

# 一种快速检测圆心的抗噪声亚像素算法\*

侯成刚 杨文献 屈梁生

(西安交通大学诊断与控制学研究所, 西安 710049)

**摘 要** 在印刷电路板的自动光学检测中, 被检对象的空间对准是一个关键步骤。而传统的图像匹配技术由于其只能在像素级定位, 而无法适应印刷电路板精确对准的要求。本文利用圆的几何对称性, 提出一种在亚像素精度快速定位圆心的算法。实验表明: 它对于无噪声图像的测量误差小于 0.01 像素; 在有噪声的情况下, 该算法仍具有较小的测量误差。

**关键词** 自动光学检查, 印刷电路板, 亚像素测量, 几何对称性。

## 1 引 言

在印刷电路板的自动光学检查中, 印刷电路板的空间对准是一个关键步骤。因为在进行光学检查之前, 必须准确测量印刷电路板的基准坐标, 计算其与标准位置的偏差, 以便通过测量平台的调整或软件的补偿来消除图像的旋转和平移。因此, 印刷电路板基准坐标的精确测量是检测结果正确性和可靠性的重要保证。

由于圆具有几何对称性, 因此几个以一定规律分布的圆, 比如分布在长方形顶点上的四个圆, 其圆心常常被选作印刷电路板的基准。这些用来确定印刷电路板基准的圆被称为基准圆。于是印刷电路板基准坐标的检测实际上是在一幅数字图像中寻找半径已知的基准圆并确定其圆心位置的过程, 这在图像处理中称作图像识别。传统的图像识别方法有模板匹配、Hough 变换等<sup>[1]</sup>, 但是这些方法的定位精度均在像素级, 无法满足印刷电路板基准坐标精确测量的要求。Rodriguez 等人<sup>[2]</sup>曾提出了一种利用边缘检测来确定印刷电路板基准坐标的亚像素算法, 由于该算法是建立在边缘检测基础之上的, 因而易受噪声的干扰, 检测的可靠性差。本文基于圆的几何对称性, 提出了一种抗噪声能力很强的基准圆圆心精确定位的亚像素算法。

## 2 基准圆的识别

不妨假设摄像机产生的图像由正方形像素组成, 选择直角坐标系的  $x$  轴和  $y$  轴分别与像素的水平和垂直方向一致。这样当图形进入摄像机的视场后, 将在摄像机靶面上投下一个图形阴影, 如图 1 所示。如果某一像素单元被目标阴影完全覆盖, 则该像素的灰度值最大, 即

\* 国家自然科学基金重点资助课题(项目编号: 59335093)。

收稿日期: 1997-03-15; 收到修改稿日期: 1997-06-13



Fig. 1 The image of a circle captured by camera. (a) Target surface of camera, (b) Pixel value of a circle

$f(i, j) = 1$ ; 如果该像素单元只有部分面积被目标阴影遮住, 则该像素的灰度值与像素被遮住的面积成正比, 即  $f(i, j) = \alpha (0 < \alpha < 1)$ ; 如果像素单元没有任何部分被目标阴影所覆盖, 则该像素的灰度值为零, 即  $f(i, j) = 0$ 。于是该图形的面积就等于目标阴影覆盖下的所有像素值之和, 即  $S_A = \sum_{(i, j) \in A} f(i, j)$ 。

由于在印刷电路板上只存在以下规则图形: 圆形(焊盘或过孔)、直线段(信号连接)、长方形(填充区)等, 这就大大简化了问题的复杂性。现在的任务是在上述的规则图形中检测半径  $R$  已知的基准圆。于是, 可以构造一个半径为  $\text{int}(R + 1)$  的数字圆模板, 其中  $\text{int}()$  为取整函数, 并把这个圆形模板通过圆心划分为 4 个面积相等的子模板  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  和  $A_4$ 。当模板在数字图像上移动时, 分别将子模板  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$  覆盖区域的像素值求和, 并且分别记为  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ 、 $S_4$ 。另外, 设定两个检测阈值  $Th_1$  和  $Th_2$  分别等于:

$$Th_1 = (\pi/4) [\text{int}(R - 1)]^2, \quad Th_2 = (\pi/4) [\text{int}(R + 1)]^2 \quad (1)$$

