

# 同步辐射 X 光束空间相干性的物理分析

朱佩平 唐鄂生 崔明启

(中国科学院北京高能物理所同步辐射室, 北京 100039)

**摘 要** 从量子力学的不确定原理出发, 推导出光源相干性和光束相干性的关系, 并应用所得的结论对同步辐射 X 光束的空间相干性进行了物理分析, 讨论了 X 光相干光学实验对 X 光束的一些要求。

**关键词** 同步辐射, X 光束, 空间相干性。

## 1 引 言

同步光源为 X 光相干光学提供了目前最好的光束<sup>[1, 2]</sup>, 使得很多以前没有条件做的实验取得了漂亮结果。例如, 同步辐射 X 光全息术和同步辐射 X 光扫描显微镜的空间分辨已达到  $50 \text{ nm}$ <sup>[3-5]</sup>。尽管如此, 同步光源(包括第三代同步光源)仍然属于部分相干光源。为了最大限度地利用同步光源所提供的相干资源, 有必要对同步辐射 X 光束的相干性作一分析。本文的目的就在于此, 并应用分析所得的结果, 讨论 X 光相干光学实验对 X 光束的一些要求。

## 2 同步辐射 X 光束相干性的分析

### 2.1 不确定原理与光相干性的描述

光的相干性包括光源的相干性和光束的相干性两个概念。描述光源相干性的物理量是一个光量子态上占据的光子数。描述光束相干性的物理量是相干体积的大小和形状。和相干光学实验直接有关的是光束的相干性, 它取决于光源的相干性以及滤波与聚焦等光学元件。光束的相干性又包括两部分, 时间相干性和空间相干性。时间相干性又称为纵向相干性, 它是描述光束平行于传播方向的相干性的, 其物理量是相干长度。空间相干性又称为横向相干性, 它是描述光束垂直于传播方向的相干性的, 其物理量是相干宽度。

经典物理认为光束是众多传播方向相近的波列组成, 这些波列的平均长度就是相干长度, 而其平均宽度就是相干宽度。平行于传播方向的相干长度和垂直于传播方向的相干宽度构成了光束的相干体积。

量子力学认为光束是大量传播方向相近的光子组成, 每个光子在传播过程中都有一个不确定的坐标空间, 在这个空间内部, 光子的几率不等于零, 而在这个空间的边界到外部, 光子的几率按照振荡的方式急剧降为零。光子的这个不确定的坐标空间是由光子几率波的性质

所决定的, 其大小和形状可根据不确定原理导出。因此, 经典物理中的波列实际上是几率波的波列。

根据经典物理和量子力学对光束认识的对应关系, 下面从量子力学的不确定原理出发, 推导出光源的相干相空间, 并指出光束的时间相干性和空间相干性与光源相干相空间的关系。

设平均动量为  $p_z$  的光子束沿  $z$  轴传播,  $\Delta x$  和  $\Delta y$  分别为 X 光子在  $x$  轴和  $y$  轴方向上的坐标不确定量,  $\Delta x'$  和  $\Delta y'$  分别为 X 光子偏离  $z$  轴的角度不确定量,  $\Delta p_x$  和  $\Delta p_y$  分别为相应的动量不确定量。根据量子力学中的不确定原理

$$\Delta x \Delta p_x \geq h \quad (1)$$

和

$$\Delta x' = \frac{\Delta p_x}{p_z} \quad (2)$$

有

$$\Delta x \Delta x' = \Delta x \frac{\Delta p_x}{p_z} \geq \lambda \quad (3)$$

于是就得到光束在  $x$  轴方向上的相干宽度

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{\Delta x'} \quad (4)$$

同理有

$$\Delta y \Delta y' \geq \lambda \quad (5)$$

光束在  $y$  轴方向上的相干宽度为

$$\Delta y \approx \frac{\lambda}{\Delta y'} \quad (6)$$

按照量子力学的观点,

$$\Delta x \Delta x' \Delta y \Delta y' = \lambda^2 \quad (7)$$

构成光子在横向活动的最小四维相空间, 称为一个横向模式的四维相体积。最小四维相空间中, 其中二维是坐标空间, 另外二维, 若按照几何描述就是角度空间, 若按照物理描述, 则是动量空间。根据量子力学的观点, 处于同一个横向模式中的两个光子在横向上是不可分辨的, 是横向相干(空间相干)的。因此, 光子横向活动的最小四维相空间就称为横向相干相空间。四维横向相干相空间中的二维坐标空间就是光束的相干面积, 而二维角度空间则描述光束的准直性。同步辐射横向相干光子通量  $F_c$  就等于 X 光源的亮度  $B_n$  与横向相干相空间的乘积:

$$F_c = B_n \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 \quad (8)$$

上式中, 横向相干通量所占据的四维相空间之所以是  $(\lambda/2)^2$  而不是  $\lambda^2$  是为了确保足够高的相干度。

按照相似的推理, 可以得到纵向相干相空间,

$$\Delta z \frac{\Delta p_z}{p_z} = \Delta z \frac{\Delta v}{v} \geq \lambda \quad (9)$$

