

染料激光色立方模型定态性质的描述*

梅冬成 和永寿 郑家亮

云南大学物理系, 昆明 650091

中国科学院云南天文台, 昆明 650011

曹 力 吴大进

(华中理工大学激光技术国家实验室, 武汉 430074)

摘 要 应用一般形式的统一色噪声近似得到了染料激光色立方模型光强分布的福克-普朗克方程。导出了光强分布函数, 描述了光强涨落的实验和数值模拟结果以及色泵噪声对光强涨落的影响。

关键词 色泵噪声, 统一色噪声近似, 光强涨落。

1 引 言

染料激光的实验和理论研究^[1-10]都表明描述激光复场幅随时间演化的方程——朗之万方程必须同时包含量子噪声和泵噪声, 并且量子噪声为白噪声, 而泵噪声是色噪声, 它具有较长的关联时间。传统的小关联时间的色噪声理论^[11, 12]不能精确描述具有较强关联的色噪声性质。Jung 和 H nggi 提出的统一色噪声近似^[13, 14]对噪声关联时间没有限制, 但理论仅局限于一维系统。而激光系统由光强和相位描述, 是二维系统, 且统一色噪声近似理论不能直接用于激光问题。作者曾将它推广到多维的一般形式^[9], 用于研究激光的瞬态性质^[9, 10]。

Lett 等^[4]人用光子计数实验测到以平均光强为函数的归一化光强方差涨落中存在一个峰值。并且, 他们用染料激光色立方模型进行了 Monte Carlo 数值模拟, 模拟了这个在阈值以下的奇异光强涨落。Fox 和 Roy 应用一个新的朗之万方程以及 H nggi 等^[15]人提出的分解因子得到了该激光模型的定态光强分布函数^[16], 并用此分布函数计算了光强涨落。他们的结果与文献[4]中的测量值符合较好, 但是他们得到的光强分布在性质上与白泵噪声情况的光强分布几乎相同。文献[17]中的结果表明, 色泵噪声情形和白泵噪声情形的光强分布不同, 在光强不为零处有相对极值。这些结果被 Lett 等^[17]人用数值模拟进行了模拟, 并且用一种近似方法^[11]求出了光强分布, 定量地解释了这些结果。但是这种近似是在忽略量子噪声情况下建立的。Aguado 和 Miguel^[18]提出了一种在负泵参数情况下的解析计算, 得到的结果可描述奇异光强涨落以及当泵参数增加时在光强不为零处, 光强分布中会出现相对极值。他们的计算是

* 云南省教委科学基金资助课题。

收稿日期: 1996-10-23; 收到修改稿日期: 1997-04-07

文献[11]中近似方法的推广,已包含了量子噪声的效果。但是该近似法在阈值以上情况是不精确的,甚至失效。因为随着泵参数的增加,该近似法会出现负扩散。

本文首先用统一色噪声近似的一般形式推出激光色立方模型的福克-普朗克方程,进而导出定态光强分布,然后计算光强涨落并与实验结果比较,最后讨论色泵噪声对光强涨落的影响。

2 激光模型及其福克-普朗克方程

单模染料激光色立方模型为

$$\frac{d}{dt}E(t) = (a - A|E|^2)E + E_p(t) + q(t), \quad (1)$$

式中 E 为激光复场幅, a 为净增益, A 为自饱和系数, $p(t) = p_1(t) + ip_2(t)$ 为色泵噪声,其性质为

$$\langle \dot{p}_i(t) \rangle = 0, \quad \langle \dot{p}_i(t)p_1(t') \rangle = \frac{Q}{\tau} \delta_{ij} \exp\left[-\frac{|t-t'|}{\tau}\right], \quad (i, j = 1, 2) \quad (2)$$

式中 Q 为色泵噪声强度, τ 为噪声关联时间。 $q(t) = q_1(t) + iq_2(t)$ 为高斯白噪声,其性质为

$$\langle \dot{q}_i(t) \rangle = 0, \quad \langle \dot{q}_i(t)q_j(t') \rangle = D\delta_{ij}\delta(t-t'), \quad (i, j = 1, 2) \quad (3)$$

式中 D 为量子噪声强度。取极坐标 $E = \sqrt{I} \exp(i\varphi)$, I 为光强, (1) 式改写为:

$$\frac{dI}{dt} = 2(a - I)I + 2Ip_1(t) + 2\sqrt{I} \cos \varphi q_1(t) + 2\sqrt{I} \sin \varphi q_2(t), \quad (4)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = p_2(t) - \frac{1}{\sqrt{I}} \sin \varphi + \frac{1}{\sqrt{I}} \cos \varphi, \quad (5)$$