如果  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$  和  $S_4$  同时满足下式:

$$Th_1 < S_k < Th_2, \quad (k = 1, 2, 3, 4) \quad (2)$$

则模板所覆盖下的图像区域存在半径为  $R$  的圆形。是否为基准圆, 只需根据基准圆之间的几何关系便可以确定, 并且被测圆的面积等于:

$$S_{\text{cir}} = \pi R^2 = \sum_{k=1}^4 S_k \quad (3)$$

### 3 精确定位圆心的亚像素算法

由 2 节已获得了基准圆圆心的像素级坐标, 本节将进一步说明如何获得基准圆圆心的亚像素坐标。

由于圆具有旋转对称性, 无论被测基准圆以何种角度进入摄像机的视场, 均具有相同的图像。当被测印刷电路板进入摄像机视场后, 就自然地被像素单元“切割”。如图 2(a) 所示, 设圆的一条垂直于  $x$  轴的割线  $l_x$  与圆心的距离为  $H_x$ , 圆心对该割线所张的角度为  $2\alpha$ , 那么割线  $l_x = L_x (L_x$  为正整数) 和  $2\alpha$  的圆弧围成的面积  $S_x$  为:

$$S_x = \alpha R^2 - R^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (4)$$

而根据前面的假设,  $S_{Ax} = \sum_{(i, j) \in Ax} f(i, j)$ , 则(4)可写成为:

$$\alpha - \sin \alpha \cos \alpha = C \quad (5)$$

其中  $C = \frac{S_x}{R^2} = \frac{\pi S_x}{\pi R^2} = \pi \sum_{(i, j) \in Ax} f(i, j) / \sum_{k=1}^4 S_k$ , 显然  $0 < \alpha < \pi$ 。

通过牛顿(Newton)法或二分法等数值计算方法<sup>[3]</sup>, 可以从方程(5)中求出  $\alpha$ 。由于圆的半

径  $R$  已知, 则圆心的横坐标  $x_0$  为:

$$x_0 = l_x + H_x = L_x + R \cos \alpha$$

如图 2(b) 所示, 利用垂直于  $y$  轴的割线  $l_y = L_y$ , 同理可得圆心的纵坐标  $y_0$

$$y_0 = l_y + H_y = L_y + R \cos \beta$$

于是, 基准圆圆心  $(x_0, y_0)$  的亚像素坐标为:

$$x_0 = L_x + R \cos \alpha, \quad y_0 = L_y + R \cos \beta \quad (6)$$

其中  $L_x$  和  $L_y$  分别为正整数。

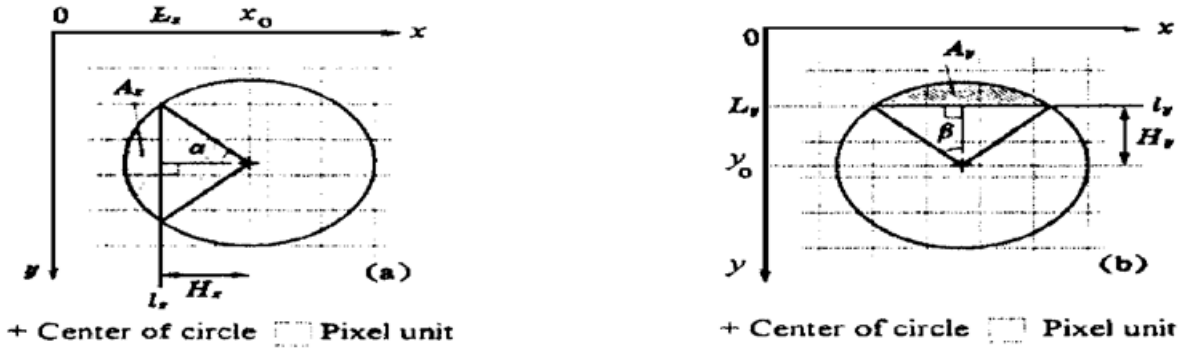


Fig. 2 Subpixel coordinate of the center of circle  $(x_0, y_0)$ . (a) Horizontal coordinate  $x_0$ , (b) Vertical coordinate  $y_0$

