

背散射和饱和效应对双向 环形激光场的影响

高伟建 朱士群

(苏州大学物理科学与技术学院, 苏州 215006)

摘 要 理论上分析了双向环形气体激光中背散射和饱和效应对光场统计性质的影响, 求出了强度相关函数的有效本征值。与实验测量值比较表明, 具有背散射的全饱和激光模型与实验吻合得更好, 而其它激光模型偏差较大。

关键词 双向环形激光, 背散射, 饱和效应, 有效本征值。

1 引 言

由于双向环形激光器在激光回转仪中有着广泛的应用, 加之双模激光场所表现出的模式竞争、反相关效应等, 因而双模环形激光场的统计性质一直是人们十分关注的研究课题。在以往的理论分析中所采用的双模环形激光模型^{1~5]}仅包含光场的三次非线性项, 因而理论分析中只包含光场的三次饱和效应。本文采用含有背散射和全饱和效应^{6, 7]}的双模环形气体激光理论, 导出了同相背散射时定态双模激光强度分布函数的解析解, 计算出激光强度自相关函数的有效本征值 λ_{eff} , 与实验测量相比较, 含有背散射的全饱和激光模型与实验测量符合得更好, 而其它激光模型给出的理论结果偏差相对较大。

2 理论分析

对工作于原子共振谱线中心的非均匀展宽气体激光器, 含有背散射的双模环形激光三次理论中的复电场 $E_1(t)$ 和 $E_2(t)$ 服从朗之万方程^{1~5]}

$$\begin{aligned} \frac{dE_1(t)}{dt} &= a_1 E_1 - |E_1|^2 E_1 - |E_2|^2 E_1 + R_1 E_2 + q_1(t) \\ \frac{dE_2(t)}{dt} &= a_2 E_2 - |E_2|^2 E_2 - |E_1|^2 E_2 + R_2 E_1 + q_2(t) \end{aligned} \quad (1)$$

式中 a_1 和 a_2 分别为两个模式的泵浦参量, R_1 和 R_2 分别为背散射系数, $q_1(t)$ 和 $q_2(t)$ 为相互独立的两个随机变量, 表征由自发辐射所引起的量子噪声, 且有,

$$\langle q_i^*(t) q_j(t') \rangle = 2P \delta_{ij} \delta(t - t'), \quad (i, j = 1, 2) \quad (2)$$

式中 P 为噪声强度。在双模环形气体激光的全饱和理论中, 光场服从

$$\begin{aligned} \frac{dE_1(t)}{dt} &= -K_1 E_1 + \frac{FE_1}{1 + (|E_1|^2 + |E_2|^2)/F} + R_1 E_2 + q_1(t) \\ \frac{dE_2(t)}{dt} &= -K_2 E_2 + \frac{FE_2}{1 + (|E_2|^2 + |E_1|^2)/F} + R_2 E_1 + q_2(t) \end{aligned} \quad (3)$$

式中 K_1 和 K_2 分别是双模的空腔衰减常数, F 为增益参量, 且有 $a_1 = F - K_1$ 和 $a_2 = F - K_2$ 。其实, (3) 式右边第二项的二项式展开保留到 $|E_1|^2$ 和 $|E_2|^2$ 项就得到(1) 式。显然, (1) 式中 E_i 的最高次幂是三次, 仅包含了光场的三次饱和效应, 所以(1) 式叫做三次激光模型, 是传统的三次激光模型。而(3) 式中保留了 E_i 的所有高次幂, 即包含了 E_i 所有高次幂的饱和效应, 所以(3) 式也叫做全饱和激光模型。

定态时, 对应双模激光场几率密度 $Q(E_1, E_2)$ 的福克-普朗克方程^[8] 为

$$\sum_{i=1}^4 \frac{\partial}{\partial x_i} \left[h_i(E_1, E_2) Q(E_1, E_2) - \frac{P}{2} \frac{\partial Q(E_1, E_2)}{\partial x_i} \right] = 0 \quad (4)$$

