

无衍射光经望远镜系统的变换

赵 斌 李 柱

(华中理工大学机械科学与工程学院仪器所, 武汉 430074)

黄德修

(华中理工大学光电子工程系, 武汉 430074)

摘 要 对于轴锥镜(axicon)透镜产生的无衍射光, 它的中心光斑半径和无衍射光距离是固定的, 一旦应用中要求新的光束参数, 则只能再制造一个新的轴锥镜透镜。本文提出一种用普通球面透镜望远系统来改变无衍射光束参数的新方法。该方法是基于无衍射光和环光源之间的透镜变换关系。无衍射光首先被望远系统的第一块透镜变换为一个环光源, 第二块不同焦距的透镜再将该环光源变换为一个不同参数的新无衍射光。新的光束参数由两个透镜的焦距比值决定。

关键词 无衍射光, 透镜变换, 衍射。

1 引 言

无衍射光是麦克斯韦电磁场方程的一组特殊解^[1, 2], 1987年 Durnin 指出用一个置于透镜前焦面的环缝便可以近似实现与该组特殊解对应的一种无衍射光束——贝塞耳光束。这之后许多种产生无衍射光束的方案被提出来了^[3~5], 其中主要有轴锥镜法、全息片法和像差透镜法。这些方法的共同缺点是一旦光学元件被制造出来, 所产生的无衍射光束的参数就被确定而无法改变; 若要得到另一参数的无衍射光束, 须再做新的光学元件, 这将是费时且代价昂贵的, 因为产生无衍射光束的光学元件, 如轴锥镜、高精度环缝、全息片等都是不易制造的。为解决此问题, 本文提出一种用球面透镜构成的望远系统来改变无衍射光束参数的方法, 这样, 只要改变望远系统的放大倍率, 就可以获得所需要的无衍射光束参数。

2 原 理

无衍射光束是麦克斯韦电磁场波动方程的一组特殊解^[1], 其表达式为:

$$E(x, y, z, t) = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \exp [i(\omega t - k_z z)] \int_0^{2\pi} A(\phi) \exp [ik_{\perp} (x \cos \phi + y \sin \phi)] d\phi = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \exp [i(\omega t - k_z z)] \times J_0(k_{\perp} \rho) \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助项目(编号 59675080), 国家教委博士点基金资助(编号 96048729)。

收稿日期: 1997-05-05; 收到修改稿日期: 1997-07-17

式中 $k_{\perp} = (2\pi/\lambda) \sin \theta$, $A(\phi)$ 为 ϕ 的任意复函数, 在此取最简单的 $A(\phi) = 1$, J_0 是零阶贝塞尔函数, θ 称为无衍射光束的会聚角, 但它与球面波的会聚角在概念上是不同的, 它表示无衍射光是由全部与 z 轴成 θ 角的平面波成分叠加而成。图 1 所示为无衍射光束的截面光强分布。

图 2 示出了用一个轴锥镜将平面波变换成近似无衍射光^[6]的方法, 这种产生无衍射光束的方法是目前用得最多的, 也是最实用的。

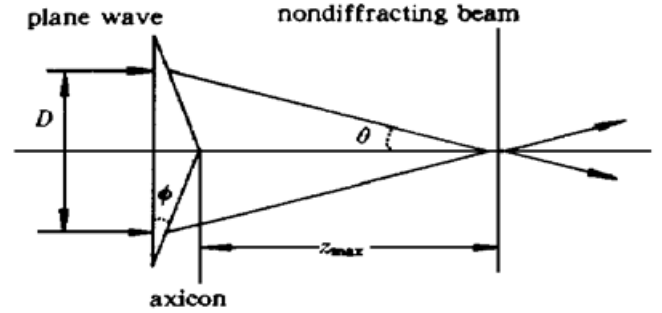
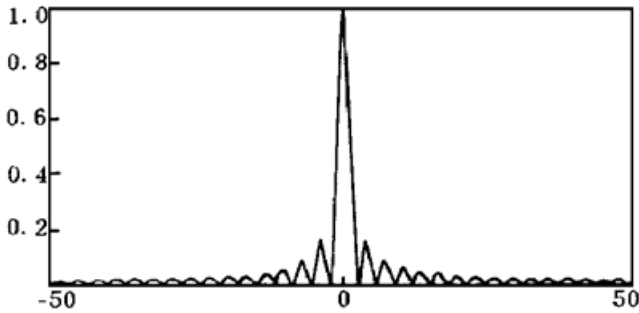


