

调制不稳定性对级联放大光纤传输系统信噪比的影响*

宋 开 范崇澄

(清华大学电子工程系光纤通信研究所, 北京 100084)

摘 要 在考虑光纤损耗和级联放大器的情况下, 推导了调制不稳定性的产生条件和增益的普适解析表达式, 分析了调制不稳定性对信噪比的影响, 给出了一个新的计算信噪比的表达式。并利用分立步傅里叶数值方法对非线性传输进行了仿真, 证明了本文的解析结论的正确性。

关键词 调制不稳定性, 光纤通信, 信噪比。

1 引 言

在长距离高速率光纤传输系统中, 逐级积累的光放大器的自发辐射噪声是系统的主要噪声源。为了获得尽可能大的信噪比和系统裕量, 信号功率必须满足一定的要求。例如, 对于 $3 \times 120 \text{ km}$ 的单模光纤传输系统, 若光信噪比要求 20 dB , 系统功率裕量为 3 dB , 则所需的最低信号功率约为 10 dBm , 这时光纤的非线性效应(自相位调制)已经使光脉冲受到了较明显的压缩。对于传输距离更长、放大器级联数目更多的系统, 光纤的非线性效应将成为影响系统性能的一个重要因素^[1]。在单波长传输系统中, 需要考虑的克尔非线性效应是自相位调制和调制不稳定性。自相位调制的作用是使脉冲光谱展宽, 与光纤色散作用后, 使光脉冲形状畸变^[2]。调制不稳定性是由非线性效应和色散之间的相互作用导致的对稳态的调制, 一般情况下, 需要反常色散。以正常色散光纤传输时, 如果光功率周期件变化, 也能发生调制不稳定性^[3], 不过产生的增益边带呈线谱, 对系统的作用完全可以忽略。当调制不稳定性增益足够大时, 一方面使信号频谱分裂, 造成光脉冲畸变; 另一方面调制不稳定性会放大自发辐射噪声, 抽空信号功率, 使系统信噪比下降。

调制不稳定性增益是决定以上两个作用程度的关键, 在忽略光纤损耗的情况下, 无论采用微扰法还是四波混频理论, 都可以得到调制不稳定性的产生条件和增益^[4, 5]。然而, 光纤损耗和级联放大器增益对调制不稳定性的增益的大小和谱形均有很大影响, 本文在考虑这两个条件的情况下, 首先推导出了调制不稳定性的产生条件和增益的普适解析表达式, 然后分析了调制不稳定性对信噪比的影响, 给出了一个新的计算信噪比的表达式。

* 国家科委 863 高科技和博士后科学基金项目。

收稿日期: 1997-06-15

2 调制不稳定性的增益

2.1 理论分析

带有级联放大器的非线性传输方程可以表示为:

$$\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} + \frac{1}{2}i\beta_2 \frac{\partial^2 A(z, T)}{\partial T^2} - i\gamma|A|^2 A = -\frac{\alpha}{2}A + \frac{1}{2} \ln(G) \sum_{j=1}^{n(z)} \delta(z - jz_a) A \quad (1)$$

式中, $A(z, T)$ 为光脉冲的复振幅, β_2 为光纤的色散参量, γ 为光纤的非线性系数, α 为光纤的损耗系数, G 为放大器的增益, 且 $\ln(G) = \alpha z_a$, z_a 为放大器间距, $n(z)$ 为放大器间距数。

对于连续波, 从(1)式可以得到:

$$A(z) = A_0 \exp\left(-\frac{\alpha}{2}z\right) \exp\left[n(z) \ln \sqrt{G} \exp\left(i \int_0^z \gamma|A|^2 dz\right)\right] \quad (2)$$

现在考察以上解的稳定性。加入微扰 $a(z, T)$, 令微扰后的合成复振幅 $B(z, T)$ 为:

$$B(z, T) = [A_0 + a(z, T)] \exp\left(-\frac{\alpha}{2}z\right) \exp\left[n(z) \ln \sqrt{G} \exp\left(i \int_0^z \gamma|A|^2 dz\right)\right] \quad (3)$$