式中 $x_1 = E_{1x}$, $x_2 = E_{1y}$, $x_3 = E_{2x}$, $x_4 = E_{2y}$, 漂移系数 $h_i(E_1, E_2)$ 对不同的激光模型有不同的表达式。

对三次激光模型有:

$$\begin{aligned} h_1(E_1, E_2) &= [a_1 - (I_1 + I_2)]x_1 + r_{1x3} - r_{2x4}, \\ h_2(E_1, E_2) &= [a_1 - (I_1 + I_2)]x_2 + r_{1x4} + r_{2x3}, \\ h_3(E_1, E_2) &= [a_2 - (I_1 + I_2)]x_3 + r_{3x1} - r_{4x2}, \\ h_4(E_1, E_2) &= [a_2 - (I_1 + I_2)]x_4 + r_{3x2} - r_{4x1}, \end{aligned} \quad (5)$$

对全饱和激光模型有:

$$\begin{aligned} h_1(E_1, E_2) &= -K_{1x1} + \frac{Fx_1}{1 + (I_1 + I_2)/F} + r_{1x3} - r_{2x4}, \\ h_2(E_1, E_2) &= -K_{1x2} + \frac{Fx_2}{1 + (I_1 + I_2)/F} + r_{1x4} + r_{2x3}, \\ h_3(E_1, E_2) &= -K_{2x3} + \frac{Fx_3}{1 + (I_1 + I_2)/F} + r_{3x1} - r_{4x2}, \\ h_4(E_1, E_2) &= -K_{2x4} + \frac{Fx_4}{1 + (I_1 + I_2)/F} + r_{3x2} - r_{4x1}, \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $R_1 = r_1 + ir_2$, $R_2 = r_3 + ir_4$, $I_1 = |E_1|^2 = x_1^2 + x_2^2$, $I_2 = |E_2|^2 = x_3^2 + x_4^2$ 。

当背散射系数 R_1 和 R_2 是同相, 即 $R_1 = R_2^*$ 时, 从方程(1)、(3)、(4)、(5) 和(6) 可得激光场的定态强度分布函数 $Q_s(E_1, E_2)$ 。对三次激光模型, 有,

$$Q_{sc}(I_1, I_2) = N_c J_0'(2R \sqrt{I_1 I_2 / P}) \exp \left[\frac{1}{P} (a_1 I_1 + a_2 I_2) - \frac{1}{2P} (I_1 + I_2)^2 \right] \quad (7)$$

式中 N_c 为归一化常数, $I_1 = |E_1|^2$, $I_2 = |E_2|^2$ 分别为强模和弱模的激光强度, R 为背散射系数的模, 且有 $R = |R_1| = |R_2|$, $J_0'(x)$ 为零阶变型贝塞耳函数^[9]。对全饱和激光模型, 有,

$$Q_{ss}(I_1, I_2) = N_s \left[1 + \frac{I_1 + I_2}{F} \right]^\beta J_0'(2R \sqrt{I_1 I_2 / P}) \exp \left[-\frac{1}{P} (K_1 I_1 + K_2 I_2) \right] \quad (8)$$

式中 N_s 为归一化常数, $\beta = F^2/P$ 。

双模激光强度 I_i 的 n 次幂的期望值为

$$\langle I_i^n \rangle = \int_0^\infty dI_1 \int_0^\infty dI_2 Q_s(I_1, I_2) I_i^n, \quad (i = 1, 2) \quad (9)$$

归一化的自相关函数为

$$\lambda_{ii}(0) = \langle I_i^2 \rangle / \langle I_i \rangle^2 - 1, \quad (i = 1, 2) \quad (10)$$

双模强度自相关函数的有效本征值为^[2]

$$\lambda_{\text{eff}}^{ii} = \frac{2P}{\lambda_{ii}(0) \langle I_i \rangle}, \quad (i = 1, 2) \quad (11)$$