将上式两边同除以光速  $c$ , 就可得到纵向相干空间的另一表达式,

$$\Delta t \frac{\Delta \nu}{\nu} \geq T \quad (10)$$

上式中  $T$  为光传播一个波长距离所需的时间。于是又可以得到光束在传播方向上的相干长度和相干时间

$$\Delta z \approx \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} \quad (11)$$

$$\Delta t \approx \frac{1}{\Delta \nu} \quad (12)$$

根据量子力学的观点,处于同一个纵向相干空间中的两个光子在纵向上是不可分辨的,是纵向相干(时间相干)的。纵向相干相空间中的一维坐标空间就是光束的相干长度,而另一维则是光束的相对带宽。

将四维横向相干相空间和二维纵向相干相空间相乘,就得到光源的六维相干相空间,它与波长的三次方成正比,即

$$\Delta x \Delta x' \Delta y \Delta y' \Delta z \frac{\Delta \nu}{\nu} = \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z}{p^3} = \lambda^3 \quad (13)$$

或

$$\Delta x \Delta x' \Delta y \Delta y' \Delta t \frac{\Delta \nu}{\nu} = \lambda^2 T = \frac{\lambda^3}{c} \quad (14)$$

量子力学认为,六维相干相空间描述同态光子的活动区域,也是一个光量子态在六维相空间中的态体积。在这个态体积中,其中三维坐标空间就是光束的相干体积。

根据以上讨论可知,光源的相干相空间是一个不变量,这就为进行相干光学实验的物理学家提供了指导:为了获得大的相干的三维坐标空间,就必须缩小另外三维空间。比如说,为了获得大的相干面积,就必须降低光束传播方向的不确定性;为了获得长的相干长度,就必须缩小光束的带宽。

## 2.2 同步光源的谱亮度与相干性

谱亮度是衡量同步光源发展水平的最重要标志,它表示六维相空间中单位相体积内所具有的光子数。因此,谱亮度与六维相干相空间的乘积,表示一个光量子态上占据的光子数。目前第三代同步辐射装置中波荡器的谱亮度已达到  $10^{19}$  数量级,下面估算谱亮度为  $10^{19}$  数量级的“水窗”软 X 光源的一个光量子态上究竟有多少个同态光子,“水窗”软 X 波段的中心波长取为 3 nm,因而同态光子数为

$$\begin{aligned} N &= \frac{10^{19}(\text{photons})}{s(\text{mm}^2)(\text{mrad})^2 0.1\% \text{BW}} \frac{\lambda^3}{c} \\ &= \frac{10^{19}(\text{photons})}{s(\text{mm}^2)(\text{mrad})^2 0.1\% \text{BW}} \frac{[3 \text{ nm}(\text{rad})]^3}{3 \times 10^{11}(\text{mm})\text{s}^{-1}} \\ &= 0.9(\text{photons}) \end{aligned} \quad (15)$$

式中 BW 为带宽。由此看出,当谱亮度一定时,一个光量子态上占据的光子数与光波长的 3 次方成正比,波长愈短,同态光子数愈少。这也说明要进行短波长相干光学研究,发展高亮度光源是多么重要。上面的估算说明,第三代同步辐射装置波荡器只能称为部分相干 X 光源,还不能称为完全相干 X 光源。从物理上说,在电子存储环上波荡器中电子束团内的每个单电子在不同的周期磁极处辐射的光子是相干的,其振幅相互叠加,形成谱宽很窄的辐射光。然而,电子束内各单电子的辐射光子之间是独立的、不相干的。目前正在开展对谱亮度

更高的光源(也称 X 光自由电子激光器)的研究,其关键是将能辐射光子的大量电子压缩进入微电子束团,这种微电子束团的六维相体积的大小应与一个光量子态的相体积同数量级,即与  $\lambda^3$  同数量级( $\lambda$  为辐射光子的波长,不是电子的波长)。此时,各电子辐射的光子就能同处于一个光量子态的相体积中,从而大幅度增加占据一个光量子态的光子数。可以预见,这种同步光源将是高度相干的 X 光源,其辐射的 X 光束将具有激光束的性质。由于电子是费米子,占据一个电子量子态的电子数的上限为 1,再加上电子之间的静电斥力,所以产生并维持以接近光速运动的微电子束团需要克服很多理论和技术上的困难。

