

相对论电子的逆韧致吸收

程 亚 徐至展 沈百飞

(中国科学院上海光学精密机械研究所强光开放实验室, 上海 201800)

摘 要 在激光强度大于 10^{18} W/cm^2 的条件下, 利用强激光场中完全相对论的电子运动轨迹, 得到了稀薄等离子体中的逆韧致吸收系数计算公式, 并与原有的逆韧致吸收系数的计算公式进行了比较。

关键词 等离子体, 逆韧致吸收, 强激光场。

1 引 言

对弱激光场, 逆韧致吸收是等离子体吸收激光能量最主要的方式。当激光强度增加, 密度较高的等离子体中出现了许多集体效应, 产生了各种反常吸收。而对稀薄等离子体而言, 逆韧致吸收仍然非常重要。可是以前对逆韧致吸收系数的计算都是建立在激光强度较弱的假设之上, 这也与当时的实验条件相符合^[1~3]。当今激光技术的发展已使激光的聚焦强度超过 10^{18} W/cm^2 , 在这样强的光场中电子的摆动能已经超过了静能, 而且电子的相对论运动轨迹也不再是简单的简谐振荡^[4], 从而必须考虑相对论效应以及电磁场中磁场对电子运动的影响。另一方面, 在这样的高场强下, 对温度不太高的电子, 其热运动速度与摆动速度相比很小, 可不予考虑。因此可以认为在随电子振动的坐标系中电子是零温度的, 这使电子的分布函数得以简化。在此假设的基础上, 本文给出的逆韧致吸收系数表达式, 可用于估算强激光与气体靶相互作用后的电子温度。有关的实验包括 X 射线激光、尾波场粒子加速器等, 例如 Penetrante 和 Bardsly 在一种 X 射线激光器方案中指出, 即使光强达到 10^{18} W/cm^2 , 逆韧致吸收仍是电子热运动增加的重要原因, 电子通过逆韧致吸收获得的能量占电子总能量的 20% 到 50%。然而对于密度较高的等离子体, 由于集体效应的作用, 电子在等离子体中的运动轨迹更加复杂, 同时出现了一些反常吸收效应, 逆韧致吸收相比之下显得没有那么重要, 在那种情况下本文的结论也不再适用, 那方面工作将留待以后讨论。

2 理论计算

2.1 电子轨迹

早在 1970 年, Sarachik 和 Schappert 就给出了适用于任意光强下自由电子在平面波中的运动轨迹^[4]。对平面线偏振波, 设波矢方向沿 z 轴, 则波矢量表达式为:

$$\mathbf{A}(\eta) = (A_0 \cos \eta) \mathbf{e}_x, \quad (\eta = \omega t - kz) \quad (1)$$

这里 A_0 、 ω 、 k 分别为光波振幅、频率和波矢。假设光波为方脉冲, 当激光作用到自由电子上之后, 实验室坐标系中电子的运动轨迹方程为:

$$k_L \mathbf{r}_L = (-q \sin \eta) \mathbf{e}_x + \frac{1}{4} q^2 (\eta + \frac{1}{2} \sin 2\eta) \mathbf{e}_z \quad (2)$$

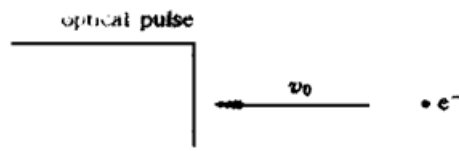


Fig. 1 The electron with initial velocity v_0 will be stopped when the pulse overtakes it

式中 $q^2 = e^2 A_0^2 / m^2 c^4$, e 、 m 、 c 分别为电荷、电子固有质量及光速。该式右边线性项表明由快速上升的激光前沿带来的光压

使电子产生了沿光传播方向的匀速运动, 其速度值为 $V =$

$q^2 c / (4 + q^2)$ 。对等离子体而言, 由于离子是不动的, 因此匀

速运动不可能存在, 否则电中性将被破坏。这部分匀速运动

动能将很快地耗散。为了得到无漂移运动的电子运动轨迹,

假设在光脉冲来到之前, 电子已有一与光相对的初始速度 v_0 , 见图 1。从平衡电子进入光脉冲后的漂移速度, 则容易算出 $v_0 = -q^2 c / (4 + q^2)$, 此时实验室坐标系中电子轨迹方程为:

$$k\mathbf{r} = (-2a \sin \eta) \mathbf{e}_x + (\frac{1}{2} a^2 \sin 2\eta) \mathbf{e}_z \quad (3)$$

