

提高双参量光纤传感器精度的一种方法

郑小平 廖延彪

(清华大学电子工程系, 北京 100084)

摘 要 分析了光纤传感器进行双参量测量时, 系数矩阵的态性对待测量精度的影响, 提出采用对系数矩阵进行预处理的方法, 使得处理后的矩阵由病态变成良态。用这种方法对文献[4]和文献[5]给出的系数矩阵分别进行了处理。处理后, 文献[4]系数矩阵的条件数从 342 降低到 4, 文献[5]系数矩阵的条件数从 161 降低到 3, 传感器输出不确定度降低了两个数量级。

关键词 光纤, 双参量传感器, 传感器误差。

1 引 言

阻碍光纤传感器的应用是光纤传感器在测量某一物理量时会受到其它的物理量的干扰, 提高测量精度的有效方法之一是同时测量出干扰量的大小; 而且, 许多应用场合也需要同时监测多个物理量, 因此用一个传感头同时测量双参量的光纤传感器应运而生^[1, 2]。

用一传感头同时进行双参量测量的基本原理如下: 设所测双参量为 $\mathbf{X} = (x_1, x_2)$, 传感器在状态 1 下, 对 x_1 、 x_2 的灵敏度分别为 s_{11} 、 s_{12} , 而传感器的输出为 b_1 ; 传感器在状态 2 下, 对 x_1 、 x_2 的灵敏度分别为 s_{21} 、 s_{22} , 而传感器的输出为 b_2 。则有方程:

$$\mathbf{S}\mathbf{X} = \mathbf{b} \quad (1)$$

式中

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

求解方程(1), 可以很方便地得到 $\mathbf{X} = (x_1, x_2)$ 。

然而, 对于光纤传感器来说, 在求解方程(1)时, 经常会不同程度地面临一个问题: 即矩阵 \mathbf{S} 为病态。由于 \mathbf{S} 矩阵的病态, 使得方程(1)中各参数值微小的偏差都会给 \mathbf{X} 的解带来较大的误差, 它成了限制此类传感器精度的一个主要原因。针对这个问题, 文献[4]阐述了通过对传感头进行优化设计以达到改善 \mathbf{S} 矩阵态性的思想, 但这种方法受到传感器种类的限制; 而文献[5]则表示要通过提高检测精度来改善传感器的稳定性, 后面的分析表明这种措施很难从根本上解决问题。

本文从方程(1)出发, 在分析了矩阵 \mathbf{S} 对传感器测量误差的影响后, 提出对矩阵 \mathbf{S} 进行预处理的方法, 使得处理后的矩阵由病态变成良态。文中对文献[4, 5]的 \mathbf{S} 矩阵进行了处理, 获得了预期的效果, 表明这种方法对提高传感器的精度是显著的、实用的。

2 矩阵态性与待测量误差的关系

设(1)式中 S 矩阵及 \mathbf{b} 有微小误差 δs 及 $\delta \mathbf{b}$, 引起 \mathbf{X} 的误差为 $\delta \mathbf{X}$, 则其相对误差为^[5]:

$$\frac{|\delta \mathbf{X}|}{|\mathbf{X}|} = \frac{\text{cond}(S)}{1 - \text{cond}(S) |\delta S| / |S|} \left[\frac{|\delta \mathbf{b}|}{|\mathbf{b}|} + \frac{|\delta S|}{|S|} \right] \quad (2)$$

如果 $|\delta S|$ 充分小, 上式可简化为:

$$\frac{|\delta \mathbf{X}|}{|\mathbf{X}|} = \text{cond}(S) \left[\frac{|\delta \mathbf{b}|}{|\mathbf{b}|} + \frac{|\delta S|}{|S|} \right] \quad (3)$$

式中 $\text{cond}(S) = |S| |S^{-1}|$ 为矩阵 S 的条件数。如果 $\text{cond}(S) \gg 1$, 矩阵 S 为病态; 若 $\text{cond}(S) \sim 1$, 则 S 是良态的。具体计算时一般采用无穷范数, 故:

$$\text{cond}(S)_{\infty} = |S|_{\infty} |S^{-1}|_{\infty} \quad (4)$$

$$|S|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq 2} \sum_{j=1}^2 |s_{ij}| \quad (5)$$