### 2.3 同步辐射光束的空间相干性

一般而言,对减小谱宽提高时间相干性比较容易认识清楚,然而对降低传播方向的不确定性提高空间相干性的认识却常有模糊。这其中的原因在于时间相干性只涉及一维坐标空间,而空间相干性则要涉及到二维坐标空间。

同步辐射 X 光束的空间相干性取决于同步光源的横向模式和光束线中的光学元件。不论是弯铁、扭摆器还是波荡器,其输出的 X 光束都有一个特点:在垂直于磁场的平面,输出横向模式多,而在平行于磁场的方向,输出的横向模式少,如图 1 所示(因为是示意图,所以画得有些夸大)。图中  $\Delta x$  和  $\Delta y$  分别表示 X 光束在  $x$  轴方向和  $y$  轴方向的宽度,

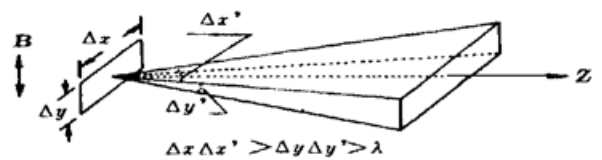


Fig. 1 The schematic of X-ray beam from the synchrotron radiation

$\Delta x'$  和  $\Delta y'$  分别表示 X 光束在  $x$  轴方向和  $y$  轴方向的角宽度。为了和同步辐射横向相干通量的计算公式(8)式相一致,下面在进行横向模式分析时,横向相干相空间取为  $(\lambda/2)^2$ 。

以横向模式输出较少的第三代同步辐射装置中的波荡器为例,在垂直于磁场的  $x$  轴方向,约有 30 个横向模式输出,即

$$\frac{\Delta x \Delta x'}{\lambda/2} \approx 30 \quad (16)$$

而在平行于磁场的  $y$  轴方向,约有 7 个横向模式输出(参考上海同步光源设计),即

$$\frac{\Delta y \Delta y'}{\lambda/2} \approx 7 \quad (17)$$

因而总共约有 200 个横向模式输出。在这 200 个横向模式中,各模式之间是空间非相干的,仅仅在单个模式内部的光子才是空间相干的。对于一些 X 光相干光学实验而言,比如 X 光全息术和 X 光扫描显微镜,只能利用一个横向模式 X 光束的照射,因而必须从 200 个横向模式中挑选一个,而将其余的绝大多数模式用光阑滤除。

## 3 X 光相干光学对 X 光束的一些要求

由于 X 光相干光学实验仅能利用同步辐射 X 光源中的很少一部分能量,所以这部分可利用的相干光能量就显得特别珍贵。为了能既不浪费又充分利用相干光能量,不但需要对 X 光束进行滤波,而且必须对滤波所选的横向模式进行整形,使其与相干光学元件相匹配。

### 3.1 软 X 光波带片扫描显微镜对 X 光束的要求

一般而言,波荡器输出的横向模式在  $x$  及  $y$  轴方向是不对称的,即

$$\Delta x \neq \Delta y, \quad \Delta x' \neq \Delta y' \quad (18)$$

而一些 X 光相干光学实验则必须要求具有对称横向模式的 X 光束照射。例如, 软 X 光扫描显微镜中的波带片就要求

$$\Delta x = \Delta y, \quad \Delta x' = \Delta y' \quad (19)$$

如果不能满足这个要求, 就会发生如图 2 所示的情况。

在图 2(a) 中, 单一横向模式只照射了波带片的一部分, 或者说, 照射波带片的横向模式不止一个, 因而波带片的聚焦斑会大于衍射极限。在图 2(b) 中, 虽然单一横向模式照满了波带片, 但是却浪费了宝贵的相干资源。此外, 在图 2 的两种情况下, 聚焦斑在  $x$  轴方向的宽度和在  $y$  轴方向的宽度不相等, 这将导致软 X 光扫描显微镜在  $X$  轴方向的空间分辨和  $y$  轴方向的空间分辨不相等。作为比较, 图 3 描绘出了对称横向模式照射波带片的情况, 从图中可以看出, 波带片不但充分利用了相干资源, 而且可以获得达到衍射极限的对称聚焦斑。这种情况是作者所期望的, 也是在相干光学设计中需要认真考虑的。

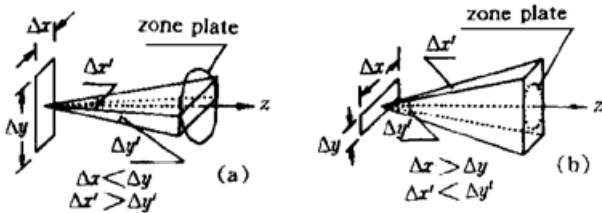


Fig. 2 The schematic of the zone plate illuminated with an unsymmetric transverse mode

