

初始啁啾对光孤子压缩态的影响

李建庆^{1,2,3} 杨伯君¹ 徐大雄² 陈昌民³ 李仲豪³

1, 北京邮电大学基础科学部, 北京 100088

2, 北京邮电大学电子工程系, 北京 100088

3, 山西大学电子信息技术系, 太原 030006

摘 要 在线性近似条件下, 量子化了非线性薛定谔方程, 用后向传播法数值求解了初始啁啾对光孤子压缩比的影响。数值结果表明, 初始正啁啾在初始一定距离范围内能减小压缩比, 理想光孤子的压缩效果最好。

关键词 光孤子, 啁啾, 压缩比。

1 引 言

1987 年 Carter 等人在线性近似条件下数值求解了量子非线性薛定谔方程, 首次发现光孤子是压缩态^[1]。美国 IBM 的 Rosenbluh 和 Shelly 着重研究光纤中孤子的量子压缩效应。他们于 1991 年实现了波长为 $1.55 \mu\text{m}$ 压缩为 1.1 dB 的压缩光^[2]。因此, 光孤子不仅可以实现超大容量与长距离通信, 而且还可以实现低噪声通信。对光孤子量子压缩效应的研究近几年引起了人们极大的兴趣^[1~6]。研究光孤子在光纤中的压缩或其它量子效应需要用光脉冲传输的量子理论。1990 年 Haus 和 Lai 提出一种在线性近似条件下光孤子传输的量子解析理论^[3], 后来 Lai 不断改进他们的方法, 在线性近似和保持对易括号的条件下, 提出一种通用的独立的量子化光脉冲传输问题的理论, 而且给出一种普遍的计算方法, 即后向传播法来计算任意函数和场算符内积的量子测不准量^[4]。他们用这种方法成功地研究了自拉曼效应和三阶色散效应对光孤子压缩态的影响^[5]。以上关于光孤子压缩态的讨论都是假定理想的一阶孤子在光纤中传输, 没有考虑初始啁啾对压缩态的影响。实际上光孤子通信使用的光源一般都是增益开关半导体激光器^[7], 但分布反馈激光器具有较大的啁啾^[8]。虽然用分布反馈激光器作为光源一般都要经过消啁啾处理, 但还不可能是理想的一阶孤子。本文将用通用的量子化方法量子化非线性薛定谔方程, 用后向传播法来计算初始啁啾对光孤子压缩态的影响。第二部分讨论非线性薛定谔方程量子化和如何计算压缩比, 第三部分讨论啁啾对光孤子压缩态的影响, 最后给出结论。

2 非线性薛定谔方程的量子化和压缩比的计算

在慢变包络近似下经典的光脉冲在非线性和色散光纤中的演化方程为^[6]

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \right] A(x, t) = i \frac{1}{2} k'' \frac{\partial^2}{\partial t^2} A(x, t) - i \kappa A^*(x, t) A(x, t) A(x, t) \quad (1)$$

式中 x 为传播距离; t 为时间; $A(x, t)$ 为脉冲的场包络; $v_g = 1/k'$ 为群速度, 其中 k' 为传播常数对频率的一阶导数; $k'' = \partial v_g^{-1} / \partial \omega = -(\lambda^2 / 2\pi c) \partial v_g^{-1} / \partial \lambda$ 为传播常数对频率的二阶导数; $\kappa - 2\pi m_2 / \lambda$ 表示克尔非线性的大小。引入下述变换

$$\tau = \frac{t - x/v_g}{t_0} \quad \text{其中} \quad t_0 = \frac{\sigma}{\hbar\omega} \left| \frac{k'}{\kappa} \right| \quad (2)$$

$$z = \frac{x}{x_0} \quad \text{其中} \quad x_0 = 2 \left[\frac{\sigma}{\hbar\omega} \right]^2 \left| \frac{k'}{\kappa} \right| \quad (3)$$

$$U = \frac{A}{A_0} \quad \text{其中} \quad A_0 = \frac{\hbar\omega}{\sigma} \left| \frac{\kappa}{k'} \right|^{1/2} \quad (4)$$

方程(1)则变为下面的经典非线性薛定谔方程

$$i \frac{\partial U(z, \tau)}{\partial z} = \text{sgn}(k'') \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} U(z, \tau) - U^*(z, \tau) U(z, \tau) U(z, \tau) \quad (5)$$