从(3)式中可以看到, 由于 $\text{cond}(S) \gg 1$, \mathbf{b} 与 S 参数微小的误差都有可能使传感器的最终输出产生大的偏差, 大大降低了此类传感器的精度与稳定性。例如假设 $\text{cond}(S) \sim 10^2$, 检测精度 10^{-4} , 则传感器的精度只有 10^{-2} 。假定采用某种测量方法, \mathbf{b} 与 S 参数的测量误差可以忽略, 同时设从方程(1)中解得的 $\tilde{\mathbf{X}}$ 使 $\mathbf{r} = \mathbf{b} - S\tilde{\mathbf{X}}$ 也能满足很高的精度, 即使这样 $\tilde{\mathbf{X}}$ 与真值 \mathbf{X} 的相对误差也会很大, 如(6)式所示。这种情况是由矩阵 S 本身的态性所决定的。

$$\frac{1}{\text{cond}(S)} \frac{|\mathbf{r}|}{|\mathbf{b}|} \leq \frac{|\mathbf{X} - \tilde{\mathbf{X}}|}{|\mathbf{X}|} \leq \text{cond}(S) \frac{|\mathbf{r}|}{|\mathbf{b}|} \quad (6)$$

可见提高传感器精度与稳定性的一个关键措施是改善 S 矩阵的条件数。

3 改善 S 矩阵的方法

若方程(1)中 S 矩阵是病态的, 则可通过下述手段使对(1)式的求解在良态矩阵中进行:

根据矩阵 S 的病态情况, 选取合适的、对角元素非零的两个三角矩阵 D 、 C , 对方程(1)进行预处理:

$$D^{-1} S C^{-1} C X = D^{-1} \mathbf{b} \quad (7)$$

令: $\tilde{S} = D^{-1} S C^{-1}$, $\tilde{\mathbf{y}} = C X$ 。如果, $\text{cond}(\tilde{S}) \sim 1$, 则方程(1)的求解可分如下两步进行, 且最终计算在良态矩阵中完成。

$$\begin{cases} \tilde{S} \mathbf{y} = D^{-1} \mathbf{b} \\ C X = \mathbf{y} \end{cases} \quad (8)$$

文献[4]采用图1所示的传感结构, 把波长分别为 λ_1 、 λ_2 的双光源注入到保偏光纤(PMF)中。波长为 λ_1 的光在光纤中以 LP_{01} 模传输, LP_{01} 模的偏振态随温度及应变而变, 它对温度及应变的灵敏度分别为 Λ_{e_1} 、 Λ_{r_1} ; 波长为 λ_2 的光在光纤中以 LP_{01} 与 LP_{11} 模的形式传输, LP_{01} 与 LP_{11} 双模间干涉图案的强度分布受所处的温度场与应变场的影响, 影响灵敏度分别为 Λ_{e_2} 、 Λ_{r_2} , 则 S 矩阵可写成:

$$S = \begin{bmatrix} \Lambda_{e_1} & \Lambda_{r_1} \\ \Lambda_{e_2} & \Lambda_{r_2} \end{bmatrix}。$$

利用文献中提供的一组实验结果, 可得到:

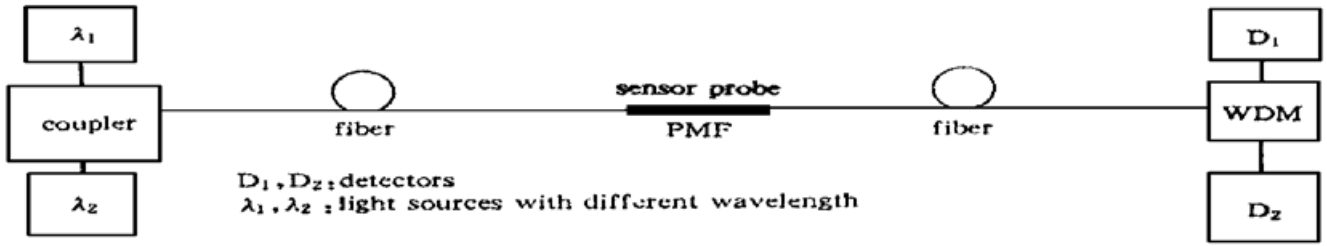


Fig. 1 Schematic diagram for simultaneous measurement of temperature and strain with two-wavelength technique

$$S = \begin{bmatrix} 100 & 22 \\ 270 & 63 \end{bmatrix}$$

由(4)式、(5)式计算可得 $\text{cond}(S) = 342$ 。这时如果取:

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

有: $\tilde{S} = D^{-1}SC^{-1} = \begin{bmatrix} 12 & 22 \\ -6 & 19 \end{bmatrix}$ 。则, $\text{cond}(\tilde{S}) = 4$ 。

文献[4]通过优化选择保偏光纤的结构参数,得到一组比较好的实验结果,它的 S 矩阵的条件数为 6。可见采用本文的方法,可以得到与优化设计传感器结构相同的效果。然而优化设计不仅增加了传感器设计的复杂性,同时也受到传感器种类的限制。如对下一个例子,由于受到光纤布拉格光栅(FBG)特性的限制,优化设计就很难收到实效。