这里 $a^2 = \frac{q^2}{4 + 2q^2} \leq 0.5$ 。可以将电子运动分为 x 方向与 z 方向, 则 z 方向分量为:

$$kz = \frac{1}{2} a^2 \sin 2\eta \leq 0.25 \quad (4)$$

因此 $\sin 2\eta$ 可以展开为: $\sin 2\eta \approx \sin(2\omega t) - 2kz \cos(2\omega t)$ 。目前激光场强度一般在 $q^2 \approx 1$ 附近, 该近似相当可靠。即:

$$kz = \frac{a^2 \sin 2\omega t}{2(1 + a^2 \cos 2\omega t)}$$

$$kx = -2a [\sin \omega t - kz \cos \omega t] \quad (5)$$

保留至 a^2 项, 有:

$$k\mathbf{r} = -(2a \sin \omega t) \mathbf{e}_x + (\frac{a^2}{2} \sin 2\omega t) \mathbf{e}_z \quad (6)$$

上式可见, 作为最低阶近似, 相对论电子与非相对论电子运动的主要区别在于: 1) 增加了平行于激光传播方向的二倍频振荡, 这部分贡献来自磁场分量的洛仑兹力; 2) 电子最大振幅不再与电场成正比, 而是一种复杂的非线性关系。

2.2 逆韧致吸收系数的计算

选取图 2 所示坐标系, 原子的空间分布函数为: $\sum_i \delta(\mathbf{r}_i)$, 某电子的振荡中心为 \mathbf{r}_j , 则任意时刻电子所在处的库仑势由泊松方程确定:

$$\nabla^2 \phi = -4\pi e Z \sum_i \delta[(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) + (\alpha \sin \omega t) \mathbf{e}_x + (\beta \sin 2\omega t) \mathbf{e}_z] \quad (7)$$

上式中 α 、 β 分别为 $-2a$ 、 $a^2/2$, Z 为原子所带电荷数, 对 \mathbf{r}_j 、 t 傅里叶变换后, 有:

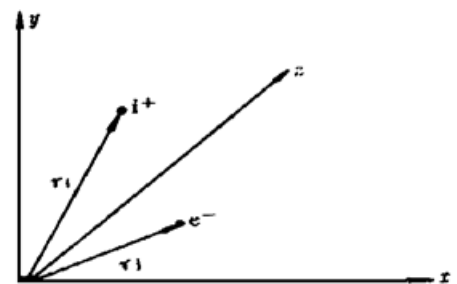


Fig. 2 The sites of the electron (e^-) and the ion (i^+) in the coordinate system

$$\begin{aligned} \Phi(k, t) = & - \frac{Ze}{2\pi^2 k^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k_x \alpha) J_m(k_z \beta) \times \\ & \exp [i(n + 2m)\omega t] \sum_i \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i) \end{aligned} \quad (8)$$

其中用到了公式 $\exp(i\mathbf{k} \sin t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(k) \exp(imt)$, 因此 t 时刻电子感受到的电场为:

$$\begin{aligned} E[\mathbf{r}_j + (\alpha \sin \omega t) \mathbf{e}_x + (\beta \sin 2\omega t) \mathbf{e}_z, t] = & F^{-1} \{-i\mathbf{k}\Phi\} = \\ & -i \int d^3\mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \Phi \exp\{-i\mathbf{k} \cdot [\mathbf{r}_j + (\alpha \sin \omega t) \mathbf{e}_x + (\beta \sin 2\omega t) \mathbf{e}_z]\} \end{aligned} \quad (9)$$

对所有电子求平均, 亦即对 \mathbf{r}_j 积分后再对空间取平均, 同时对原子的空间坐标作无规相近似, 定义 $\langle \mathbf{E}(t) \rangle = \frac{1}{N_i} \sum_j \mathbf{E}(\mathbf{r}_j, t)$ 于是得到