其中 z 为归一化传播距离, τ 为归一化的时间偏移, U 为归一化的场振幅, σ 为传输模的有效截面, ω 为光的频率。在正色散区域 $\text{sgn}(k'') = 1$, 在负色散区域 $\text{sgn}(k'') = -1$ 。由于在负色散区域光孤子才能形成, 故在下面的讨论中, 取 $\text{sgn}(k'') = -1$ 。

根据通用的独立的量子化理论^[5], 将经典方程(5)在线性近似条件下进行量子化, 如果 $U_0(z, \tau)$ 是方程(1)的精确解, 用标准的线性化步骤可以得到微扰场 $u(z, \tau)$ 的演化方程。假定

$$U(z, \tau) = U_0(z, \tau) + u(z, \tau) \quad (6)$$

把(6)式代入(5)式中, 用泰勒级数展开, 忽略掉所有的关于 u 和 u^* 的高阶项, 于是可以得到一个一般形式的线性方程

$$i \frac{\partial}{\partial z} u(z, \tau) = - \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + 2 |U_0(z, \tau)|^2 \right] u(z, \tau) - U_0^2(z, \tau) u^*(z, \tau) \quad (7)$$

现在可以用线性方程(7)代替(5)式来将问题量子化, 当然这是一种近似。不管怎样, 这是一种非常好的近似, 因为通常情况下, 量子测不准量比起场量的均值是非常小的, 而高阶项更小。

进行量子化, 需要假定微扰场 $u(z, \tau)$ 和 $u^*(z, \tau)$ 有下面的对易关系

$$[u^\wedge(z, \tau_1), u^\wedge(z, \tau_2)] = \sigma(\tau_1 - \tau_2) \quad (8)$$

$$[u^\wedge(z, \tau_1), u^\wedge(z, \tau_2)] = [u^\wedge(z, \tau_1), u^\wedge(z, \tau_2)] = 0 \quad (9)$$

对于光子场来说, (8)式和(9)式是普通的对易关系。已经用量子算符 u^\wedge 和 u^\wedge 代替了 u 和 u^* , 方程(7)现在变为

$$i \frac{\partial}{\partial z} u^\wedge(z, \tau) = - \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + 2 |U_0(z, \tau)|^2 \right] u^\wedge(z, \tau) - U_0^2(z, \tau) u^\wedge(z, \tau) \quad (10)$$

这里 $U_0(z, \tau)$ 是经典方程(5)的精确解, 在本文的计算中用数值法得到。方程(5)没有考虑高阶非线性效应。

引入对易关系以后, 量子化问题已完成。下面将讨论如何计算量子测不准量。在很多情况下, 感兴趣的是一个权重函数 $f(\tau)$ 和微扰场算符 $u^\wedge(z, \tau)$ 内积的量子测不准量。这里内积的定义如下

$$f(\tau) |g(\tau)\rangle \equiv \frac{1}{2} \int [f^*(\tau) g(\tau) + f(\tau) g^*(\tau)] d\tau \quad (11)$$

为使表示法更加优美, 重写方程(10) 在更加紧凑的形式

$$i \frac{\partial}{\partial z} u^{\wedge}(z, \tau) = - \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + 2|U_0(z, \tau)|^2 \right] u^{\wedge}(z, \tau) - U_0^2(z, \tau) u^{\wedge}(z, \tau) \equiv \mathbf{P}(z, \tau) \cdot u^{\wedge}(z, \tau) \quad (12)$$

为了提醒读者算符 \mathbf{P} 是一个作用在 u^{\wedge} 和 u^{\wedge} 上的一个特别算符, 放一个 \cdot 在 \mathbf{P} 的后面。 \mathbf{P} 的伴随算符定义如下

$$f | \mathbf{P} \cdot g \rangle = \mathbf{P}^A \cdot f | g \rangle \quad (13)$$

现在定义一个伴随系统, 它由下式描述

$$\frac{\partial}{\partial z} u^A(z, \tau) = - \mathbf{P}^A(z, \tau) \cdot u^A(z, \tau) \quad (14)$$

即伴随系统的方程为

$$i \frac{\partial}{\partial z} u^A(z, \tau) = - \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + 2|U_0(z, \tau)|^2 \right] u^A(z, \tau) + U_0^2(z, \tau) u^{A*}(z, \tau) \quad (15)$$

注意伴随系统是一个经典的确定的系统, 而原始系统是一个量子系统。而且容易证明原始和伴随系统必须满足

$$\frac{d}{dz} \langle u^A(z, \tau) | u^{\wedge}(z, \tau) \rangle = 0 \quad (16)$$

