

非简并拉曼过程中交流斯塔克位移 对原子反转的影响

敖胜美 曾高坚 周石伦
(湖南师范大学物理系, 长沙 410006)

摘 要 利用修正后的有效哈密顿量计算非简并拉曼(Raman)过程中原子反转的演化, 并研究交流斯塔克(Stark)位移对拉比(Rabi)振荡的崩溃和再生的影响。结果发现, 交流斯塔克位移的存在使得非简并拉曼过程中原子反转的崩溃与再生现象呈现较好的周期性, 并且拉比振荡的频率和振幅均受交流斯塔克位移的影响。

关键词 非简并拉曼过程, 交流斯塔克位移, 原子反转, 拉比振荡。

1 引 言

近十年来, 许多作者研究了 J-C 模型中原子的动力学行为, 并证明其行为会出现周期性的崩溃与再生效应^[1-3]。拉曼耦合 J-C 模型是量子光学中基本的模型之一, 近年也吸引了许多人的关注。对于简并拉曼耦合模型已有不少作者研究报告, 如原子反转的崩溃与再生效应^[4, 5]、场熵演化^[4]、布居俘获^[6]、偶极作用对崩溃与再生的影响^[7]、斯塔克位移对原子反转及场熵的影响^[8]等等。非简并拉曼相互作用是指 Λ 型三能级原子与双模场的耦合作用。当原子高能级与两个非简并低能级之间的跃迁频率远离双模场共振频率时(即原子-场大失谐时), 高能级可被绝热删除。两低能级经由一虚拟中间态相互作用, 这便是等效二能级原子与双模场相互作用的拉曼耦合模型。以往对该耦合系统的研究大多忽略了斯塔克位移的影响, 而实际上, 原子能级的斯塔克位移是存在的, 甚至可能对原子-场的量子特性有较大影响。最近 Zhang 在非简并拉曼耦合 J-C 模型中考虑原子能级的交流斯塔克位移, 给出了修正后的有效哈密顿量^[9]。本文从修正后的有效哈密顿量出发, 研究在非简并拉曼耦合模型中能级的斯塔克位移对原子反转的崩溃与再生的影响, 并对原子不同的初态情况加以讨论。

2 非简并拉曼过程中原子的反转

非简并拉曼耦合模型中, Λ 型原子的两个非简并低能级 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 经由一虚高能级 $|i\rangle$ 分别与双模量子场 ω_1 和 ω_2 相互作用, 产生拉曼跃迁, 其系统能级如图 1 所示。在原子-场失谐较大的条件下, 考虑交流斯塔克位移, 系统有效哈密顿量在相互作用表象中为^[9]($\hbar = 1$):

$$H_1 = g(a_1^\dagger a_2 \sigma_{12} + \sigma_{21} a_2^\dagger a_1) + \beta_1 a_1^\dagger a_1 \sigma_{11} + \beta_2 a_2^\dagger a_2 \sigma_{22}. \quad (1)$$

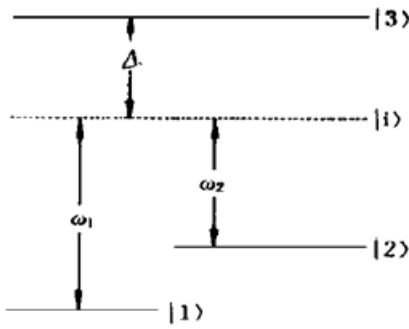


Fig. 1 Level scheme for non-degenerate Raman-coupled model

式中 $\sigma_{jk} = |j\rangle\langle k|$ 为原子算符, E_j 为与能级 $|j\rangle$ 对应的能量 ($j, k = 1, 2, 3$), a_1^\dagger (a_1) 和 a_2^\dagger (a_2) 分别为场模 ω_1 和 ω_2 的产生(消灭)算符, 而 $\beta_k = -g_k^2/\Delta$ 为原子能级 $|k\rangle$ 的斯塔克位移参数, $g = -g_1g_2/\Delta$ 和 g_k ($k = 1, 2$) 为原子-场耦合常数, $\Delta (= E_3 - E_1 - \omega_1 = E_3 - E_2 - \omega_2)$ 为原子-场失谐量。