Fig. 1 Intensity distribution of nondiffracting beam at any cross section

Fig. 2 Nondiffracting beam produced by axicon

描述实际无衍射光束的参数主要有: Z_{\max} 、 ρ_0 和 θ 。其中 Z_{\max} 为无衍射光束传播距离, 它与轴锥镜透镜孔径 D 的关系一般可简单地由图 2 中光线的几何关系求出:

$$Z_{\max} = (D/2) \tan \theta \tag{2}$$

ρ_0 为中心光斑半径, 即 J_0 的第一个零点, 其表达式为

$$\rho_0 = 2.405\lambda/2\pi \sin \theta \tag{3}$$

θ 为出射光线和 z 轴的夹角, 对于轴锥镜来说, θ 由圆锥角 φ 决定,

$$\theta = \arcsin (n \sin \varphi) - \varphi \tag{4}$$

因此, 对于确定的轴锥镜, 它所产生的无衍射光束的参数是确定的, 是无法改变的。

从(1)式中可以看出, 无衍射光束实际上是由全部的与传播光轴成 θ 角的平面波角谱成份叠加而成, 因此, 如果让其通过一个透镜, 则在透镜后焦面上将得到一个半径为 $f \tan \theta$ 的圆环, 环的径向光强分布由透镜的孔径衍射效应决定^[7], 如果孔径无限大, 则将得到一个线宽无限窄的环光源; 既然无衍射光束通过透镜后得到一个圆环, 那么反过来, 一个环光源经透镜准直后(即置于透镜的前焦面)也就将得到一个无衍射光束, 且这个出射衍射光束的参数将由环的直径和透镜的焦距决定。

正是根据以上特性, 为了用一个确定的无衍射光学元件来产生参数可以改变的无衍射光束, 本文提出一种用望远系统来变换无衍射光束参数的方法, 其基本原理如图 3 所示。

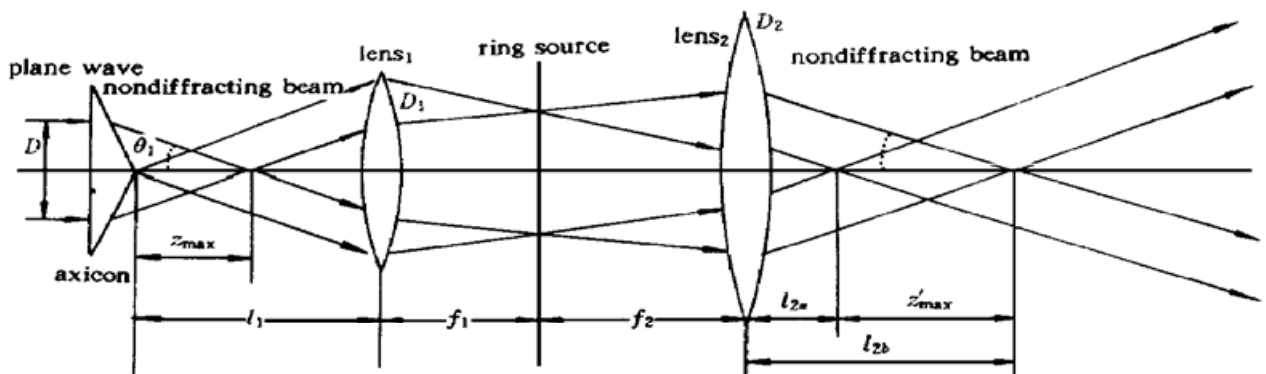


Fig. 3 Transformation of nondiffracting beam by telescope system

先用透镜 1 将轴锥镜产生的无衍射光束变成其后焦面上的一个光环, 该环同时处于透镜 2 的前焦面上, 于是, 在透镜 2 的像方空间, 就将又得到一个出射无衍射光束, 且该无衍射光束的参数与入射无衍射光束的参数不同。

下面根据菲涅耳衍射积分公式, 导出从望远镜系统出射的光场。

设轴锥镜的锥角为 φ , 它对应的透过函数为:

$$t(r) = \begin{cases} \exp[-ik(n-1)r\varphi] & r < D/2 \\ 0 & r \geq D/2 \end{cases} \quad (5)$$

其中 n 为材料的折射率, D 为透镜直径。设入射平面波为 u_0 , 轴锥镜和望远镜第一块透镜之间相距 l_1 , 则其上的入射光场 u_1 可表示为:

$$u_1 = A_1 u_0 \int \exp[-ik(n-1)\varphi_1] \exp\left\{i\frac{k}{2l_1}[(x_0-x_1)^2 + (y_0-y_1)^2]\right\} dx_0 dy_0 \quad (6)$$

u_1 经过透镜 1 的变换、自由传播($f_1 + f_2$)、透镜 2 的变换, 再传播 l_2 后的光场表达式为:

$$u_3 = \frac{u_0 A_3 A_2 A_1 \lambda^2 l_1 l_2 (f_1 + f_2)}{l_2 f_1 / f_2 + l_1 (f_2 / f_1) - f_1 - f_2} \exp\left[ik \frac{(f_1 / f_2)(x^2 + y^2)}{2[l_2 f_1 / f_2 + l_1 (f_2 / f_1) - f_1 - f_2]}\right] \times \\ \int \exp[-ik(n-1)\varphi_0] \exp\left[ik \frac{(f_2 / f_1)r_0^2}{2[l_2 f_1 / f_2 + l_1 (f_2 / f_1) - f_1 - f_2]}\right] \times \\ J_0\left[\frac{k r r_0}{[l_2 f_1 / f_2 + l_1 (f_2 / f_1) - f_1 - f_2]}\right] r_0 dr_0 \quad (7)$$