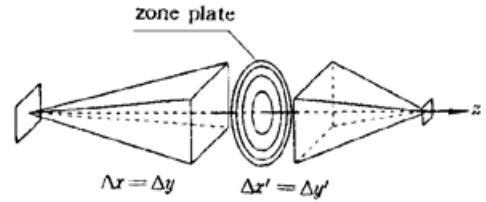


Fig. 3 The schematic of the zone plate illuminated with a symmetric transverse mode

### 3.2 X 光全息术对 X 光束的要求

利用同步辐射 X 光束已成功拍摄了同轴全息图和无透镜傅里叶变换全息图, 其他种类的 X 光全息术也正在发展中。由于同轴全息图相对于  $z$  轴具有旋转对称性, 因而同轴全息图要求对称的横向模式照射。无透镜傅里叶变换全息图是利用波带片作为分束元件, 因而也要求对称的横向模式照射。

### 3.3 X 光双缝干涉对 X 光束的要求

不是所有的相干光学实验都需要单一的横向模式照射, 象双缝干涉之类的相干光学实验, 仅需要垂直于缝方向的空间相干性, 而对平行于缝方向不做任何要求。因此, 只要在垂直于缝方向满足单一横向模式的照射, 而在平行于缝方向可用多个横向模式照射。用这种 X 光束做双缝干涉实验的优点是可以缩短曝光时间。

**总 结** 对于光源来说, 一个光量子态上占据的光子数愈多, 光源的相干性就愈好。然而这并不意味着那些一个光量子态上光子数小于 1 的光源, 不能被用来做相干光学实验。引言中提到的两个 X 光全息实验, 都是利用一个光量子态上光子数远小于 1 的第二代同步光源做的。相干光学实验中所谓的非相干光是指那些光量子态数目极多、而每个光量子态的坐标空间(相干体积)又极小的光束; 相反, 相干光是指那些光量子态数目少(最好是一个光量子态)、每个光量子态的坐标空间超过了实验所需求的那些光束。原则上, 不论光源的相干性如何差, 如果能从众多的光量子态中, 用滤波的方法过滤出一个光量子态, 并使其具有足够大的坐标空间, 便可在这个坐标空间内进行全息等一系列相干光学实验。光源的相干性在其中的作用是, 每个光量子态上的光子数愈多, 相干光学实验可以进行得愈快。实际上, 由于光源相干性太差, 所需要的曝光时间太长, 常会使产生的干涉条纹被大地和光学平台的振动所

淹没。

相干光学的非常重要的问题是如何对光束进行整形, 使一个光量子态的坐标空间与实验所需的相干体积大小和形状基本相等。这个问题关系到是否能充分利用已有光源所能提供的相干资源。比如, 单模激光束在扩束之前, 其相干宽度与光束直径相同, 仅为毫米量级, 不能用来对空间间隔为厘米量级的双缝做干涉实验。人们在 X 光全息实验中, 为了提高 X 光全息图的分辨率<sup>[6]</sup>, 总是在寻求大的相干面积。上述问题对于在同步辐射装置中建造用于相干光学研究的光束线也同样重要。束线设计者应能做到在减小光束带宽获得足够的相干长度的同时, 对光束在垂直于传播方向进行滤波和整形, 获得所需的相干面积, 以最少的光学元件, 获得最大的相干光功率的输出。

### 参 考 文 献

- [1] 洗鼎昌, 神奇的光——同步辐射. 长沙, 湖南教育出版社, 1994: 63~ 71
- [2] 唐鄂生, 北京同步辐射装置十年回顾与十年展望. 现代物理知识, 1992, 4(1): 15~ 17
- [3] C. Jacobsen, M. Howells, J. Kirz *et al.*, X-ray holographic microscopy using photoresists. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1990, 7(10): 1847~ 1861
- [4] I. McNulty, J. Kirz, C. Jacobsen *et al.*, High-resolution imaging by Fourier transform X-ray holography. *Science*, 1992, 256(5059): 1009~ 1012
- [5] J. Kirz, C. Jacobsen, M. Howells, Soft X-ray microscopy and their biological applications. *Quarterly Reviews of Biophysics*, 1995, 28(1): 33~ 130
- [6] 朱佩平, 陈建文, 徐至展等, 相干性对 X 光全息图分辨率的影响. 光学学报, 1994, 14(11): 1166~ 1171

## Analyses of Spatial Coherence of X-Ray Beam from the Synchrotron Radiation

Zhu Peiping      Tang Esheng      Cui Mingqi

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

(Received 7 February 1997)

**Abstract** According to the uncertainty principle in quantum mechanics, the relationship between the coherence of a light source and its light beam is discussed. The spatial coherence of X-ray beam from the synchrotron radiation is analysed. Some requirements for X-ray beam in the experiment of X-ray coherent optics is presented.

**Key words** synchrotron radiation, X-ray beam, spatial coherence.