#### 4 算法的抗噪声能力分析

设原始图像为  $f(i, j)$ , 图像噪声为加性噪声  $n(i, j)$ , 于是有噪声图像  $g(i, j)$  可表示成:

$$g(i, j) = f(i, j) + n(i, j) \quad (7)$$

如图 2(a) 所示, 存在噪声的情况下, 割线  $l_x = L_x$  和  $2\alpha$  的圆弧围成的面积记为:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_x &= \sum_{(i, j) \in A_x} g(i, j) = \sum_{(i, j) \in A_x} f(i, j) + \sum_{(i, j) \in A_x} n(i, j) \\ &= S_x + \sum_{(i, j) \in A_x} n(i, j) \end{aligned} \quad (8)$$

若图像噪声是均值为零、标准偏差为  $\sigma_n$  的互不相关的加性噪声, 则

$$S_x = E\{\tilde{S}_x\} \quad (9)$$

式中  $E\{\tilde{S}_x\}$  为  $\tilde{S}_x$  的期望值。当图像区域  $A_x$  中的  $M$  个像素点求和后

$$S_x \approx \tilde{S}_x, \quad \sigma_{\tilde{S}_x}^2 = \sum \sigma_n^2 = M \sigma_n^2 \quad (10)$$

式中  $\sigma_{\tilde{S}_x}^2$  是  $\tilde{S}_x$  的方差。令:

$$\begin{aligned} \bar{g}(i, j) &= \frac{1}{M} \sum_{(i, j) \in A_x} g(i, j), \\ g_{\max}(i, j) &= \max \{g(i, j), (i, j) \in A_x\}, \\ \bar{g}(i, j) &= \lambda g_{\max}(i, j), \quad 0 < \lambda < 1 \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $\bar{g}(i, j)$ 、 $g_{\max}(i, j)$  分别表示在图像区域  $A_x$  上像素的平均值和最大值。于是和  $\tilde{S}_x$  的信噪比提高为

$$\begin{aligned} (S/N)_{\tilde{S}_x} &= 20 \log_{10} \left[ \frac{\tilde{S}_x}{\sigma_{\tilde{S}_x}} \right] \approx 20 \log_{10} \left[ \frac{M \bar{g}(i, j)}{\sqrt{M} \sigma_n} \right] \\ &= 20 \log_{10}(\lambda \sqrt{M}) + 20 \log_{10} \left[ \frac{g_{\max}(i, j)}{\sigma_n} \right] \\ &= 20 \log_{10}(\lambda \sqrt{M}) + (S/N)_g \end{aligned} \quad (12)$$

(12) 式表明:  $\mathfrak{S}_x$  的信噪比将比原始图像  $g(i, j)$  提高  $20 \log_{10}(\lambda \sqrt{M})$  dB(通常  $0.5 < \lambda < 1$ )。因此, 参加求和的像素点越多(即  $M$  越大),  $\mathfrak{S}_x$  与  $S_x$  的相对误差就越小。这就是说: 在应用该算法时, 割线  $l_x$ 、 $l_y$  的选择应使  $\mathfrak{S}_x$  的值尽可能大, 这样有利于克服噪声的影响。

## 5 实验及结果

### 5.1 测试图像的生成

将一个高分辨率的二值圆形图案按一定比例缩小投影到摄像机靶面上, 假设每个像素是具有单位面积的正方形, 而且其像素值与二值图形落在该正方形像素内的投影面积成正比, 即  $f(i, j) = a(0 \leq a \leq 1)$ , 这样就生成了一个低分辨率的数值图像。选择直径为 121 的数字圆, 缩小比例为 1:11, 生成一个半径  $R = 5.50$  的圆形图像, 并且其圆心在低分辨率图像上并不与某个像素的中心位置重合, 而是落在相邻的四个像素围成的具有单位面积的正方形区域内。考虑到实际的光学成像系统和传感器对图像的平滑作用, 该图像经  $3 \times 3$  邻域平滑后, 最终生成实验用的测试图像。