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{E} \rangle = & -i \frac{Ze}{2\pi^2} \sum_{\substack{n, m, M, \\ N=-\infty}}^{\infty} \exp i(n + 2m - N - 2M)\omega t \times \\ & \int_{k^2} \mathbf{k} J_n(k_x \alpha) J_m(k_z \beta) J_N(k_x \alpha) J_M(k_z \beta) d^3\mathbf{k} \end{aligned} \quad (10)$$

电子感受到的总电场为 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_L + \langle \mathbf{E} \rangle$, 因此由相对论力学, 电流密度的方程为:

$$\frac{d}{dt}(\gamma \mathbf{j}) = \frac{\omega_p^2}{4\pi} (\mathbf{E}_L + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_L + \langle \mathbf{E} \rangle) \quad (11)$$

式中 \mathbf{j} 为空间电流密度, ω_p 为等离子体振荡频率。由于电子感受到的平均电场远小于激光场, 因此主要的速度是摆动速度。可令上式中 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}$ 。其中

$$\mathbf{v}_0 = \frac{d}{dt} \mathbf{r} = - (2ac \sin \omega t) \mathbf{e}_x + (a^2 c \sin 2\omega t) \mathbf{e}_z \quad (12)$$

将速度分成 $\mathbf{v} = \Delta \mathbf{v} + \mathbf{v}_0$, $\Delta \mathbf{v} \ll \mathbf{v}_0$, 则相应地有

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_0 + \Delta \mathbf{j}, \quad \mathbf{j}_0 = - \frac{\omega_p^2}{4\pi} \mathbf{v}_0 \quad (13)$$

其中电流的扰动项满足方程

$$\frac{d}{dt}(\gamma \Delta \mathbf{j}) = - \frac{\omega_p^2}{4\pi} \langle \mathbf{E} \rangle \quad (14)$$

将能量因子 γ 展开, 保留至 a^2 项, 有 $\frac{1}{\gamma} \approx 1 + a^2 - a^2 \cos 2\omega t$, 代入上式, 得:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{j} = & \frac{\omega_p^2}{4\pi} \frac{1+a^2}{m} \left[- \frac{Ze}{2\pi^2} \sum_{\substack{n, m, M, \\ N=-\infty}}^{\infty} \frac{\exp i(n + 2m - N - 2M)\omega t}{(n + 2m - N - 2M)\omega} \times \right. \\ & \left. \int_{k^2} \mathbf{k} J_n(k_x \alpha) J_m(k_z \beta) J_N(k_x \alpha) J_M(k_z \beta) d^3\mathbf{k} \right] - \\ & \frac{\omega_p^2 a^2}{4\pi m} \left[- \frac{Ze}{4\pi^2} \sum_{\substack{n, m, M, \\ N=-\infty}}^{\infty} \left[\frac{\exp i(n + 2m - N - 2M + 2)\omega t}{(n + 2m - N - 2M)\omega} + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{\exp i(n + 2m - N - 2M - 2)\omega t}{(n + 2m - N - 2M)\omega} \right] \int_{k^2} \mathbf{k} J_n(k_x \alpha) J_m(k_z \beta) J_N(k_x \alpha) J_M(k_z \beta) d^3\mathbf{k} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

再由相对论能量公式可求出电子平均能量的变化为

$$\langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{v} \rangle = \left(\int_0^T \mathbf{j} \cdot \mathbf{v} dt \right) / T \quad (16)$$

将(10~15)式代入上式积分号内,其中振荡项经平均后为零。由碰撞频率的定义可求出:

$$v_{ei} \equiv 4\pi \frac{\langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{v} \rangle}{E_L^2} \left(\frac{\omega^2}{\omega_p^2} \right) = P_1 + P_2 + P_3 \quad (17)$$

这里

$$P_1 = \frac{Ze^2}{2\pi^2} \left\{ \frac{\omega}{2q^2} \sum_{\substack{n, m, M \\ N=-\infty}}^{\infty} \delta[(n+2m-M-2N)^2-1] \int \frac{\mathbf{k}}{k^2} d^3\mathbf{k} \times \right. \\ \left. J_n(k_x\alpha) J_m(k_z\beta) J_N(k_x\alpha) J_M(k_z\beta) + \frac{\omega}{4q^2} \sum_{\substack{n, m, M \\ M=-\infty}}^{\infty} \delta[(n+2m-N-2M)^2-4] \times \right. \\ \left. \int \frac{\mathbf{k}}{k^2} J_n(k_x\alpha) J_m(k_z\beta) J_N(k_x\alpha) J_M(k_z\beta) d^3\mathbf{k} \right\} \quad (18)$$