其中:

$$A_1 = \frac{1}{i\lambda l_1} \exp(ikl_1), \quad A_2 = \frac{1}{i\lambda(f_1 + f_2)} \exp[ik(f_1 + f_2)], \quad A_3 = \frac{1}{i\lambda l_2} \exp(ikl_2)$$

利用稳相法^[8]求得(7)式积分的稳相点为:

$$r_p = \frac{f_1}{f_2}(n-1)\varphi[l_2 f_1 / f_2 + l_1 (f_2 / f_1) - f_1 - f_2] \quad (8)$$

因为 r_p 只有在 0 和 $D/2$ 之间, u_0 才不为零, 所以, 根据 r_p 的有效取值范围, 可以求出出射无衍射光的范围。在 z 轴上, 对应 $r_p = 0$ 的点为:

$$l_{2a} = (f_2 / f_1)(f_1 + f_2 - f_2 l_1 / f_1) \quad (9)$$

对应 $r_p = D/2$ 的点为:

$$l_{2b} = \frac{f_2}{f_1}(f_1 + f_2 - \frac{f_2}{f_1}l_1 + \frac{f_2}{f_1} \frac{D/2}{(n-1)\varphi}) \quad (10)$$

将 r_p 代入 u_3 中, 并将 A_1 、 A_2 、 A_3 代入得:

$$u_3 = u_0 \left[\frac{-if_1}{f_2}(n-1)\varphi \exp\left\{-\frac{\pi}{4}i + ik(l_1 + f_1 + f_2 + l_2) + \right. \right. \\ \left. \left. ik \frac{(n-1)^2 \varphi^2 [l_2 f_1 / f_2 + l_1 (f_2 / f_1) - f_1 - f_2]}{2f_2 / f_1} \right\} \times \right. \\ \left. \sqrt{\frac{[l_2 f_1 / f_2 + l_1 (f_2 / f_1) - f_1 - f_2]}{\lambda f_2 / f_1}} J_0\left[-\frac{f_1}{f_2}(n-1)\varphi r\right] \times \right. \\ \left. \exp\left[ik \frac{(f_1 / f_2)r^2}{2[l_2 f_1 / f_2 + l_1 (f_2 / f_1) - f_1 - f_2]}\right] \right] \quad (11)$$

可见, 出射光仍为无衍射光。

3 出射无衍射光的一些性质

1) 出射无衍射光中心光斑半径为:

$$\rho_2 = (f_2/f_1) \rho_1 \quad (12)$$

因此, 可以通过改变 f_1/f_2 来获得所需要的 ρ_2 。

2) 出射无衍射范围在 l_{2a} 和 l_{2b} 之间, 则出射无衍射距离为:

$$Z'_{\max} = l_{2a} - l_{2b} = \frac{f_2}{f_1} \left(\frac{f_2}{f_1} \frac{D/2}{(n-1)\varphi} \right) = \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^2 Z_{\max} \quad (13)$$

因此, 可以通过改变 f_1/f_2 来改变无衍射距离 Z_{\max} 和端点位置 l_{2a} 。

3) 特别当 $[l_2 f_1/f_2 + l_1(f_2/f_1) - f_1 - f_2] = 0$ 时, 即 l_2 对应 l_1 的几何像点时, 可导出:

$$\begin{aligned} u_3 = & A_3 A_2 A_1 \frac{i\lambda}{-1/f_2 + 1/(f_1 + f_2) + 1/l_2} \iiint \exp[-ik(n-1)\varphi_0] \times \\ & \exp \left\{ i \frac{k}{2l_1} (x_0^2 + y_0^2) + i \frac{k}{2l_2} (x^2 + y^2) - ik \frac{(x^2 + y^2)}{2[-1/f_2 + 1/(f_1 + f_2) + 1/l_2]l_2^2} \right\} \times \\ & \exp \left\{ -ik \left[\frac{x}{-1/f_2 + 1/(f_1 + f_2) + 1/l_2} + \frac{x_0}{l_1} \right] x_1 - \right. \\ & \left. ik \left[\frac{y}{-1/f_2 + 1/(f_1 + f_2) + 1/l_2} + \frac{y_0}{l_1} \right] y_1 \right\} dx_0 dy_0 dx_1 dy_1 \quad (14) \end{aligned}$$

