第 18 卷　第 4 期　　光　学　学　报　　Vol. 18, No. 4
1998 年 4 月　　ACTA OPTICA SINICA　　April, 1998

光栅中相位色散与反射谱间的关系及应用

孟　晶　汤伟中　周　文　徐森禄
(浙江大学信息与电子工程系, 杭州 310027)

摘　要　光栅中的电磁场是哈密尔顿系统, 利用其中存在守衡量的特性可以得出色散与反射系数间的简单关系, 进而分析出光栅所固有的一些谱特性。

关键词　光栅,　色散,　反射。

1　引　　言

光栅器件已广泛应用于滤波、相移、双稳态[1]、色散补偿[2, 3]、波分复用、传感器[4]等多方面。特别是紫外光曝光法制作光纤光栅工艺的成熟推动了全光通信的发展[5]。光纤光栅的相位与反射系数具有密不可分的联系, 实际应用中两者的正反面影响都要兼顾。分析光栅的相位与反射系数间的关系具有理论与实际应用价值, 对于判断一定反射谱下光栅的色散特性尤为便利。

2　理论推导

一维共线光栅布拉格衍射通常采用 $E(z, \beta) = A(z)\exp(i\beta z) + B(z)\exp(-i\beta z)$ 来描述。其中 β 为传播常数, $A(z)$ 和 $B(z)$ 分别表示前进波和后退波。在忽略损耗及非线性的前提下, 该系统是个哈密尔顿系统[1], 意味存在系统守恒量[6]。考虑耦合模方程

$$\frac{dA(z)}{dz} = -i\kappa B(z)\exp(i\delta z) \tag{1}$$

$$\frac{dB(z)}{dz} = i\kappa A(z)\exp(-i\delta z) \tag{2}$$

式中 κ 表示耦合系数, δ 表示失谐量。设定 $A(z) = a\exp(i\alpha)$, $B(z) = b\exp(i\beta)$, 则有

$$a^2 - b^2 = c^2 \tag{3}$$

c^2 表示与 z 无关的常量, 体现光栅系统的能量守恒特性。

$$(a^2 + b^2)' = 4\kappa ab\sin\varphi \tag{4}$$

$$\alpha' a^2 + \beta' b^2 = 0 \tag{5}$$

$$\alpha' a^2 - b' b^2 = 2\kappa ab\cos\varphi \tag{6}$$

上标表示对 z 的微分, $\varphi = \delta z - \phi$, $\phi = \beta - \alpha$ 表示反射波对入射波的相移, 由(4)、(5)、(6)式即可得出哈密尔顿守恒量:

收稿日期: 1996-12-08; 收到修改稿日期: 1997-06-25

$$H = 2\kappa ab\cos\varphi + \frac{\delta}{2}(a^2 + b^2) \tag{7}$$

由此可以得出与 z 无关的守恒量:

$$\frac{c^2}{H} = (1 - f^2)/[2\kappa f\cos\varphi + \frac{\delta}{2}(1 + f^2)] \tag{8}$$

式中 f 表示对应于 δ 和 z 的反射系数。根据光栅出射端的边值条件 $f(l) = 0$, 得到 $z = -l$ 处(入射端)的反射系数与相位等式:

$$\cos\varphi = -\frac{f\delta}{2\kappa} \tag{9}$$

即:

$$\phi(z) = (n - 1)\pi + \delta z + \arccos(\frac{f\delta}{2\kappa}) \tag{10}$$

式中 n 取决于三角函数的周期性。通常分析色散采用二阶微分 $d^2\phi/d\delta^2$ 即色散系数相关量, 为作定性分析, 以 $\delta/2\kappa$ 为无量纲失谐量 ρ, 求取 $d^2\phi/d\rho^2$:

$$\frac{d^2\phi}{d\rho^2} \approx \frac{1}{\sqrt{1 - (f\rho)^2}}\left[\rho\frac{d^2f}{d\rho^2} + 2\frac{df}{d\rho} + \frac{f\rho(df\rho/d\rho + f)^2}{1 - (f\rho)^2}\right] \tag{11}$$

式中的约等号来源于对三角函数周期性的近似考虑。由该式可以得出以下结论: 色散曲线同 $df/d\rho$ 关系最密切, 方括号中其他两项相比是小量, 这符合光栅色散曲线极值处于反射谱曲线上升和下降沿的现象[2]; 反射谱曲线极大值处的 $df/d\rho$ 及失谐量 ρ 为零, 所以色散值为零; 反射谱峰的一系列旁瓣是导致色散曲线边峰的主因; 由(9) 式还可知 $|f\delta| \leqslant 2\kappa$, 这意味着所有的反射谱峰及边峰都处于同一对包络线之中, 事实上这一对包络线确定了光栅布拉格反射的最窄带宽。

现今光通信色散补偿更加偏爱啁啾光纤光栅。线性啁啾光栅的理论模型是非解析的。对于一线性啁啾光栅, 设定其几何中心为布拉格反射中心波长位置, 可建立的哈密尔顿守恒量如下:

$$H = 2\kappa ab\cos\varphi + \frac{\delta + F_z}{2}(a^2 + b^2) - \frac{F_{zz}}{2}\int(a^2 + b^2)\,dz \tag{12}$$