从(4)式和(5)式出发,采取一般形式的统一色噪声的近似可得光强分布函数 $P(I, t)$ 演化的福克-普朗克方程^[10]:

$$\frac{\partial}{\partial t}P(I, t) = -\frac{\partial}{\partial I}F(I)P(I, t) + \frac{\partial^2}{\partial I^2}G(I)P(I, t), \quad (6)$$

$$F(I) = \frac{2(a - AI)I}{C(I, \tau)} + \frac{2QI}{C(I, \tau)} \left[\frac{\partial}{\partial I} \frac{I}{C(I, \tau)} \right] + \frac{2D\sqrt{I}}{C(I, \tau)} \left[\frac{\partial}{\partial I} \frac{\sqrt{I}}{C(I, \tau)} \right] + \frac{D}{C(I, \tau)}, \quad (7)$$

$$G(I) = \frac{2QI^2}{C(I, \tau)^2} + \frac{2DI}{C(I, \tau)^2}, \quad (8)$$

$F(I)$ 为漂移函数,受 a 和 τ 的影响,但 $F(I)$ 取值不受限制; $G(I)$ 为扩散函数只能取正值,否则出现负扩散。(7) 式和(8) 式中 $C'(I, \tau) = 1 + 2A\tau I$, 对于 I 的整个值域 $C(I, \tau)$ 都取正值。从(8) 式可看出 $G(I)$ 不取负值,所以方程(6) 对 a 和 I 的全部值域都有效。

3 测量、模拟值与统一色噪声近似计算结果的比较

令方程(6) 左边为零,并利用(7) 式和(8) 式可得定态光强分布函数

$$P_1(I) = \exp\left[\int \frac{dI'[F(I') - G(I')]}{G(I')}\right] = N(D + QI)^{\beta(\tau)} (1 + \tau AI)^{\alpha(\tau)} \exp\left[-\frac{A}{Q} \left[(1 - 2a\tau) + \frac{2AD\tau}{Q^2} \right] I - \frac{A^2}{Q} \tau I^2\right], \quad (9)$$

其中

$$\beta(\tau) = -\frac{Q}{Q - 2AD\tau} + \frac{a}{Q} + \frac{AD}{Q^2} + \frac{AD}{Q} \left[1 - \frac{2a}{Q} - \frac{2AD}{Q^2} \right] \tau, \quad (10)$$

$$\alpha(\tau) = \frac{Q}{Q - 2AD\tau} \quad (11)$$

引入新的无量纲变量:

$$I' = I \sqrt{\frac{A}{D}}, \quad \tau' = \sqrt{DA} \tau, \quad a' = \frac{a}{\sqrt{DA}}, \quad Q' = \frac{Q}{\sqrt{DA}}, \quad (12)$$

把(9)~(11)式表示为:

$$P_1 = N \left(\frac{1}{Q} + I \right)^\beta (1 + 2\tau I)^\alpha \exp \left[-\frac{1}{Q} \left(1 - 2a\tau - \frac{2}{Q} \tau \right) I - \frac{\tau}{Q^2} I^2 \right], \quad (13)$$

$$\beta = -\frac{Q}{Q - 2\tau} + \frac{a}{Q} + \frac{1}{Q^2} + \frac{1}{Q} \left[1 - \frac{2a}{Q} - \frac{2}{Q^2} \right] \tau, \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{Q}{Q - 2\tau} \quad (15)$$

(13)~(15)式中新变量上的“”已经去掉, 本文后面所涉及量都应理解是新标度的无量纲变量。在 $\tau \rightarrow 0$ 的极限情况下, (13)式回到白泵噪声情形, 它和文献[19]中的(10)式完全一致。由于(8)式 $G(I, \tau) \geq 0$, 导致激光泵参数 a 的取值不被限制, 因此, (13)式可应用于 a 的整个值域, 即阈值以上和域值以下, 它可描述该激光模型在整个泵参数范围内的性质。

3.1 正泵参数情况

文献[17]中定态光强分布的模拟结果对应于正泵参数情况, 即阈值以上的情况。图1显示了从(13)式计算的定态光强分布, 它极其精确地再现了文献[17]中的模拟结果(在图形范围内看不到两者之间的差异)。从图1还可看出光强最可几分布不连续, 以及当 a 增加时, 在 $I \neq 0$ 处出现极大值。说明(13)式在阈值以上是精确的。它可精确描述该激光模型在阈值以上的定态性质。

3.2 负泵参数情况

对于负泵参数, 即阈值以下的情况, 光强涨落已由光子计数实验测得。Lett等人用Monte Carlo模拟拟合了测量数据。本文用定态光强分布(13)式计算光强涨落

$$\lambda(0) = \frac{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}{\langle I \rangle^2}, \quad (16)$$

$$\langle I^n \rangle = \int_0^{+\infty} I^n P_s(I) dI, \quad (n = 1, 2). \quad (17)$$