初始时刻, 设双模场处于相干态, 即

$$|\alpha\rangle = \sum_{n_1, n_2} P_{n_1, n_2} |n_1, n_2\rangle, \quad P_{n_1, n_2} = q_{n_1} q_{n_2}, \quad (2)$$

$$q_{n_1} = \exp(-\bar{n}_1/2) (\bar{n}_1^{n_1}/n_1!)^{1/2} \exp(in_1\phi_1),$$

$$q_{n_2} = \exp(-\bar{n}_2/2) (\bar{n}_2^{n_2}/n_2!)^{1/2} \exp(in_2\phi_2), \quad (3)$$

式中 \bar{n}_i 和 ϕ_i 分别为光场 ω_i 的平均光子数和相位 ($i = 1, 2$), 则双模光场的总平均光子数为 $\bar{n} = \bar{n}_1 + \bar{n}_2$; 而原子处于两低能级的迭加态, 即

$$|s\rangle = \cos(\theta/2)|2\rangle + \exp(i\eta) \sin(\theta/2)|1\rangle, \quad (4)$$

式中 θ 反映原子两低能级间的激发程度, η 为两低能级间的位相关系。在拉曼跃迁过程中, 双模场总光子数保持恒定, 则系统的初始态可表为

$$|\psi(0)\rangle = \sum_{n_1, n_2} [P_{n_1-1, n_2+1} \cos \frac{\theta}{2} |2, n_1-1, n_2+1\rangle + P_{n_1, n_2} \exp(i\eta) \sin \frac{\theta}{2} |1, n_1, n_2\rangle], \quad (5)$$

通过计算, 得到任意 t 时刻系统的态函数

$$|\psi(t)\rangle = \exp(-iHt)|\psi(0)\rangle = \sum_{n_2=0}^{\infty} \sin \frac{\theta}{2} \exp(i\eta) P_{0, n_2} |1, 0, n_2\rangle + \sum_{n_1=0}^{\infty} \cos \frac{\theta}{2} P_{n_1, 0} |2, n_1, 0\rangle + \sum_{n_1=1, n_2=0}^{\infty} [A_{n_1, n_2} |1, n_1, n_2\rangle + B_{n_1, n_2} |2, n_1-1, n_2+1\rangle], \quad (6)$$

其中
$$A_{n_1, n_2} = \cos \frac{\theta}{2} P_{n_1-1, n_2+1} \frac{\gamma \sqrt{n_1(n_2+1)}}{\gamma^2 n_1 + n_2 + 1} [\exp(-i\Omega_{n_1, n_2} t) - 1] + \sin \frac{\theta}{2} \frac{\exp(i\eta) P_{n_1, n_2}}{\gamma^2 n_1 + n_2 + 1} [n_2 + 1 + \gamma^2 n_1 \exp(-i\Omega_{n_1, n_2} t)], \quad (7)$$

$$B_{n_1, n_2} = \cos \frac{\theta}{2} \frac{P_{n_1-1, n_2+1}}{\gamma^2 n_1 + n_2 + 1} [\gamma^2 n_1 + (n_2 + 1) \exp(-i\Omega_{n_1, n_2} t)] + \sin \frac{\theta}{2} \frac{\exp(i\eta) P_{n_1, n_2} \gamma \sqrt{n_1(n_2+1)}}{\gamma^2 n_1 + n_2 + 1} [\exp(-i\Omega_{n_1, n_2} t) - 1], \quad (8)$$

$$\gamma = \left(\frac{\beta_1}{\beta_2}\right)^{1/2}, \quad \Omega_{n_1, n_2} = n_1\beta_1 + (n_2 + 1)\beta_2 = \frac{\gamma^2 n_1 + n_2 + 1}{\gamma} g. \quad (9)$$

由于绝热消除了高能级 $|3\rangle$, 系统等效于一个二能级原子-场系统, 而等效二能级原子的反转算符为 $\hat{W} = |2\rangle\langle 2| - |1\rangle\langle 1|$, 利用(6)式得到原子反转的时间演化

$$\hat{W}(t) = \psi(t) \hat{W} \psi(t) =$$

$$\sum_{n_1=0}^{\infty} |P_{n_1, 0}|^2 \cos^2(\theta/2) - \sum_{n_2=0}^{\infty} |P_{0, n_2}|^2 \sin^2(\theta/2) + \sum_{n_1=1, n_2=0}^{\infty} [|B_{n_1, n_2}|^2 - |A_{n_1, n_2}|^2]. \quad (10)$$