$$P_2 = \frac{1+a^2}{m} \left\{ \frac{Ze^2\omega}{8\pi^2q^2} \sum_{\substack{n, m, M \\ N=-\infty}}^{\infty} \delta[(n+2m-N-2N)^2-1] \times \right. \\ \left. \int \frac{\mathbf{k}}{k^2} J_n(k_x\alpha) J_m(k_z\beta) J_N(k_x\alpha) J_M(k_z\beta) d^3\mathbf{k} \right\} \quad (19)$$

$$P_3 = -\frac{a^2}{m} \frac{Ze^2\omega}{16\pi^2q^2} \sum_{\substack{n, m, M \\ M=-\infty}}^{\infty} \left[\delta[(n+2m-N-2M+2)^2-1] + \right. \\ \left. \delta[(n+2m-N-2M-2)^2-1] \int \frac{\mathbf{k}}{k^2} J_n(k_x\alpha) J_m(k_z\beta) J_N(k_x\alpha) J_M(k_z\beta) d^3\mathbf{k} \right] \quad (20)$$

不难判断,对弱相对论情况,(17~20)式即退化为DO(Dawson-Oberman)模型^[1]。对上式的具体计算还牵涉到积分号内的积分限。一般情况,积分上限应取为热运动波长的倒数: $k_{\max} = \frac{\hbar}{mv_{th}}$, v_{th} 为平均热运动动量,以避免发散。本文中的电子温度是指电子振荡中心的平均热动能,由事先假定的电子温度确定。积分下限取为零。

3 讨 论

对(17~20)式的数值计算需要注意以下几点

1) 对贝塞尔函数的求和应当在适当的阶数截止,以保证计算结果的误差不超过一定范围。由于 $\beta \ll \alpha$,所以 m 、 M 的取值分别比 n 、 N 为小。

2) 贝塞尔函数具有快速振荡的特性,应选择变化的积分步长,以在保证计算精度的同时保证计算速度。

3) 对于弱相对论情况,上式自动退化为DO模型的结果^[1]。而对强相对论情况,将会有很大的区别。不难看出,在强激光条件下,用Dawson公式算出的结果远大于本文的结果。原因在于相对论效应使电子质量增加,摆动幅度也减小,从而在与原子的碰撞中得到更少的能量。这说明当激光增强,逆韧致吸收效应的重要性有所减弱。

4) 对强激光与高密度等离子体相互作用,其中电子的轨道更为复杂。同时,集体效应的加剧使单电子轨道近似失效。本文的结果并不适用,应当重新考虑。

作者感谢与余玮教授的有益讨论。

参 考 文 献

- [1] J. M. Dawson, C. Oberman, High-frequency conductivity and the emission and absorption coefficients of a fully ionized plasma. *Phys. Fluids*, 1962, **5**(5) : 517~ 524
- [2] B. M. Penetrante, J. N. Bardsly, Residual energy in plasma produced by intense subpicosecond lasers. *Phys. Rev. (A)*, 1991, **43**(6) : 3100~ 3113
- [3] C. D. Decker, W. B. Mori, J. M. Dawson, Nonlinear collisional absorption in laser-driven plasmas. *Phys. Plasmas*, 1994, **1**(12) : 4043~ 4049
- [4] E. S. Sarachik, G. T. Schappert, Classical theory of the scattering of intense laser radiation by free electrons. *Phys. Rev. (D)*, 1970, **1**(10) : 2738~ 2753

Relativistic Collisional Absorption in High-Intense-Laser-Driven Plasmas

Cheng Ya Xu Zhizhan Shen Baifei

(Laboratory for High Intensity Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 15 April 1997)

Abstract The collisional heating rate of a fully ionized plasma driven by a strong electromagnetic pump wave is re-examined analytically under the condition of $P \geq 10^{18} \text{ W/cm}^2$. The high frequency conductivity model of Dawson and Oberman is extended into the case in which the quiver velocity is so large that the relativistic effect must be considered.

Key words plasmas, inverse bremsstrahlung absorption, high intense laser field.