两边从 $z = 0$ 到 $z = L$ 积分, 立即可以得到

$$\langle u^A(L, \tau) | u^{\wedge}(L, \tau) \rangle = \langle u^A(0, \tau) | u^{\wedge}(0, \tau) \rangle \quad (17)$$

(17) 式有一个有趣的解释。原始系统的问题是 $u^{\wedge}(0, \tau)$ 传输距离 L 后计算 $u^{\wedge}(L, \tau)$ 和本振函数 $u^A(L, \tau)$ 的内积。方程(17) 告诉人们可以通过后向传输 $u^A(L, \tau)$ 然后计算 $u^{\wedge}(0, \tau)$ 和本振函数 $u^A(0, \tau)$ 的内积, 这就使问题简单化, 因为传输经典函数要比量子算符容易得多。后向传播伴随系统, 任意权重函数和微扰场算符内积的量子测不准量可以用(17) 式求出。下面首先讨论如何计算压缩比, 然后数值求解初始啁啾对光孤子压缩态的影响。

由于光脉冲压缩与相位有关, 实验中压缩态的探测一般采用平衡的零差探测法。Lai 等人已经证明零差探测的输出是输入场算符和本地振荡场函数的内积^[6]。因此在探测实验中压缩比为

$$R(L) \equiv \text{Var}[f_L(\tau) | u^{\wedge}(L, \tau)] / \text{Var}[f_L(\tau) | u^{\wedge}(0, \tau)] \quad (18)$$

式中 $f_L(\tau)$ 是本地振荡脉冲的包络函数。在通常的实验中, 人们一般用通过光纤的同样的脉冲调节常数相位以后作为本地振荡脉冲, 因此, $f_L(\tau)$ 合适的表达式为

$$f_L(\tau) = \frac{U_0(L, \tau) \exp(i\Theta)}{\sqrt{\int |U_0(L, \tau)|^2 d\tau}} \quad (19)$$

式中 Θ 是一个可调的常数相位, 可以调节 Θ 的大小使压缩达到最大, 此时压缩比最小。为了计算压缩比, 必须用两种不同的初始条件来后向传播伴随系统。假定初始条件为

$$u^A(L, \tau) = U_0(L, \tau) / \sqrt{\int |U_0(L, \tau)|^2 d\tau},$$

伴随系统的解是 $u^A(z, \tau) = F_1(z, \tau)$; 初始条件为

$$u^A(L, \tau) = iU_0(L, \tau) / \sqrt{\int |U_0(L, \tau)|^2 d\tau},$$

伴随系统的解是 $u^A(z, \tau) = F_2(z, \tau)$ 。则压缩比为

$$R(L) = A \cos^2 \Theta + 2B \cos \Theta \sin \Theta + C \sin^2 \Theta \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{式中} \quad A &= \int |F_1(0, \tau)|^2 d\tau, & C &= \int |F_2(0, \tau)|^2 d\tau \\ B &= \frac{1}{2} \int [F_1^*(0, \tau) F_2(0, \tau) + F_2^*(0, \tau) F_1(0, \tau)] d\tau \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

则 $R(L)$ 的最小值 $[R(L)]_{\min}$ 为

$$[R(L)]_{\min} = \frac{A + C + \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}}{2} \quad (22)$$

事实上,要想得到最佳的压缩比,必须用最佳的本振脉冲。一般情况下,最佳的本振脉冲的波形不容易求出,对于理想的一阶孤子,最佳的本振脉冲的解析表达式和最佳压缩比已经求出^[6]。并用后向传播法对这一特例进行了数值求解,结果表明,它与解析解吻合得非常好,从而检验了本文的程序的正确性。在下面的计算中,取输出的脉冲作为本振脉冲,这在实验上非常容易实现,理论结果便于和实验比较。

3 初始啁啾对光孤子压缩态的影响

在一个理想的孤子通信系统中,入射到光纤中的脉冲应该是没有啁啾的,波形为双曲正割型,峰值功率正好是一阶孤子。目前,光孤子通信的光源大部分为分布反馈激光器,由于增益开关法产生超短光脉冲时半导体激光器激活区的载流子发生强烈变化,而激活区的折射率与载流子浓度密切相关,因此,产生的超短光脉冲具有严重的频率啁啾。虽然利用分布反馈激光器作为光孤子源时都要进行消啁啾处理,但也不可能是理想的一阶光孤子。实际上,输入的脉冲与理想情况所需的入射脉冲必须是基态孤子这一要求是有偏差的,本文在这一部分将考虑初始的频率啁啾对孤子压缩态的影响。