根据(7)式和(8)式, 计算得出

$$\begin{aligned} |B_{n_1, n_2}|^2 - |A_{n_1, n_2}|^2 &= (\cos^2(\theta/2) |P_{n_1-1, n_2+1}|^2 - \sin^2(\theta/2) |P_{n_1, n_2}|^2) \times \\ &\quad \left[\frac{(\mathcal{Y}^2 n_1 - n_2 - 1)^2}{(\mathcal{Y}^2 n_1 + n_2 + 1)^2} + \frac{4\mathcal{Y}^2 n_1 (n_2 + 1)}{(\mathcal{Y}^2 n_1 + n_2 + 1)^2} \cos \Omega_{n_1, n_2} t \right] + \\ &\quad 2 \sin \theta |P_{n_1, n_2}| |P_{n_1-1, n_2+1}| \mathcal{Y} \sqrt{n_1 (n_2 + 1)} \times \\ &\quad \left[\frac{(\mathcal{Y}^2 n_1 - n_2 - 1) \cos \phi}{(\mathcal{Y}^2 n_1 + n_2 + 1)^2} (\cos \Omega_{n_1, n_2} t - 1) + \frac{\sin \phi \sin \Omega_{n_1, n_2} t}{\mathcal{Y}^2 n_1 + n_2 + 1} \right], \quad (11) \end{aligned}$$

其中 $\phi = \eta + \phi_1 - \phi_2$, 它反映了原子-场之间的相位关系。将(11)式代入(10)式, 并利用(2)式和(3)式, 最终可得到原子反转函数

$$\begin{aligned} W(t) &= \exp(-\bar{n}_1) \cos^2 \theta/2 - \exp(-\bar{n}_2) \sin^2(\theta/2) + \\ &\quad \exp(-\bar{n}) \sum_{n_1=1, n_2=0}^{\infty} \frac{\bar{n}_1^{n_1} \bar{n}_2^{n_2}}{n_1! n_2!} \left[\frac{n_1 \bar{n}_2}{(n_2 + 1) \bar{n}_1} \cos^2(\theta/2) - \sin^2(\theta/2) \right] \times \\ &\quad \left[\frac{(\mathcal{Y}^2 n_1 - n_2 - 1)^2}{(\mathcal{Y}^2 n_1 + n_2 + 1)^2} + \frac{4\mathcal{Y}^2 n_1 (n_2 + 1)}{(\mathcal{Y}^2 n_1 + n_2 + 1)^2} \cos \Omega_{n_1, n_2} t \right] + \\ &\quad 2\mathcal{Y} \sin \theta \exp(-\bar{n}) \sum_{n_1=1, n_2=0}^{\infty} \frac{\bar{n}_1^{n_1-1/2} \bar{n}_2^{n_2+1/2}}{(n_1 - 1)! n_2!} \times \\ &\quad \left[\frac{(\mathcal{Y}^2 n_1 - n_2 - 1) \cos \phi}{(\mathcal{Y}^2 n_1 + n_2 + 1)^2} (\cos \Omega_{n_1, n_2} t - 1) + \frac{\sin \phi \sin \Omega_{n_1, n_2} t}{\mathcal{Y}^2 n_1 + n_2 + 1} \right]. \quad (12) \end{aligned}$$

3 数字计算及讨论

由(12)式可知, 在拉曼耦合系统中, 原子反转不仅与原子初始状态(θ)、原子-场相位(ϕ)有关, 还与斯塔克位移参量[$\mathcal{Y} = (\beta_1/\beta_2)^{1/2}$]有关。为了反映交流斯塔克位移对原子反转的影响, 首先考虑忽略交流斯塔克位移的情况下原子反转的演化, 其次, 考虑 \mathcal{Y} 取不同量值时交流斯塔克位移对原子反转的影响。为简便起见, 在本节所有数字计算中, 取平均光子数为 $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}/2 = 10$ 。