文献[5]在光纤的同一位置上用紫外光横向写入两个周期不等的布拉格光栅,如图 2 所示。这两个布拉格光栅同时对温度、应变敏感,灵敏度分别为: S_{r_1} 、 S_{e_1} 及 S_{r_2} 、 S_{e_2} 。 S 矩阵的形式为 $S = \begin{bmatrix} S_{r_1} & S_{e_1} \\ S_{r_2} & S_{e_2} \end{bmatrix}$ 。由其实验结果得到 S 矩阵

的具体表达式:

$$S = \begin{bmatrix} 0.96 & 8.72 \\ 0.5 & 6.3 \end{bmatrix}$$

计算得 $\text{cond}(S) = 161$ 。

这时可取:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

从而: $\tilde{S} = SC^{-1} = \begin{bmatrix} 0.96 & 0.08 \\ 0.59 & 0.99 \end{bmatrix}$ 。得: $\text{cond}(\tilde{S}) = 3.09$ 。

文献[5]提出通过增加检测精度来提高传感器的精度,从前面的分析可知这种方法不能从根本上解决问题,而采用本文的方法,则可以很简单的把 S 矩阵的条件数降下来。

由(3)式可知,经过预处理,文献[4, 5]的传感器输出不确定度与处理前相比,降低了两个数量级,显著提高了传感器精度。

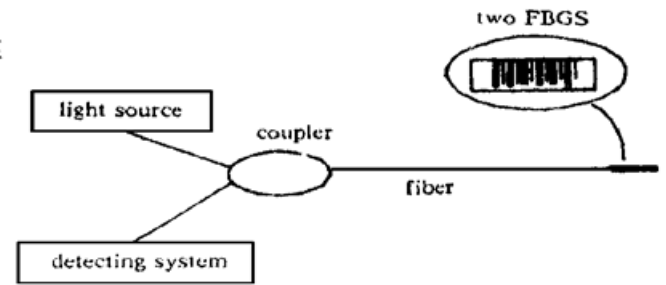


Fig. 2 Schematic diagram for simultaneous measurement of temperature and strain with two FBGs

结 论 针对光纤传感器双参量测量时,病态系数矩阵对测量精度及稳定性的影响问题,本文提出了分步求解法。这种方法是纯数学的,使用时简单、方便,效果显著。采用该方法传感

器输出不确定度降低了两个数量级。由于该方法不涉及传感器的具体结构,因此有如下两个明显的优点:首先对传感器设计而言,无需象文献[4]那样进行优化设计,从而简化了传感器的设计。其次,通过对传感器优化设计来改善系数矩阵的病态性,这种方法的成功与否很大程度上受到光纤传感器测量原理的限制。本文提出的方法则无此限制。文中所选的两个例子属两种完全不同测量原理的光纤传感器,病态系数矩阵经过预处理后最终都成为良态矩阵,因此可以说这种方法具有普遍意义,它适合于利用各种测量原理进行双参量测量的光纤传感器病态矩阵的处理,解决了影响此类传感器测量精度与稳定性的一个主要因素。

参 考 文 献

- [1] G. Meltz, J. R. Dunphy, *et al.*, Fiber optic temperature and strain sensors. *Proc. SPIE*, 1987, **798** : 104~ 114
- [2] S. Y. Huang, J. N. Blake, B. Y. Kim, Perturbation effects on mode propagation in highly elliptical core two-mode fibers. *J. Lightwave Technol.*, 1990, **8**(1) : 23~ 28
- [3] F. Farahi, P. J. Webb, J. D. C. Jones *et al.*, Simultaneous measurement of temperature and strain: cross-sensitivity considerations. *J. Lightwave Technol.*, 1990, **8**(1) : 138~ 142
- [4] M. Ashishi, Vengsarkar, W. Craig Michie *et al.*, Fiber-optic dual-technique sensor for simultaneous measurement of strain and temperature. *J. Lightwave Technol.*, 1994, **12**(1) : 170~ 177
- [5] M. G. Xu, J. L. Archambault, L. Reekie *et al.*, Discrimination between strain and temperature effects using dual-wavelength fiber grating sensors. *Electron. Lett.*, 1994, **30**(13) : 1085~ 1087
- [6] 李庆扬, 易大义, 王能超, 现代数值分析. 北京: 高等教育出版社, 1995 : 178~ 189

A Method to Enhance the Accuracy of Fiber-Optic Sensor for Two-Parameter Simultaneous Measurement

Zheng Xiaoping Liao Yanbiao

(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084)

(Received 19 March 1997)

Abstract The effect of the condition of the coefficient matrix obtained from the simultaneous measurement of two parameters by fiber optic sensors on the error of the measurements is analyzed. A pre-processing method to transform the matrix from the illconditioned to the well is proposed. The method is applied to the matrix in references [4] and [5] respectively, and the condition number in reference [4] is reduced from 342 to 4, and in reference [5] is reduced from 161 to 3.

Key words optical fiber, two parameters, sensor error.