看出,在 $k = 1.176$ 时, $SPR = SNR_{np} = 212$,同时此时光点阵列的强度分布均匀性 $U_{NIF_{pp}} = 2.5\%$ 。可见本文提出的方法 I 所设计的相位型滤波器性能有了很大的改善。

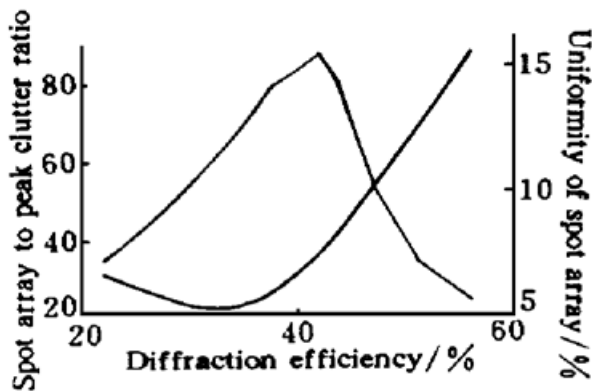


Fig. 4 The performance of 8×8 spot arrays for changing a_{ci}

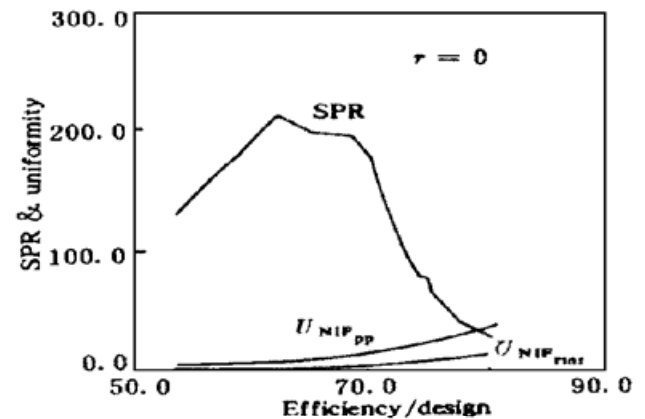


Fig. 5 The performance of 8×8 spot arrays in design of approach I

方法 II 亦对所设计滤波器的性能有较大改善,见图 6。对于 8×8 光斑点阵列发生器,在 $k = 1.43$ 时, $\eta = 49.5\%$, $SPR = SNR_{np} = 101$,在 $k = 1.25$ 时,光点阵列的强度分布均匀性 $U_{NIF_{pp}} = 7\%$ 。

作者用极小欧氏距离最佳滤波器方法设计了 8×8 光斑点阵列发生器,其性能示于图 7。当 $k = 1.54$ 时, $SPR = SNR_{np} = 19.5$,这是最佳点在 k 的其它对应值下, SPR_{np} 都很小。

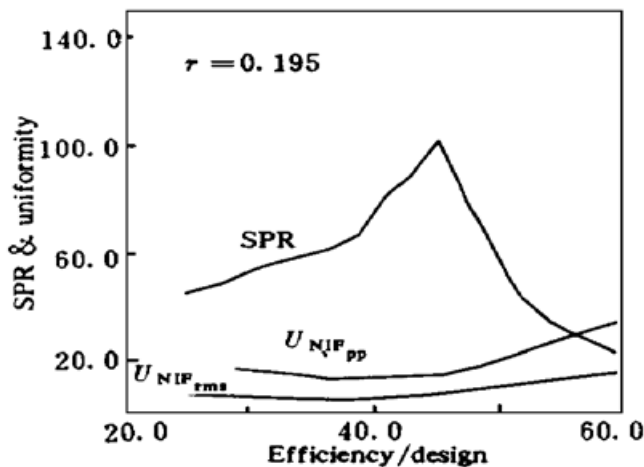


Fig. 6 The performance of 8×8 spot arrays in design of approach II

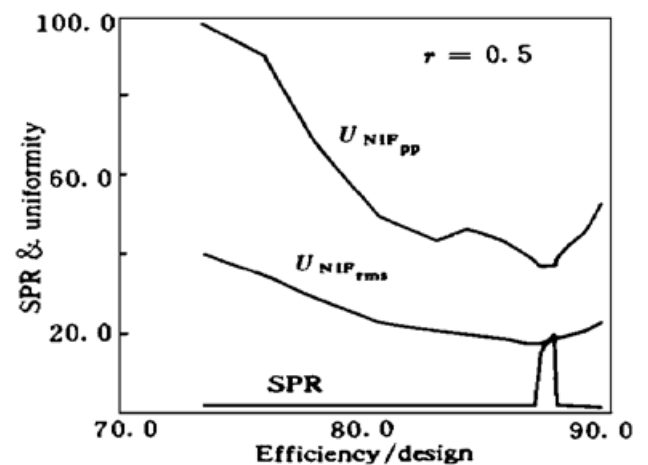


Fig. 7 The performance of 8×8 spot arrays in design of MEDOF

现将应用文献[3]中的方法以及本文中的方法 I、II 和极小欧氏距离最佳滤波器的最优化结果的比较列于表 1 中。

Table 1. The comparison among the optimum results of the four methods

	ref. [3]	method I	method II	MEDOF
<i>SPR</i>	87	212	101	19.5
$U_{\text{NIFpp}} (\%)$	8	5	15	38
$U_{\text{NIFrms}} (\%)$	16	2.5	7.3	18.5