将(3)式代入(1)式, 并忽略 $a(z, T)$ 的二阶小量, 可以得到:

$$\frac{\partial a}{\partial z} - i\gamma A_0^2 (a + a^*) \exp\left[-\alpha z + n(z) \ln \sqrt{G}\right] + \frac{1}{2}i\beta_2 \frac{\partial^2 a}{\partial T^2} = 0 \quad (4)$$

式中, $P_0 = A_0^2$, P_0 为连续波的初始光功率。假设, (4) 式关于微扰 $a(z, T)$ 具有如下形式的通解:

$$a(z, T) = a_1(z) \exp\left\{i \left[\int_0^z k(z') dz' - \Omega T\right]\right\} + a_2(z) \exp\left\{-i \left[\int_0^z k(z') dz' - \Omega T\right]\right\} \quad (5)$$

这里, 微扰复振幅 $a_1(z)$ 和 $a_2(z)$ 是 z 的缓变函数, $da_1/dz \approx da_2/dz \approx 0$, $k(z)$ 为微扰的本地波数, Ω 为相对于连续波的角频移。将(5)式代入(4)式, 利用缓变函数假设, 可以得到以下方程组:

$$\{k(z) - \gamma P_0 \exp[-\alpha z + n(z) \ln \sqrt{G}] - \frac{1}{2}\beta_2 \Omega^2\} a_1(z) - \gamma P_0 \exp[-\alpha z + n(z) \ln \sqrt{G}] a_2(z) = 0 \quad (6a)$$

$$\gamma P_0 \exp[-\alpha z + n(z) \ln \sqrt{G}] a_1(z) + \{k(z) + \gamma P_0 \exp[-\alpha z + n(z) \ln \sqrt{G}] + \frac{1}{2}\beta_2 \Omega^2\} a_2(z) = 0 \quad (6b)$$

$a_1(z)$ 和 $a_2(z)$ 同为非零解的条件为:

$$k(z)^2 = \frac{1}{2}\beta_2 \Omega^2 \{2\gamma P_0 \exp[-\alpha z + n(z) \ln \sqrt{G}] + \frac{1}{2}\beta_2 \Omega^2\} \quad (7)$$

显然, 对于正常色散光纤, $k(z)$ 为实数, 微扰波的能量在传输中没有得到放大(由缓变函数假设保证), 也就是说微扰是稳定的。对于反常色散光纤, $\beta_2 = -|\beta_2|$, 当 $\Omega^2 \leq \Omega_0^2 \exp[-\alpha z + n(z) \ln \sqrt{G}]$ 时, $k^2(z)$ 为负值, $k(z)$ 为纯虚数, 微扰波得到了指数增益, 本地功率增益系数为:

$$g_{MI}(z, \Omega) = 2 \operatorname{Im}[k(z)] = |\beta_2| \Omega \left[\frac{4\gamma P(z)}{|\beta_2|} - \Omega^2 \right]^{1/2} = |\beta_2| \Omega (\Omega_0^2 - \Omega^2) \quad (8)$$

其中, $\Omega_0^2 = 4\gamma P_0 / |\beta_2|$; $\Omega^2 = 4\gamma P(z) / |\beta_2|$; $P(z) = P_0 \exp[-\alpha z + n(z) \ln \sqrt{G}]$, 它表示

连续波在 z 处的光功率。事实上, 调制不稳定性可以理解为一个部分简并四波混频过程^[2], 两个角频率为 ω_0 的光子的湮灭, 产生了角频率为 $\omega_0 + \Omega$ 和 $\omega_0 - \Omega$ 的两个斯托克斯光子。假设泵浦波、斯托克斯波和反斯托克斯波的波数分别为 β_0 、 β_s 和 β_{as} , 则 $\Delta\beta = \beta_s + \beta_{as} - 2\beta_0 = \beta_2\Omega^2$ ^[6], 增益系数也可以表示为:

$$g_{MI}(z, \Omega) = |\Delta\beta| \left[\frac{4\mathcal{Y}P(z)}{|\Delta\beta|} - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