3.1 忽略交流斯塔克位移的情形

若不考虑交流斯塔克位移, 即 $\beta_1 n_1 - \beta_2 (n_2 + 1) = 0$ [或 $\mathcal{Y}^2 = (n_2 + 1)/n_1$] 时^[10], (12)式简化为

$$\begin{aligned} W(t) &= \exp(-\bar{n}/2) \cos \theta + \exp(-\bar{n}) \sum_{n_1, n_2=1}^{\infty} \frac{(\bar{n}/2)^{n_1+n_2-1}}{n_1! n_2!} \{ [n_1 \cos^2(\theta/2) - \\ &\quad n_2 \sin^2(\theta/2)] \cos(2\sqrt{n_1 n_2} g t) + \sin \theta \sin \phi \sqrt{n_1 n_2} \sin(2\sqrt{n_1 n_2} g t) \}. \quad (13) \end{aligned}$$

利用数字计算来求(13)式, 其结果如图2所示。显而易见, 在忽略交流斯塔克位移的情况下, 拉曼耦合系统的原子反转的溃崩与再生现象远不具有完美的周期性, 并且当 $\phi \neq 0$ (或 π) 时, θ 对原子反转的崩溃和再生的影响不太明显[见图2(a), 图2(b)和图2(c)], 而当 $\phi = 0$ (或 π) 时, 反映原子初态分布的相位 θ 就明显地影响原子反转中拉比振荡的振幅, 当 $\theta = \pi/2$

时, 这种影响是最大的, 振幅等于零[见图 2(d)], 即崩溃和再生的现象消失了。

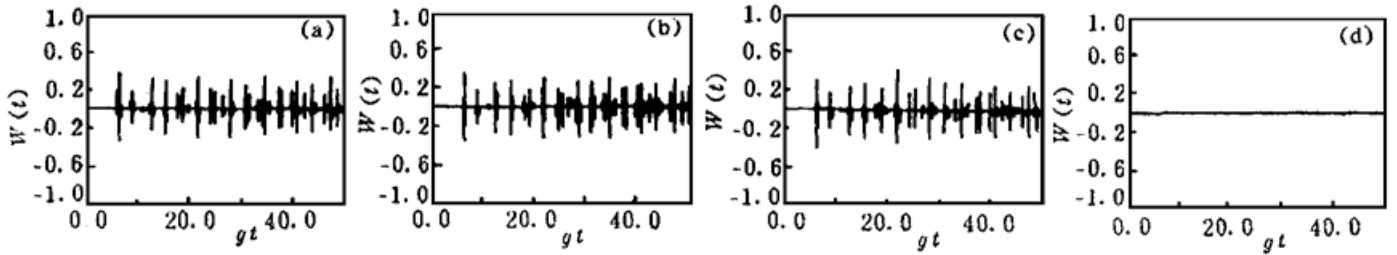


Fig. 2 The evolution of the atom inversion in the absence of AC-Stark shift for $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}/2 = 10$, (a) $\theta = 0$, (b) $\theta = \pi$, (c) $\theta = \pi/2$, $\phi = \pi/2$, (d) $\theta = \pi/2$, $\phi = 0$

3.2 考虑交流斯塔克位移的影响

当考虑交流斯塔克位移情况下, 对原子不同初态计算原子反转的时间演化[即(12)式]。

3.2.1 原子初态为激发态或基态的情形

如果原子初时处于激发态(即 $\theta = 0$) 或者处于基态($\theta = \pi$), 则(12)式化为

$$W(t) = \exp(-\bar{n}/2) + \exp(-\bar{n}) \sum_{n_1, n_2=1}^{\infty} \frac{(\bar{n}/2)^{n_1+n_2-1}}{(n_1-1)!n_2!} \times \left[\frac{(\gamma^2 n_1 - n_2)^2}{(\gamma^2 n_1 + n_2)^2} + \frac{4\gamma^2 n_1 n_2}{(\gamma^2 n_1 + n_2)^2} \cos\left(\frac{\gamma^2 n_1 + n_2}{\gamma} gt\right) \right]. \quad (14)$$