在图2中作了Lett等人的光强涨落 $\lambda(0)$ 的实验数据以及Monte Carlo模拟曲线, 画出了由(13)式和(16)式数值计算 $\lambda(0)$ 的曲线。图2表明, 在平均光强 $\langle I \rangle = 0.1$ 处, 实验数据, Monte Carlo曲线和由(13)和(16)式得到的曲线 $\lambda(0)$ 取极大值。文献[16]中的图2, 即用分解因子得到的 $\lambda(0)$ 曲线, 在 $\langle I \rangle < 0.1$ 处取得极大值; 文献[18]中的图1表明小 τ 近似得到的 $\lambda(0)$ 曲线在 $\langle I \rangle > 0.1$ 处取极大值, 都与Lett等人的结果在性质上不符合。另外, 从文献[16]

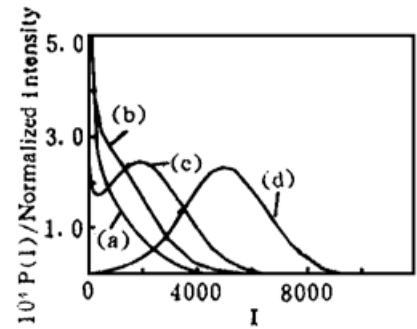


Fig. 1 Intensity stationary distributions calculated from Eq. (13) for the same parameters as the simulation of Ref. [17]; $Q = 5000$, $\tau = 10^{-3}$. Pump parameters a are (a) 400; (b) 1000; (c) 2100; (d) 5000

中图 2 可看出, 只在 $\langle I \rangle > 0.1$ 部份, $\lambda(0)$ 曲线与 Lett 等人的实验数据吻合较好; 从文献[18] 中图 1 可看出, 文献[18] 中的 $\lambda(0)$ 曲线和 Lett 等人的曲线不吻合。而本文图 2 表明, 由(13) 式和(16) 式得到的 $\lambda(0)$ 曲线, 在 $\langle I \rangle = 0.1$ 左端附近与 Lett 等人的实验数据符合极好。总的来说, 与实验数据比较, 本文的结果与以往的理论结果和实验数据都符合得较好的。

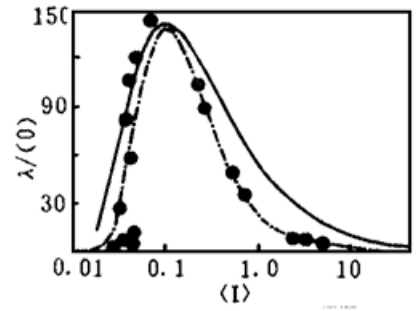


Fig. 2 Intensity fluctuation vs the mean intensity $\langle I \rangle$. —, calculated from intensity distribution Eq. (13) with $Q = 300, \tau = 0.2$, - · - · -, computer simulations by Lett *et al.* (Ref. [4]); ·····, the experimental data of Lett *et al.* (Ref. [4])

4 色泵噪声对光强涨落的影响

光强涨落 $\lambda(0)$ 作为泵参数 a 的函数对一些 τ 值的数值计算曲线显示在图 3 中。图 3 表明, 随着 a 的增加, $\lambda(0)$ 呈现出一个峰值, 这个峰值出现在 a 取负值处, 即阈值以下; 随着泵噪声关联时间 τ 的增大, $\lambda(0)$ 的峰值的高度减小, 而且峰的位置向较大的 a 值移动。 $\lambda(0)$ 作为 a 的函数对一些 Q 值的数值计算曲线显示在图 4 中, 从图 4 可看出, $\lambda(0)$ 的峰值出现在 a 的负值处; 随噪声强度 Q 的增加, 峰值高度增加, 而且峰的位置向较小的 a 值移动。

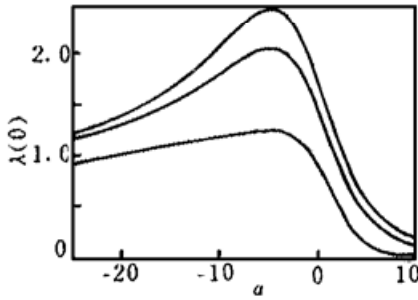


Fig. 3 Intensity fluctuations vs the pump parameter a . calculated from intensity distribution Eq. (13) with $Q = 4.26$ for (from bottom to top) $\tau = 1.0, 0.2, 0.1$

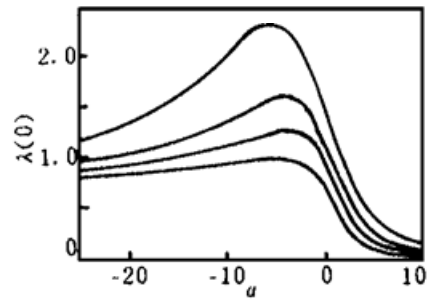


Fig. 4 Intensity fluctuations vs the pump parameter a . calculated from intensity stationary distribution Eq. (13) with $\tau = 0.1$ for (from bottom to top) $Q = 0.5, 1.32, 2.36, 4.26$