这样, 根据方程(7)~(11)就可以算出三次激光模型和全饱和激光模型的双模强度自相关函数的有效本征值。

3 理论和实验的比较

为了检验两种理论的准确程度, 有必要将理论结果和实验测量^[11]进行比较。参量的数值取自文献[1, 2], 它们为 $P = 2$, $\Delta a = a_1 - a_2 = 0.1$, 空腔衰减常数 K_1 和 K_2 分别取为 $K_1 = 30.0$, $K_2 = 30.1$, 即 $\Delta a = K_2 - K_1 = 0.1$, $R = 0$ 和 1.2 。强激发模式的强度为 I_1 , 而弱激发模式的强度为 I_2 。

有效本征值 $\lambda_{\text{eff}}^{11}$ 的理论预期值和实验数据随强激发模式泵浦参量 a_1 变化的曲线如图 1 所示。理论预期值由方程(7)~(11)算出。由图 1 可知, 当远低于激光阈值时, 光场的统计性质与热光子相同, 理论与实验符合得很好, 各种激光模型之间差别甚微, 但是, 当高于激光阈值时, 含有背散射的全饱和激光模型实验数据符合得更好, 而其它激光模型给出的结果偏差就较大。

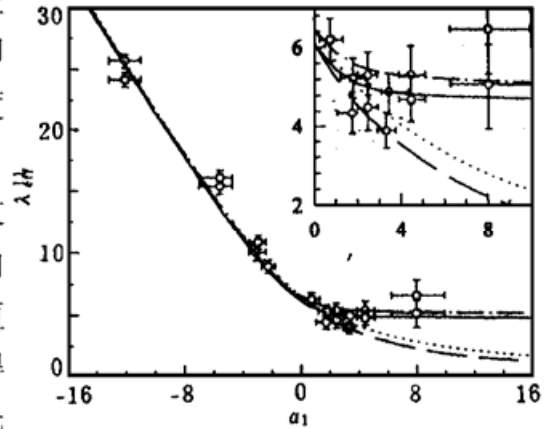


Fig. 1 The effective eigenvalue $\lambda_{\text{eff}}^{11}$ as a function of pump parameter a_1 of the strong mode.

.....: $R = 0$, third order model;
 —: $R = 0$, full saturation model; —
 · · · · ·: $R = 1.2$, third order model;
 — — —: $R = 1.2$, full saturation model

4 背散射和全饱和效应

有效本征值 $\lambda_{\text{eff}}^{11}$ 随背散射强度 R 的变化如图 2 所示。从图 2 可见, 当背散射 $R = 0$ 时, 有效本征值随泵浦参量 a_1 单调减小。当背散射增强时, $\lambda_{\text{eff}}^{11}$ 的曲线中出现低谷(最小值), 而且低谷的数值随 R 的增强向上移动, 低谷的位置向光强减小的方向移动。

有效本征值 $\lambda_{\text{eff}}^{11}$ 随空腔衰减常数 K_1 和 K_2 的变化画在图 3 中。从图 3 可见, 当保持 $\Delta a = a_1 - a_2 = K_2 - K_1 = 0.1$ 和 $R = 5$ 不变时, K_1 和 K_2 的增加使得 $\lambda_{\text{eff}}^{11}$ 的曲线向上移动, 最后与三次激光模型的曲线很接近。

5 讨 论

在双向环形气体激光器中, 如果忽略了全饱和效应的作用, 如三次激光模型那样, 理论预期值就不能很好地拟合实验结果; 但是, 如果忽略了背散射的影响, 理论也不能很好地分析实验值^[6]。可见, 只有既考虑到背散射对双模激光场的相互影响, 又考虑到全饱和效应的作用时, 理论才能对实验数据作合理的分析。