### 5.2 实验结果

在图像无噪声的情况下, 对被测图像的实验结果如表 1 所示: 圆心坐标的绝对误差小于 0.01 像素。此时的测量误差是由图像的量化误差和图像的平滑引入的。

Table 1. The results of the algorithm for noise-free images (Unit: pixel)

the real location of the center of circle $(x_0^*, y_0^*)$	the calculated location of the center of circle $(x_0, y_0)$	measurement error $(x_0^*, y_0^*) - (x_0, y_0)$
(8.000, 8.000)	(7.996, 7.996)	(+ 0.004, + 0.004)
(7.727, 7.909)	(7.725, 7.907)	(+ 0.002, + 0.002)
(7.727, 7.818)	(7.726, 7.817)	(+ 0.001, + 0.001)
(7.727, 7.727)	(7.726, 7.726)	(+ 0.001, + 0.001)
(7.727, 7.636)	(7.726, 7.636)	(+ 0.001, 0.000)
(7.727, 7.545)	(7.726, 7.545)	(+ 0.001, 0.000)
(7.727, 7.455)	(7.726, 7.455)	(+ 0.001, 0.000)
(7.727, 7.364)	(7.726, 7.364)	(+ 0.001, 0.000)
(7.727, 7.273)	(7.726, 7.274)	(+ 0.001, - 0.001)
(7.727, 7.182)	(7.726, 7.183)	(+ 0.001, - 0.001)
(7.727, 7.091)	(7.725, 7.093)	(+ 0.002, - 0.002)

将均值为零的高斯(Gauss)噪声叠加在测试图像上, 实验中取  $l_x = 7$ 、 $l_y = 7$ , 则 10 次测量结果的平均值如表 2 所示: 随着图像信噪比  $S/N$  的降低, 测量误差逐渐增大; 然而在图像的信噪比  $S/N \geq 30$  dB 时, 10 次测量结果中的最大绝对误差仍小于 0.05 像素。

Table 2. The results of the algorithm for noisy images ( $x_0^* = 7.727$ ,  $y_0^* = 7.455$ ) (Unit: pixel)

signal/noise ratio of image/dB	42	36	30	24
mean value of 10 measurements	(7.727, 7.446)	(7.726, 7.443)	(7.726, 7.456)	(7.720, 7.442)
maximum error of $x_0$	0.006	0.011	0.033	0.065
maximum error of $y_0$	0.018	0.024	0.035	0.081

**结 论** 在印刷电路板的自动光学检查中, 印刷电路板的空间对准是一个关键步骤。本文利用圆的几何对称性, 提出了一种在亚像素精度快速求解圆心坐标的算法。实验表明: 在无噪

声的情况下, 测量误差小于 0.01 像素, 当叠加均值为零的高斯噪声后测量误差增大了, 噪声的均方偏差越大, 测量精度越低, 然而当图像的信噪比  $S/N \geq 30$  dB 时, 圆心坐标测量的绝对误差小于 0.05 像素, 仍具有令人满意的精度。该算法原理简单、求解准确、抗噪声能力强, 是一种简便实用的印刷电路板基准坐标的测量方法。

### 参 考 文 献

- [1] 徐建华, 图像处理和分析, 北京, 科学出版社, 1992: 177~ 203
- [2] A. A. Rodriguez, F. Y. Wu, J. R. Mandeville, Rotation measurement techniques for alignment in PCB automated inspection. *Proc. SPIE*, 1992, **1708**: 784~ 788
- [3] W. Cheney, D. Kincaid 著, 薛密译, 数值数学和计算, 上海, 复旦大学出版社, 1991: 83~ 112
- [4] W. Y. Wu, M. J. J. Wang, Elliptical object detection by using its geometric properties. *Pattern Recognition*, 1993, **26**(10): 1499~ 1509
- [5] C. T. Ho, L. H. Chen, A fast ellipse/circle detector using geometric symmetry. *Pattern Recognition*, 1995, **28**(1): 117~ 124

## A Robust Subpixel Algorithm for the Center of Circle Detecting\*

Hou Chenggang    Yang Wenxian    Qu Liangsheng

(Research Institute of Diagnostics & Cybernetics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

(Received 15 March 1997; revised 13 June 1997)

**Abstract** The part alignment is an important step for automated optical inspection of printed circuit board (PCB). Because conventional image recognition algorithm could only be implemented at pixel accuracy, it is not satisfied with the requirements of PCB inspection. Through the use of geometric symmetry of a circle, a robust subpixel algorithm for the center of circle detecting is presented. By the proposed method the measurement error might be less than 0.01 pixel for noise-free images. In the meantime, experiments show that the algorithm has a relatively small bias in the presence of noise.

**Key words** automated optical inspection (AOI), printed circuit board (PCB), sub-pixel measurement, geometric symmetry.

---

\* The project is supported by the National Science Foundation of China