假定输入脉冲的表达式为

$$U_0(0, \tau) = \text{sech}(\tau) \exp(-iC\tau^2/2) \quad (23)$$

式中 C 为啁啾参量,相位变量的二次形式对应于一个线性啁啾,当 C 为正值时,光频随时间增加(正啁啾);当 C 为负值时,光频随时间减小(负啁啾)。对于较小的 $|C|$ 值,孤子仍可形成,所以只考虑绝对值较小的初始啁啾对光孤子压缩态的影响。本文数值求解了不同初始啁啾的光孤子压缩比随传输距离的变化曲线。 $|C| = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ 时,压缩比变化曲线如图 1(a)、(b) 所示,图 1(a) 中 C 取正值,图 1(b) 中 C 取负值。 C 为其它值时,只要孤子还能形成,压缩比曲线的变化趋势和图中画出的曲线一样。 $C = 0$ 时,没有初始啁啾即理想光孤子情形,图中为

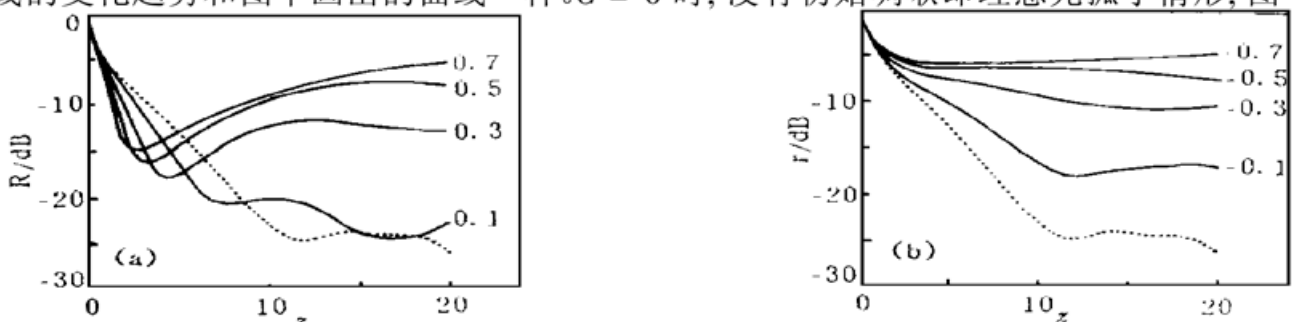


Fig. 1 Squeezing ratio R versus the propagation distance z with different initial chirp, the dashed curve is for ideal soliton, (a) The initial chirp is positive, (b) The initial chirp is negative

虚线, 压缩比随传输距离变化的曲线和文献[4]的结果完全一样, 显示了本程序的正确性, 画此曲线的目的是为了与有初始啁啾的光孤子进行比较。由图中曲线可以看出, 初始啁啾对压缩比有一定的影响。其原因是, 如果初始的光脉冲具有频率啁啾, 此啁啾将附加到自相位调制效应产生的啁啾上, 打破了光孤子传输时群速度色散和自相位调制效应之间的精确平衡, 传输情况必然发生变化, 波形在传输过程中要不断改变, 波形的变化对压缩产生了一定的影响。由图中还可以看出, 在传输距离比较短时, 正啁啾有利于压缩; 而负啁啾总是破坏压缩。具体地说, 对于正啁啾, 压缩比变化曲线首先单调递减, 而且比理想光孤子递减得还快, 啁啾越大, 递减得越快, 得到一个极小值以后, 单调递增, 啁啾越大, 递增得越快, 很快就比理想光孤子的压缩比大很多, 最后逐渐趋于饱和。对于特别小的正啁啾, 极小值和递增趋势不明显, 如图中初始啁啾为 0.1 的压缩比变化比变化曲线首先单调递减然后振荡。振荡的原因是由于输出脉冲作为本地振荡脉冲随着传输距离的增加和最佳本振脉冲相差越来越大^[6]。如果能求出任意脉冲波形的最佳本振脉冲, 将会得到最佳的压缩比。如何求任意脉冲波形最佳的本振脉冲将成为一个新的研究课题。对于负啁啾, 压缩比变化曲线没有一开始就比理想光孤子递减得慢的情形, $|C|$ 越大, 压缩比变化曲线递减得越慢, 然后逐渐趋于饱和。初始啁啾对压缩产生影响的原因是, 对于较小的正啁啾, 脉冲一开始主要是脉宽被压窄, 振幅增大, 非线性效应增强, 而使压缩比减小得比理想光孤子还快; 脉宽然后展宽, 振幅减小, 非线性效应减弱, 而使压缩比逐渐增大; 虽然最终脉冲还会再被压缩, 按理说压缩比还会减小, 但由于脉冲的尾部逐渐与主峰分离, 尾部色散掉一部分能量, 而使压缩比大大增加, 增加比减小强得多, 所以只看到压缩比的增加而没有看到减小。对于特别小的初始正啁啾, 由于啁啾特别小, 对压缩的影响较小, 压缩比曲线的变化趋势与理想光孤子差不多, 当距离较长时, 呈现振荡趋势。随着初始啁啾的增大, 啁啾对压缩的影响比输出脉冲和最佳本振脉冲的差别对压缩的影响越来越大, 所以压缩比变化曲线没有呈现振荡趋势。对于较小的负啁啾, 因为没有一开始的脉宽压窄过程, 其余过程与正啁啾相似, 所以, 压缩比曲线与理想的光孤子比较, 减小得越来越慢。总体上来看, 理想光孤子的压缩效果最好, 初始啁啾对压缩有一定的影响, 初始的正啁啾在初始一定距离范围内有利于压缩, 初始的负啁啾总是破坏压缩。这个结论对于指导实际应用很有帮助, 可以根据具体的实际情况来适当选取不同的初始正啁啾得到不同的压缩比, 为了得到大的压缩, 应当尽量避免产生初始的负啁啾。