当 $|\Delta\beta| - 2\mathcal{Y}P(z) = 0$, 满足本地相位匹配条件, 本地参量增益系数达到最大, $g_{MI, \max}(z) = 2\mathcal{Y}P(z)$ 。

由于斯托克斯波和反斯托克斯波关于泵浦波频率具有对称的增益谱, 仅考虑斯托克斯波的增益变化, 将(5)式中含有 $a_2(z)$ 的反斯托克斯项去掉, 又因为 $a_1(z)$ 为慢变振幅, 对斯托克斯波的能量变化没有贡献, 将光放大器的自发辐射噪声视为斯托克斯波的种子波, 即 $|a_1(z)|^2 = p_{0, ase}$, 则经过传输后, 斯托克斯波(也就是自发辐射噪声)的功率谱密度为:

$$P_{ase}(z, \Omega) = p_{0, ase} \left\{ \exp \left[\int_0^z g_{MI}(z, \Omega) dz \right] \right\} \exp \left[-az + n(z) \ln G \right] \quad (10)$$

其中, $p_{0, ase} = 2n_{sp}h\nu(G-1)$, h 为普朗克常数, ν 光波频率, n_{sp} 自发辐射噪声系数。当传输总距离 $z = nz_a$ 时, 对于 $\exp(-az_a) \ll 1$, 上式可以表示为:

$$P_{ase}(z, \Omega) = p_{0, ase} G_{MI}(n, \Omega) \quad (11)$$

$$G_{MI}(n, G) = \exp \left\{ \frac{2n|\Delta\beta|}{\alpha} \left[\left(\frac{\Omega_0^2}{\Omega^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} - \arctan \left(\frac{\Omega_0^2}{\Omega^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad (12)$$

式中, $G_{MI}(n, \Omega)$ 为初始自发辐射噪声种子波经过 n 段光纤传输后获得的总参最增益。当 $\Omega \approx 0.3568\Omega_0$ 时, $G_{MI}(n, \Omega)$ 达到最大值:

$$G_{MI, \max}(n) = \exp(0.3596n|\beta_2|\Omega_0^2/\alpha) \quad (13)$$

由于系统中每一级光放大器产生的自发辐射噪声相互独立, 且功率相同, 则经过传输后, 输出端自发辐射噪声的总功率谱为:

$$P_{ase}(z, \Omega) = p_{0, ase} \sum_{p=1}^n G_{MI}(p, \Omega) \quad (14)$$

2.2 数值检验

为了证明上述结论, 采用分立步傅里叶方法求解非线性方程(1), 信号为连续波, 在信号加入高斯白噪声以模拟光放大器的自发辐射噪声, 并假设以后各级光放大器自身无自发辐射噪声输出, 这一条件对应(14)式。为了保证计算精度, 积分步长设为 0.05 km。光纤参数为: $\mathcal{Y} = 1.12 \times 10^{-3} \text{ km}^{-1} \text{ mW}^{-1}$ ^[7], $D = 17 \text{ ps/km} \cdot \text{nm}$, $\alpha = 0.23 \text{ dB/km}$, 放大器间距为 80 km, 输入信号光功率为 15 dBm。图 1(a)、(b)、(c) 是分别经过 2 段、4 段和 6 段光纤传输后的光功率谱。