式中 F 表示啁啾量 $\frac{rz^2}{4l^2}$, r 为啁啾系数, 下标代表微分。该式明显较(7) 式复杂。在 $z = l$ 处, 右边第三项的积分为零, 以 $t = \frac{r}{2l}$ 得出 $z = -l$ 处(入射端)关系式:

$$\cos\varphi = \frac{-f(\delta - 2tl)}{2\kappa} + \frac{t}{\kappa}\int_l^{-l} a^2\,dz \tag{13}$$

比较(13) 式与(9) 式, (13) 式右边第一项相当于周期光栅项, 只是以等效失谐量代替了(9) 式中的 δ。右边积分项体现了光栅结构几何长度内的储能能力。等效失谐量的存在使整个包络线区域偏移, 综合作用是当啁啾系数相当大时反射峰不再对称。

3　在色散测试中的应用

现实测量中, 布拉格光栅色散测量是一大难题, 而与之相比的是光栅反射谱的测量要简单得多。借助(10) 式就可在二者间建立理论上的联系, 部分测试工作就可由理论计算代替, 从而简化了测试难度。图 1 就是一个光栅透射谱及由(10) 式转化而来的色散谱。测试光栅长度为 10 mm, 对应共振点最大反射系数是 94%, 利用表达式 $f = \text{th}(\kappa 2l)$ 求出耦合系数 κ, 对

透射谱图采样计算得出相移，二次微分后得到系列色散点。

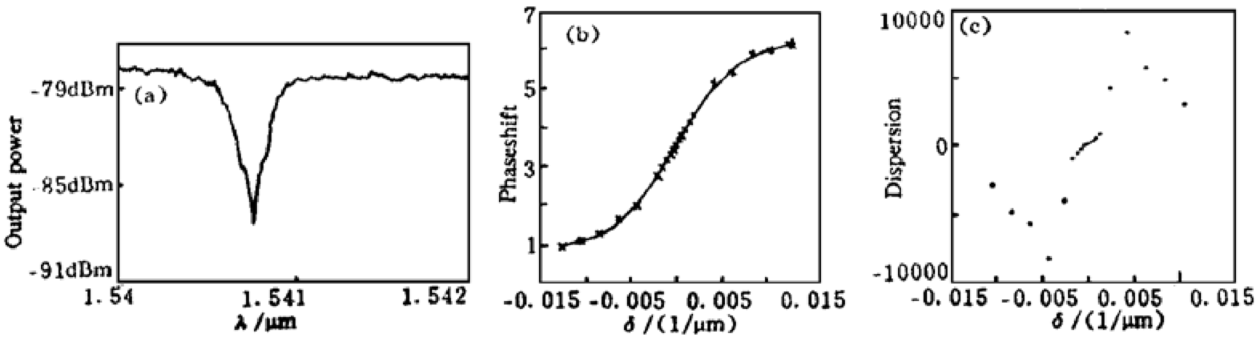

Fig. 1 (a) The transmit spectrum, (b) The reflective phase shift (cross) and the smoothing curve (solid line), (c) The spectrum of $\frac{d^2\Phi}{d\delta^2}$

结　论　综合光栅系统的两个守恒特点而直接建立起反射系数与相位之间的联系，有效地解释了光栅色散谱、反射谱分布形状的起因。用这种方法可以预测周期光栅对应反射谱的色射谱，简化对未知光栅色散的测试过程，证明反射峰包络线的存在及啁啾光栅反射谱的不对称性，这对于光栅特性的研究是一种有用的手段。

参 考 文 献

[1] W. Samir, S. J. Garth, C. Pask, Interplay of grating and nonlinearity in mode coupling. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1994, **11**(1)：64~71

[2] D. S. Peter, W. Hodel, H. P. Weber, Compression of pulse spectrally broadened by self-phase modulation using a fiber-grating: A theoretical study of the compression efficiency. *Opt. Commun*, 1994, **112**(3)：59~66

[3] H. G. Winful, Pulse compression in optical fiber filters. *Appl. Phys. Lett.*, 1985, **46**(6)：527~529

[4] Morey W. W., Meltz G., Fiber optic grating sensors. *Proc. SPIE*, 1989, **1169**：98~107

[5] Meltz G., Morey W. W., Glenn W. H., Formation of Bragg gratings in optical fibers by a transverse holographio method. *Opt. Lett.*, 1989, **14**(15)：823~825

[6] D. B. Ostrowsky, R. Reinisch, *Guided Wave Nonlinear Optics*. Netherlands, Kluwer, Dordrecht, 1992

Relation between Dispersion and Reflective Response in Gratings and Its Application

Meng Jing　Tang Weizhong　Zhou Wen　Xu Senlu

(*Information and Electronic Engineering Department, Zhejiang University, Hangzhou* 310027)

(Received 8 December 1996; revised 25 June 1997)

Abstract　The electronic and magnetic field in a grating is a Hamiltonian system. Its conserved quantities are used to get the relation between the dispersion and the reflective coefficient. This is helpful for the analysis of spectral characteristics of the gratings.

Key words　grating,　dispersion,　reflection.