或

$$W(t) = -\exp(-\bar{n}/2) - \exp(-\bar{n}) \sum_{n_1, n_2=1}^{\infty} \frac{(\bar{n}/2)^{n_1+n_2-1}}{n_1!(n_2-1)!} \times \left[\frac{(\gamma^2 n_1 - n_2)^2}{(\gamma^2 n_1 + n_2)^2} + \frac{4\gamma^2 n_1 + n_2}{(\gamma^2 n_1 + n_2)^2} \cos\left(\frac{\gamma^2 n_1 + n_2}{\gamma} gt\right) \right]. \quad (15)$$

对(14)式作数字计算, 结果如图 3 所示。图 3 中的(a), (b), (c) 三图分别对应着 $\gamma = 1, 0.5, 0.3$ 的情形。将图 3 和图 2(a) 进行比较, 交流斯塔克位移的影响是明显的。首先, 有交流斯塔克位移时, 原子反转的崩溃与再生现象显示出较完美的周期性; 其次, 交流斯塔克位移参量影响着拉比振荡的频率和振幅, 当 γ 减小时, 拉比振荡的频率和振幅都随之变小; 另外, γ 的量值还影响拉比振荡曲线的位置, 如图 3 所示, 它随 γ 的减小而向上移动。比较(14)式和(15)式可知, 若对(15)式作同样的计算, 人们会得到上述相似的结果, 不同的是当 γ 减小时, 拉比振荡曲线的位置将向下移动。

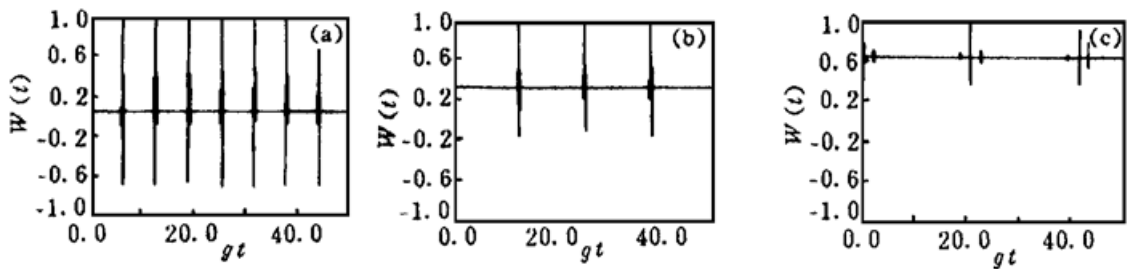


Fig. 3 The evolution of the atom inversion in the presence of AC-Stark shift for $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}/2 = 10$, $\theta = 0$, (a) $\gamma = 1.0$, (b) $\gamma = 0.5$, (c) $\gamma = 0.3$

3.2.2 原子初态为等几率迭加态的情形

倘若初始时刻原子处于基态和激发态的等几率迭加态(即 $\theta = \pi/2$), (12)式便化为

$$W(t) = \exp(-\bar{n}) \sum_{n_1, n_2=1}^{\infty} \frac{(\bar{n}/2)^{n_1+n_2-1} (n_1 - n_2)}{2n_1!n_2!} \times$$

$$\left[\frac{(\gamma^2 n_1 - n_2)^2}{(\gamma^2 n_1 + n_2)^2} + \frac{4\gamma^2 n_1 n_2}{(\gamma^2 n_1 + n_2)^2} \cos\left(\frac{\gamma^2 n_1 + n_2}{\gamma} gt\right) \right] + \exp(-\bar{n}) \sum_{n_1, n_2=1}^{\infty} \frac{2(\bar{n}/2)^{n_1+n_2-1} \gamma}{(n_1-1)!(n_2-1)!} \times \left[\frac{\gamma^2 n_1 - n_2}{(\gamma^2 n_1 + n_2)^2} \cos \Phi \cos \Omega_{n_1, n_2} t - 1 + \frac{\sin \Phi \sin \Omega_{n_1, n_2} t}{\gamma^2 n_1 + n_2} \right]. \quad (16)$$