其中对 $dx_1 dy_1$ 的积分正好是两个 δ 函数, 最后整理得:

$$u_3 = - \frac{f_1}{f_2} \exp[ik(l_1 + f_1 + f_2 + l_2)] \exp[-ik \frac{f_1}{f_2} (n-1)\varphi] \quad (15)$$

这就是说, 在轴锥镜顶点的几何像面处, 波阵面变为一个锥角增大 f_1/f_2 倍的锥面波, 这是与几何光学的成像观点一致的。

4) 根据几何光学可得到出射光会聚角:

$$\tan \theta_2 = (f_1/f_2) \tan \theta_1 \quad (16)$$

因此:

$$\rho_2 = (f_2/f_1) \rho_1 \quad (17)$$

利用成像公式, 可导出在望远镜系统无孔径遮拦条件下出射无衍射距离:

$$Z'_{\max} = (f_2/f_1)^2 Z_{\max} \quad (18)$$

出射无衍射区的起点位置:

$$l' = f_2(f_1^2 + f_1 f_2 - f_2 l_1) / f_1^2 \quad (19)$$

以上三式和(12)、(13)、(9)式是完全一样的, 可见, 物理光学和几何光学的结论是一致的。

5) 由于实际无衍射光实验中, 光束的直径都是很大的, 而 Z'_{\max} 与光束直径直接有关, 因此, 为了不产生光线遮拦, 由图 3 可知, 望远系统的透镜孔径必须满足:

$$D_1 \geq l_1 \tan \theta_1 \quad (20)$$

和:

$$D_2 \geq l_{2b} \tan \theta_2 = \frac{[f_1^2 + f_1 f_2 - f_2(l_1 - Z_{\max})]}{f_1} \tan \theta_1 \quad (21)$$

6) 应指出的是, 图 3 中所画望远系统是多普勒型的(即两个正透镜构成), 实际上也可以是伽里略型的(即一正一负透镜构成), 且各参数之间的关系不变。

结 论 从本文分析看出: 可以通过改变 f_1/f_2 来获得所需要的 ρ_2 和 Z'_{\max} ; 但小的中心光斑 ρ_2 和长的 Z'_{\max} 是矛盾的, 不能同时满足; 若整体移动望远系统, 就可以整体移动出射光的无衍射区。

利用望远系统对无衍射光束的变换, 就可以只制造一个无衍射光光学元件, 当需要不同参数的无衍射光束时, 只需要换不同倍率的望远系统即可, 而望远系统是由普通球面透镜构成的, 制造容易, 价格低廉, 因此, 有利于无衍射光的实验研究和实际应用。

参 考 文 献

- [1] J. Durnin, Exact solutions for nondiffracting beams. I: The scalar theory. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1987, **4**(4) : 651~ 654
- [2] J. Durnin, Diffraction-free beams. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(15) : 1479~ 1501
- [3] J. Turunen, A. Vasara, A. T. Friberg, Holographic generation of diffraction-free beams. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(19) : 3959~ 3961
- [4] A. J. Cox, Nondiffracting beams from a spatially filtered Fabry-Perot resonator. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1992, **9**(2) : 282~ 286
- [5] R. M. Herman, T. A. Wiggus, High-efficiency diffraction beams of constant size and intensity. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(31) : 7297~ 7306
- [6] R. W. Herman, T. A. Wiggus, Production and uses of diffractionless beams. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1991, **8**(6) : 932~ 942
- [7] Lu Baida, Huang Wenlong, Zhang Bin, Fraunhofer diffraction of a Bessel beam focused by an aperture lens. *Opt. Commun.*, 1995, **119**(1/2) : 6~ 12
- [8] M. Born, E. Wolf, (杨葭荪等译), 光学原理(下), 北京: 科学出版社, 1981. 1002

Transformation of Non-Diffracting Beams by a Telescope System

Zhao Bin Li Zhu

(School of Mechanical Science and Engineering Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Huang Dexiu

(Department of Electro-Optical Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(Received 5 May 1997; revised 17 July 1997)

Abstract For non-diffracting beam generated by a axicon lens, its central spot diameter and non-diffracting distance are fixed. A new way to change the parameters of non-diffracting beam using a popular sphere lens telescope system is proposed based on the relationship of lens transform between non-diffracting beam and ring light source. The non-diffracting beam is firstly transformed to a ring light source by the first lens of telescope. And then the ring light source is transformed to a new non-diffracting beam with different parameters in terms of the second lens which has different focus. The new parameters are determined by the ratio of focus lengths of the two lenses.

Key words non-diffracting beam, lens transformation, diffracting.