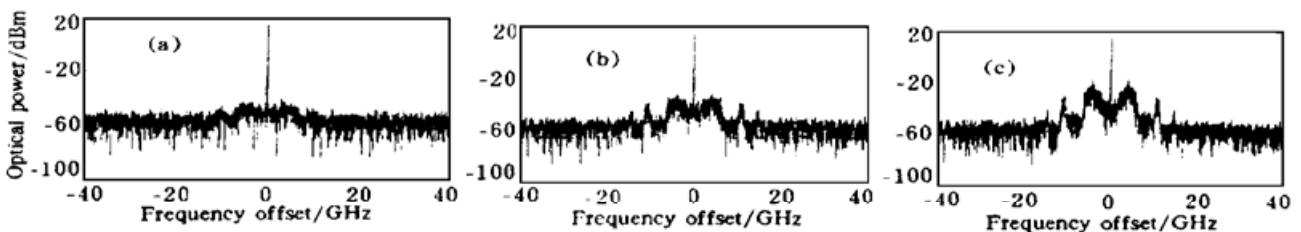


Fig. 1 Optical power spectrum of CW superimposed with Gaussian white noise after transmission.

(a) 2-span, (b) 4-span, (c) 6-span

根据本文解析公式，最大增益对质的频移为 4.59 GHz。经过 2 段、4 段、6 段光纤传输后的参量增益分别为 8.465 dB、16.99 dB、25.45 dB。从利用数值方法得到的光谱图中测得，最大增益对应的频移为 4.46 GHz~ 4.67 GHz，经过 2 级、4 级、6 级放大器后的参量增益分别为 8.5 dB~ 10 dB、15.5 dB~ 18.5 dB、26.6 dB~ 30 dB。测量误差主要由噪声尖峰导致。可以看出，二者基本吻合。

3 调制不稳定性对信噪比的影响

由于光放大器的自发辐射噪声受到调制不稳定性的参量放大，同时信号功率也受到抽空，因而信噪比将受到损害。为了使以下分析简明，忽略信号功率抽空。当无调制不稳定性增益时，信噪比为：

$$SNR_0 = 10 \log (P_0/n p_{0, ase} B) \tag{15}$$

当存在调制不稳定性增益时，信噪比为：

$$SNR = 10 \log (P_0/[p_{0, ase} \sum_{p=1}^n \int_{-B/2}^{B/2} G_{MI}(p, \Omega) d\Omega]) \tag{16}$$

B 为矩形光滤波器的带宽。对于高速传输系统，一般 $B \gg 2\Omega_0$ ，调制不稳定性产生的一级边带谱将完全被包含在滤波器带宽内，忽略高级边带谱，调制不稳定性引起的信噪比下降为：

$$\Delta SNR = 10 \log [(1 - \frac{2\Omega_0}{B}) + \frac{1}{nB} \sum_{p=1}^n \int_{\Omega_0}^{\Omega_0} G_{MI}(p, \Omega) d\Omega] \tag{17}$$

一般情况下，上述积分需要复杂的积分变换才能求出，但将每个边带的谱形近似为三角形和矩形的平均， ΔSNR 可以近似为：

$$\Delta SNR = 10 \log [(1 - \frac{2\Omega_0}{B}) + \frac{3\Omega_0}{2nB} \sum_{p=1}^n G_{MI}(p, 0.3568\Omega_0)] \tag{18}$$

图 2 和图 3 分别表示信噪比下降与放大器数量(包括发信端的功放)、输入信号功率的变化关系。 B 取为 40 GHz，其它参数同图 1。图中实线、虚线分别为精确积分和解析近似结果。

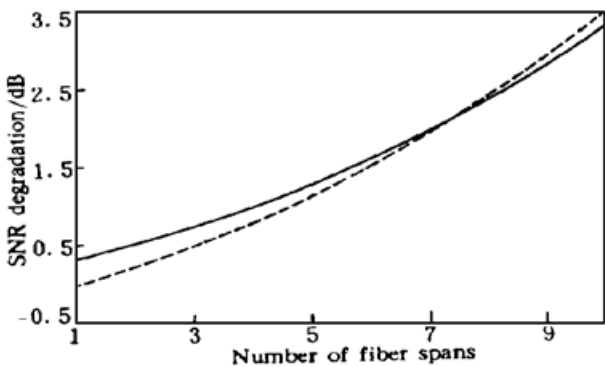


Fig. 2 SNR degradation vs. number of fiber spans (input power: 10 mW). —: eq. (17), - - : eq. (18)