对 $\Phi = \pi/2$ 和 $\Phi = 0$, 分别作数值计算, 所得结果分别如图 4 和图 5 表示。图 4 和图 5 中的 (a), (b), (c) 三图也分别对应着 $\gamma = 1, 0.5, 0.3$ 的情形。原子初时处于 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 的等几率迭加态, 若原子-场之间相位关系满足 $\Phi = \pi/2$ (或 $\Phi = -\pi/2$), 则交流斯塔克位移对原子反转的影响主要有两方面: 1) 使原子反转的崩溃和再生现象具有周期性; 2) 影响拉比振荡的频率和振幅, 类似于以上讨论的结果, 但拉比振荡曲线的位置没有明显的移动[见图 4 和图 2(c)]。若原子-场之间相位关系满足 $\Phi = 0$ (或 $\Phi = \pi$), 比较图 5 和图 2(d) 可知在这种情况下, 不考虑交流斯塔克位移的话, 原子反转的崩溃与再生现象就会消失, 而如果交流斯塔克位移不可忽略, 拉比振荡又会出现[见图 5(b) 和图 5(c)]。

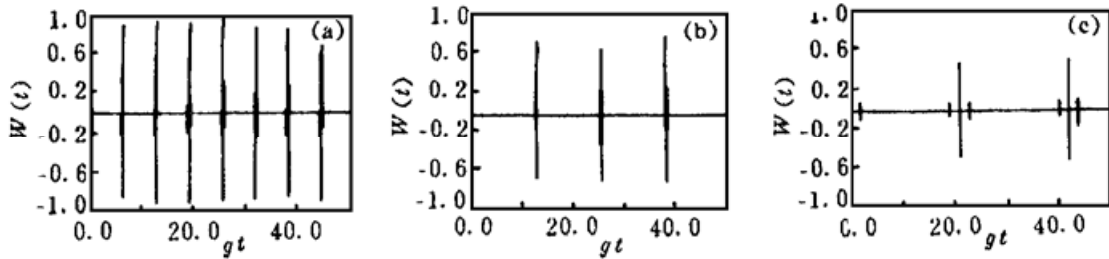


Fig. 4 The evolution of the atom inversion in the presence of AC-Stark shift for $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}/2 = 10$, $\theta = \pi/2$, $\Phi = \pi/2$, (a) $\gamma = 1.0$, (b) $\gamma = 0.5$, (c) $\gamma = 0.3$

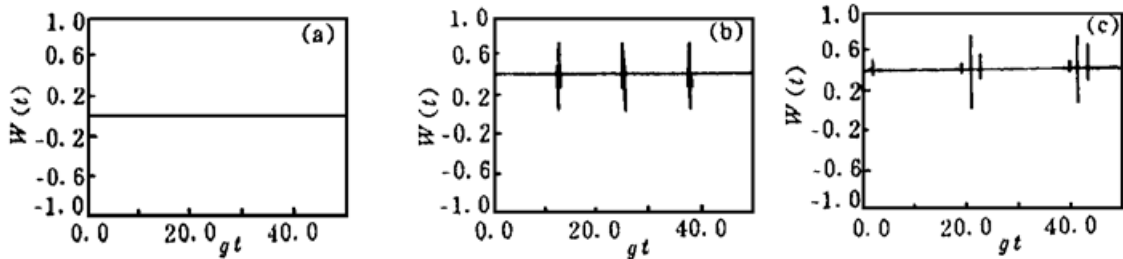


Fig. 5 The evolution of the atom inversion in the presence of AC-Stark shift for $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}/2 = 10$, $\theta = \pi/2$, $\Phi = 0$, (a) $\gamma = 1.0$, (b) $\gamma = 0.5$, (c) $\gamma = 0.3$

综上所述, 可以得到如下几点主要的结论:

1) 无论系统初始状态如何, 交流斯塔克位移的存在都会使原子反转的崩溃与再生现象呈现出较完美的周期性;

2) 无论系统初始状态如何, 原子反转的拉比振荡频率和振幅都随交流斯塔克位移参量 γ 而变化, $\gamma = 1$ 时, 二者量值最大, γ 减小时, 二者量值也变小了, 也就是说, 能级 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 的交流斯塔克位移相等时, 拉比振荡的频率和振幅是最大的, 随着两能级的交流斯塔克位移差别的增大, 频率和振幅将变小;