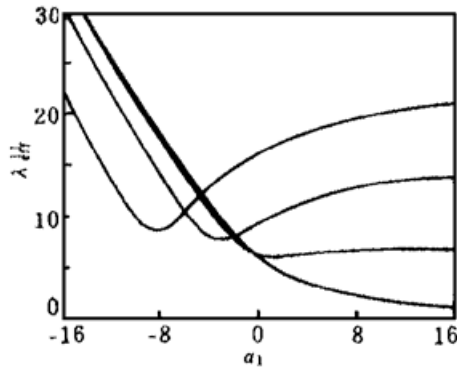


Fig. 2 The effective eigenvalue $\lambda_{\text{eff}}^{\text{II}}$ as a function of pump parameter a_1 of the strong mode. (from bottom to top): $R = 0, 5, 10, 20$

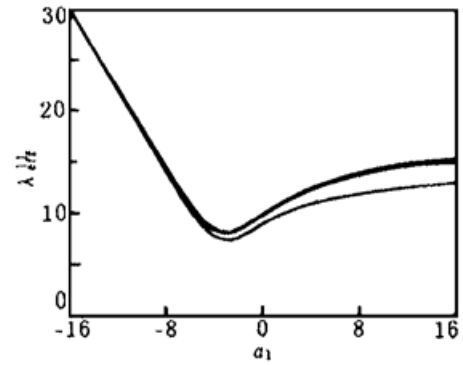


Fig. 3 The effective eigenvalue $\lambda_{\text{eff}}^{\text{II}}$ as a function of pump parameter a_1 of strong mode with $\Delta a = K_2 - K_1 = 0.1$, $R = 5$. (from bottom to top) $K_1 = 20, 40, 60$

参 考 文 献

- [1] S. Singh, Statistical properties of single-mode and two-mode ring lasers. *Phys. Rep.*, 1984, **108**(4) : 217~ 273
- [2] L. Pesquera, R. Blanco, M. A. Rodriguez, Statistical properties of gas ring laser with backscattering. *Phys. Rev. (A)*, 1989, **39**(11) : 5777~ 5784
- [3] T. H. Chyba, Phase-jump instability in the bidirectional ring laser with backscattering. *Phys. Rev. (A)*, 1989, **40**(11) : 6327~ 6338
- [4] F. C. Cheng, Phase-jump instability in a homogeneously broadened bidirectional ring laser with backscattering. *Opt. Commun.*, 1991, **82**(1, 2) : 45~ 50
- [5] R. J. C. Spreeuw, R. Centeno, N. J. van Druten *et al.*, Mode coupling in a He-Ne ring laser with backscattering. *Phys. Rev. (A)*, 1990, **42**(7) : 4315~ 4324
- [6] 朱士群, 印建平, 陈玉华, 定态双向环形气体激光中的饱和效应. *光学学报*, 1995, **15**(9) : 1165~ 1169
- [7] Xiaoping Zhou, Weijian Gao, Shiqun Zhu, Saturation effects in a two-mode ring laser with both additive and multiplicative noise. *Phys. Lett. (A)*, 1996, **213**(1, 2) : 43~ 48
- [8] H. Risken, *The Fokker-Planck Equation*. Berlin, Springer-Verlag, 1984 : 81~ 95
- [9] 数学手册. 北京, 高等教育出版社, 1979 : 637

Influence of Backscattering and Saturation Effects on a Bidirectional Ring Laser Field

Gao Weijian Zhu Shiqun

(School of Physics and Technology, Suzhou University, Suzhou 215006)

(Received 16 March 1997; revised 12 May 1997)

Abstract The backscattering and saturation effects on the statistical properties of a bidirectional ring gas laser are studied theoretically. The effective eigenvalue of the intensity autocorrelation is calculated. Compared with experimental measurements, excellent agreement between the full saturation theory with backscattering and the experiments is obtained. Other laser theories lead to relatively large errors.

Key words bidirectional ring laser, backscattering, saturation effect, effective eigenvalue.