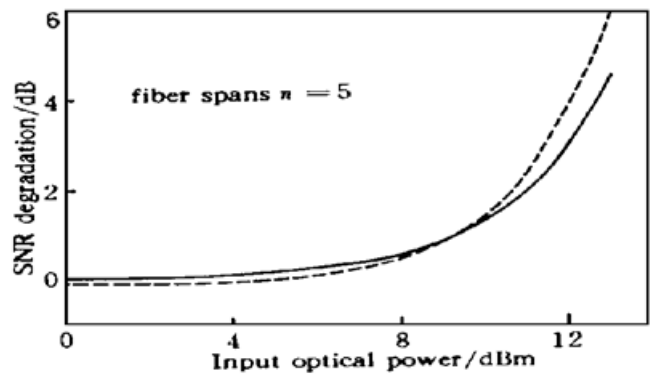


Fig. 3 SNR degradation vs. input power (fiber spans: 5). —: eq. (17), - - : eq. (18)

结 论 在考虑光纤损耗和级联放大器的情况下，推导出了调制不稳定性的产生条件和增益的普适解析表达式，分析了调制不稳定性对信噪比的影响，给出了一个新的计算信噪比的表达式，并利用分立步傅里叶数值方法对非线性传输进行了仿真，证明了本文的解析结论的正确性。需要指出的是：1) 文献[4]中给出的最大总增益对应的频移有误^[5]；2) 在本文的工作

过程中, 曾针对文献[3]作了大量的数值仿真, 发现只有当级联放大器的数量相当多时(一般多于 20), 才需要考虑带有周期性的功率的变化对调制不稳定性相位匹配条件的影响, 一般的级联传输系统, 无需修正本文的相位匹配条件。

参 考 文 献

- [1] R. W. Tkach, A. R. Chraplyvy, F. Forghieri *et al.*, Four-photon mixing and high-speed WDM system. *J. Lightwave Technol.*, 1995, **13**(5) : 841~ 849
- [2] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, San Diego, CA: Academic, 1995
- [3] F. Matera, A. Mecozzi, M. Romagnoli *et al.*, Sideband instability induced by periodic power variation in long-distance fiber links. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(18) : 1499~ 1501
- [4] K. Tai, A. Hasegawa, A. Tomita, Observation of modulational instability in optical fibers. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, **56**(2) : 135~ 137
- [5] D. Anderson, M. Lisak, Modulational instability of coherent optical-fiber transmission signals. *Opt. Lett.*, 1984, **9**(10) : 468~ 470
- [6] N. Shibata, R. P. Braun, R. G. Waarts, Phase-mismatch dependence of efficiency of wave generation through four-wave mixing in a single-mode optical fiber. *J. Quant. Electron.*, 1987, **QE-23**(7) : 1205~ 1210
- [7] A. Boskovic, S. V. Chernikov, J. R. Taylor, Direct continuous-wave measurement of n_2 in various types of telecommunication fiber at 1.55 μm . *Opt. Lett.*, 1996, **21**(24) : 1966~ 1968

Analysis of SNR Degradation Due to Modulation Instability in Optical Fiber Transmission System with Amplifiers

Song Kai Fan Chongcheng

(Center for Optical Fiber Communication Studies, Department of Electronic Engineering,
Tsinghua University, Beijing 100084)

(Received 15 June 1997)

Abstract Modulation instability (MI) and consequent signal-to-noise-ratio (SNR) degradation in optical fiber transmission system with cascaded optical amplifiers are analyzed. Expressions for evaluating MI gain and SNR are derived. For a long distance transmission system, MI may degrade SNR significantly even at relatively low signal power.

Key words modulation instability, optical fiber communication, signal to noise ratio.