3) $\theta = \pi/2$, $\Phi = 0$ 时, 即原子初始处于两低能级的等几率迭加态, 系统相位为零时, 若不考虑交流斯塔克位移, 原子反转的崩溃与再生现象就不会出现, 而考虑了交流斯塔克位移,

只要两低能级的交流斯塔克位移不相等($\beta_1 \neq \beta_2$), 原子反转的崩溃与再生现象就会出现。

参阅文献[8]和[10], 作者发现在双模量子场的情况下, 斯塔克位移对原子反转的影响与单模场的不尽相同, 甚至有某种相反的影响, 如在作者考虑的双模量子场中无斯塔克位移时原子反转的崩溃与再生不具有较好的周期性, 而文献[8]的结果就并非如此; 又如作者在结论中指出, 原子反转的拉比振荡频率随交流斯塔克位移参数 γ 的减小而减小, 与文献[8]和[11]的结果正好相反。这些都说明三能级原子与双模量子场耦合时, 原子反转和拉比振荡的规律以及它受斯塔克位移的影响均与单模场的情形不同。

参 考 文 献

- [1] N. B. Narozhny, J. J. Sanchez-Mondragon, J. H. Eberly, Coherence versus incoherence: collapse and revival in a simple quantum model. *Phys. Rev. (A)*, 1981, **23**(1) : 236~ 247
- [2] H. I. Yoo, J. H. Eberly, Dynamical theory of an atom with two or three levels interacting with quantum cavity field. *Phys. Rep.*, 1985, **118**(5) : 239~ 237
- [3] G. Rewpe, H. Walther, N. Klein, Observation of quantum collapse and revival in one-atom maser. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **56**(4) : 353~ 356
- [4] S. J. D. Phoenix, P. L. Knight, Periodicity, phase, and entropy in modes of two-photon resonance. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1990, **7**(1) : 116~ 124
- [5] Xu Lei, Luo Zhenfei, Zhang Zhimin, Validity of the effective Hamiltonian for the degenerate Raman process. *J. Phys. B: Atom Mol. Opt. Phys. (B)*, 1994, **27**(6) : 1648~ 1656
- [6] J. I. Cirac, L. L. Sanchez-Soto, Population trapping in two-level models: spectral and statistical properties. *Phys. Rev. (A)*, 1991, **44**(4) : 3317~ 3324
- [7] A. Joshi, S. V. Lanwande, Effects of dipole interaction on the collapse-revival phenomenon of Rabi oscillations. *J. Mod. Opt.*, 1991, **38**(7) : 1407~ 1413
- [8] 刘翔, 方卯发, 简并拉曼过程中斯塔克位移对原子反转及场熵的影响. *光学学报*, 1996, **16**(4) : 435~ 440
- [9] 张智明, 非简并 Raman 耦合模型的改进型有效哈密顿量. *量子光学学报*, 1996, **2**(1) : 32~ 36
- [10] Li Gaoxiang, Peng Jinsheng, Influence of ac Stark shift on coherent population trapping in the atom-field coupling system via Raman two-photon processes. *Phys. Rev. (A)*, 1996, **52**(1) : 465~ 471
- [11] Fang Maofa, Liu Xiang, Influence of the Stark shift on the evolution of field entropy and entanglement in two-photon processes. *Phys. Lett. (A)*, 1996, **210**(1) : 11~ 20

Influence of the AC-Stark Shift on the Atom Inversion in Non-Degenerate Raman Process

Ao Shengmei Zeng Gaojian Zhou Shilun

(Department of Physics, Hunan Normal University, Changsha 410006)

(Received 29 January 1997; revised 31 March 1997)

Abstract Using the modified effective Hamiltonian for non-degenerate Raman process, we calculated the evolution of the atom inversion and studied the influence of AC-Stark shift on the collapse-revival phenomenon of Rabi oscillations. It is shown that in the presence of AC-Stark shift, the atom inversion in non-degenerate Raman process has a beautiful periodicity, and the frequency and amplitude of the Rabi oscillation are affected by AC-Stark shift.

Key words non-degenerate Raman process, AC-Stark shift, atom inversion, Rabi oscillation.