结 论 本文在线性近似条件下, 以通常的量子化方法量子化了非线性薛定谔方程, 用数值法求解了不同的初始啁啾对光孤子压缩比的影响。总体上来看, 理想的一阶孤子的压缩效果最好; 初始啁啾对压缩有一定的影响, 但初始正啁啾在初始一定的距离范围内能增大压缩, 这在实际应用中有参考价值, 可以根据实际情况和所需的压缩比来选取不同的初始正啁啾。初始负啁啾总是毁坏压缩, 在实际应用中, 应当尽量避免产生初始负啁啾。最后指出, 在本文的讨论中, 没有考虑高阶色散和非线性效应, 所以文中的结果只适用于皮秒脉冲。对于脉宽更窄的飞秒脉冲, 应该考虑自拉曼效应和三阶色散效应对压缩比的影响。

参 考 文 献

- [1] S. J. Carter, P. D. Drummond, M. D. Reid *et al.*. Squeezing of quantum solitons. *Phys. Rev. Lett.*,

- 1987, **58**(18) : 1841~ 1844
- [2] M. Rosenbluh, R. M. Shellby. Squeezed optical soliton. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, **66**(2) : 153~ 156
- [3] H. A. Haus, Y. Lai. Quantum theory of soliton squeezing: a linearized approach. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1990, **7**(3) : 386~ 392
- [4] Yiuchieh Lai, Shinn-Sheng Yu. General quantum theory of nonlinear optical pulse propagation. *Phys. Rev. (A)*, 1995, **51**(1) : 817~ 829
- [5] Shinn-Sheng Yu, Yinchieh Lai. Impacts of the self-Raman effect and third-dispersion on pulse-squeezed state generation using optical fibers. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1995, **12**(12) : 2340~ 2346
- [6] Yinchieh Lai. Quantum theory of soliton propagation: a unified approach based on the linearization approximation. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1993, **10**(10) : 475~ 484
- [7] M. Nakazawa, K. Suzuki, Y. Kimura. Transform-limited pulse generation in the gigahertz region from a gain-switched distributed-feedback laser diode using spectral windowing. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(12) : 715 ~ 717
- [8] C. Lin, G. Eisenstein, C. A. Burrus *et al.*. Fine structure of frequency chirping and FM sideband generation in single-longitudinal-mode semiconductor lasers under 10-GHz direct intensity modulation. *Appl. Phys. Lett.*, 1985, **46**(1) : 12~ 14

Impacts of the Initial Chirp on Soliton Squeezed State

Li Jianqing^{1,2,3} Yang Bojun¹ Xu Daxiong² Chen Changmin³ Li Zhonghao³

1, Department of Basic Science, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100088

2, Department of Electronic Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100088

3, Department of Electronics & Information Science, Shanxi University, Taiyuan 030006

(Received 6 April 1997; revised 13 June 1997)

Abstract Based on the linearization approximation, nonlinear Schrödinger equation is quantized, the influences of the initial chirp on soliton squeezing ratio was studied by using back-propagation method. Numerical results show that the squeezing ration decreases at some initial distance when the chirp is positive and the squeezing was the best if the pulse is ideal fundamental soliton.

Key words optical soliton, chirp, squeezing ratio.