从表 1 中可清楚看到: 1) 在纯相位型滤波器的随机编码设计中, 不论是方法 I 还是 II 都是对文献[3]中方法的很大改善。这种改善体现在表征滤波器质量的主要参量即衍射图像场光强分布的均匀性和信噪比。2) 极小欧氏距离最佳滤波器在进行相位滤波器的设计中方法简单、快速, 并且在 $r = 0.5$ 时出现最优化设计结果。但也远不及前面三种方法的结果为好。

图 8 示出了由方法 I 和极小欧氏距离最佳滤波器设计出的 8×8 光斑点阵列衍射图像(计算机模拟)。二者滤波器的空域均为 300×300 像素点。为了从“微观”上看清背景噪声的分布, 分别将方法 I 和极小欧氏距离最佳滤波器衍射图像的灰度放大 212 倍和 26 倍, 使它们的背景噪声大致处在相同量级上以便于观察比较。显然极小欧氏距离最佳滤波器的噪声具有明显的周期性, 颇有些像在二元光学中出现的噪声。对于方法 I 的结果, 其噪声分布要平滑得多, 且峰值噪声也远不及极小欧氏距离最佳滤波器的大。

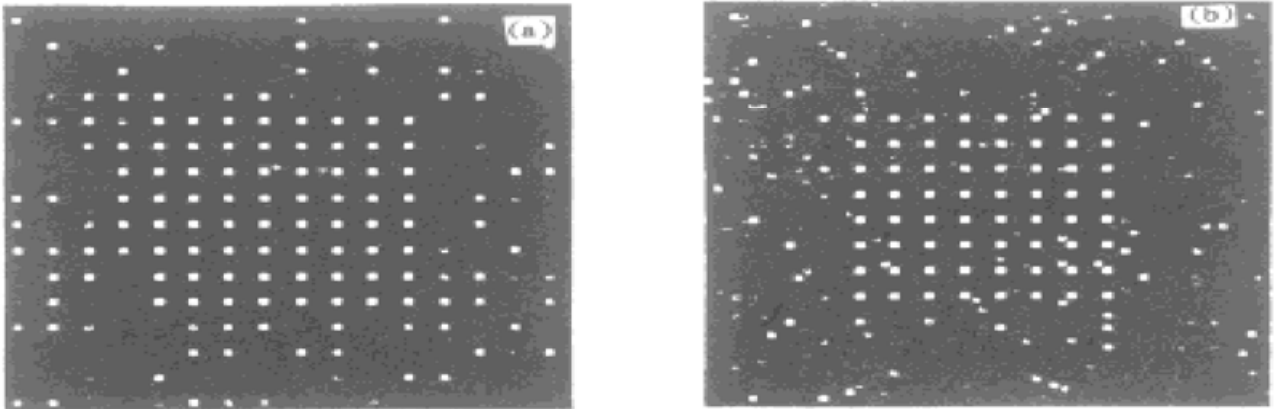


Fig. 8 Background noise of MEDOF-only (a) and pseudorandom encoded (b) spot arrays.

Grayscale saturation is $26 \times$ and $212 \times$ respectively

对二者的灰度进行放大时发现, MEDOF 中有孤立的噪声亮点且清晰可见, 而方法 I 的图像背景却十分清洁干净。

结 论 光学信息处理领域中, 纯相位型光学滤波器的伪随机编码设计, 为现有光调制器不能进行“全息”型数据调制提供了一种可实现的及精确近似的方法。如果在相位型滤波器的伪随机编码设计中采用某些措施, 会使这种近似十分逼真于“全息”型数据调制。本文中所论述的两种方法对滤波器性能改善是十分有效的。它们与具有权威性的极小欧氏距离最佳滤波器方法相比优越性是十分明显的。

参 考 文 献

- [1] R. W. Cohn, M. Liang, Approximating fully complex spatial modulation with pseudorandom phase-only modulation. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(20): 4406~4415
- [2] R. W. Cohn, Performance models of correlators with random and systematic phase errors. *Opt.*

Engng., 1995, **34**(6) : 1671~ 1679

- [3] 刘文耀, R. W. Cohn, 纯相位型滤波器的伪随机编码. 光学学报, 1998, **18**(6) : 783~ 788
- [4] M. P. Dames, R. J. Dowling, P. McKee *et al.*, Efficient optical elements to generate intensity weighted spot arrays: Design and fabrication. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(19) : 2685~ 2691
- [5] E. G. Johnson, M. A. Abushagur, Mircogenetic-algorithm optimization methods applied to dielectric gratings. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1995, **12**(5) : 1152~ 1160
- [6] R. W. Gerchberg, W. O. Saxton, Practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 1972, **35**(2) : 237~ 250
- [7] R. D. Juday, Optimal realizable filters and the minimum Euclidean distance principle. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(26) : 5100~ 5111
- [8] A. Papoulis, Probability, random variable and stochastic process. 3rd, ed, New York, McGraw-Hill, 1991 : 107, 211

An Improved Method for Design of Pseudorandom Encoding of Phase-Only Filters

Liu Wenyao

(College of Precision Instrument & Optoelectronic Engineering Tianjin University, Tianjin 300072)

R. W. Cohn

(Department of Electrical Engineering, University of Louisville, Louisville, KY 40292, USA)

(Received 21 October 1996; revised 18 June 1997)

Abstract An improved method for the design of pseudorandom encoding of phase-only filters is presented, The fully complex modulation is pseudorandom encoded to the bi-amplitude phase modulators. The performances of the newly designed filter are greatly improved compared with that of minimum Euclidean distance optimal filter (MEDOF).

Key words pseudorandom encoding, MEDOF, bi-amplitude phase filters.