结 论 1) 色泵噪声关联增强使光强涨落减小, 色泵噪声强度增大使光强涨落增大; 2) 色泵噪声关联增强使光强涨落向高泵级移动, 而色泵噪声强度增大使光强涨落向低泵级移动, 但涨落只发生在阈值以下。

参 考 文 献

[1] R. Short, L. Mandel, R. Roy, Correlations of a dye laser: Comparison between theory and experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 1982, **49**(9) : 647~ 650
 [2] R. Graham, M. Hohnerback, A. Schenzle, Statistical properties of light from a dye laser. *Phys. Rev. Lett.*, 1982, **48**(19) : 1397~ 1399
 [3] S. N. Dixit, P. S. Sahni, Nonlinear stochastic processes driven by colored noise: Application to dye-laser statistics. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, **50**(17) : 1273~ 1276
 [4] P. Lett, R. Short, L. Mandel, Photon statistical of a dye laser far below threshold. *Phys. Rev. Lett.*, 1984, **52**(5) : 341~ 343

- [5] R. Roy, A. W. Yu, S. Zhu, Quantum fluctuation, pump noise and the growth of laser radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 1985, **55**(25) : 2794~ 2797
- [6] S. Zhu, A. W. Yu, R. Roy, Statistical fluctuation in laser transient. *Phys. Rev. (A)*, 1986, **34**(5) : 4333~ 4347
- [7] A. W. Yu, Govind, P. Agrawal, R. Roy, Noise propagation from pump to secondary laser. *Opt. Lett.*, 1987, **12**(10) : 806~ 808
- [8] Th. Leiber, P. Jung, Risken, Dye laser model with pump and quantum fluctuations: Colored noise. *Z. Phys. (B)*, 1987, **68**(1) : 123~ 133
- [9] Cao Li, Wu Dajin, Luo Xue Li, Effects of saturation in the transient process of a dye laser, III. The case of colored noise with large and small correlation time. *Phys. Rev. (A)*, 1993, **47**(1) : 57~ 70
- [10] 梅冬成, 曹力, 吴大进, 染料激光色立方模型的第一通过时间分布. 光学学报, 1994, **14**(3) : 237~ 242
- [11] J. M. Sancho, M. San Miguel, S. L. Kata *et al.*, Analytical and numerical studies of multiplicative noise. *Phys. Rev. (A)*, 1982, **26**(3) : 1589~ 1609
- [12] R. L. Statonovich, *Topics in the Theory of Random Noise*. New York, Gordon and Breach, 1963, **1**
- [13] P. Jung, P. Hanggi, A unified colored-noise approximation. *Phys. Rev. (A)*, 1987, **35**(10) : 4464~ 4467
- [14] P. Jung, P. Hanggi, Optical instabilities: New theories for colored-noise-driven laser instabilities. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1988, **5**(5) : 979~ 986
- [15] P. Hanggi, T. J. Mroczkowski, F. Moss *et al.*, Bistability driven by colored noise: Theory and experiment. *Phys. Rev. (A)*, 1985, **32**(1) : 695~ 698
- [16] F. Fox, R. Roy, Steady-state analysis of strongly colored multiplicative noise in dye laser. *Phys. Rev. (A)*, 1987, **35**(4) : 1838~ 1842
- [17] P. Lett, E. C. Gage, T. H. Chyba, Colored-noise-induced first-order phase transition in a single-mode dye laser. *Phys. Rev. (A)*, 1987, **35**(2) : 746~ 751
- [18] M. Aguado, M. San Miguel, Analysis of a dye-laser model including quantum noise. *Phys. Rev. (A)*, 1988, **37**(2) : 450~ 455
- [19] M. R. Young, S. Singh, Effects of multiplicative white noise on laser light fluctuations. *Phys. Rev. (A)*, 1988, **38**(1) : 238~ 244

Description of Stationary Properties for the Dye-Laser Colored Cubic Model

Mei Dongcheng He Yongshou Zheng Jialiang

Department of Physics, Yunnan University, Kunming 650091
Yunnan Observatory, The Chinese Academy of Sciences, Kunming 650011

Cao Li Wu Dajin

(National Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(Received 23 October 1996; revised 7 April 1997)

Abstract A generalized form of unified colored-noise approximation is applied to obtain the Fokker-Plank equation for intensity distributions of the dye-laser colored cubic model. Analytic expression for the intensity distribution is derived. The experimental and simulation results of intensity fluctuation and the influence of colored pump noise on intensity fluctuation are described.

Key words colored pump noise, unified colored noise approximation (UCNA), intensity fluctuation.