第 18 卷 第 2 期 光 学 学 报 Vol. 18, No. 2
1998 年 2 月 ACTA OPTICA SINICA February, 1998

真空中线性啁啾时空高斯脉冲传输特性的分析*

谢兴龙 陈绍和 邓锡铭

(中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光联合实验室, 上海 201800)

摘 要 利用稳态相位点的方法研究了线性啁啾时空高斯脉冲传输过程中的相位特性, 并在二阶近似的情况下讨论了其传输过程中的时空特性, 两种方法从不同的侧面得出了相同的结论, 即: 时空高斯脉冲在传输的过程中, 在无穷远处将退化为球面波, 或者在旁轴近似的情况下退化为平面波。

关键词 线性啁啾, 时空高斯脉冲, 稳态相位点, 光传输。

1 引 言

大型激光系统中对激光脉冲在传输过程中进行波面和形状的控制是必不可少的[1]。1969 年 Treacy[2] 首先讨论了时域结构光脉冲的传输问题, 最近 Kolner[3, 4] 发展了时间透镜的方法, 研究时域激光脉冲传输的特性, Marathay[5] 曾利用基尔霍夫积分的方法, 系统地讨论了时空结构光脉冲在真空中的传播, 给出了其振幅的积分表达式, 并讨论了远场及时空分离脉冲的近似情形。本文基于傅里叶变换和求稳态相位点[6] 的方法, 从理论上分析了线性啁啾时空高斯脉冲在真空中的传输特性, 得出了稳态相位点附近光振幅的解析表达式, 并分析了相位以及时空的相互关联作用, 指出: 真空中光脉冲的传输, 当传输距离无穷远时, 光脉冲将退化为球面波, 或者在旁轴近似下, 在空域上可以等效为平面波经过一个正二次型折射率分布的光学介质。

2 光脉冲传输的理论分析

假定光脉冲沿 z 轴的正方向传播, 则其传播方程可以表示为:

$$E(x, y, z, t) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \iiint \mathrm{d}k_x \mathrm{d}k_y \mathrm{d}\omega\, E(k_x, k_y, \omega) \times \exp\{\mathrm{i}[\omega t - k_x x - k_y y - \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}\, z]\} \tag{1}$$

$$E(k_x, k_y, \omega) = \iiint \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}t\, E(x, y, 0, t) \exp[-\mathrm{i}(\omega t - k_x x - k_y y)] \tag{2}$$

* 国家科委 863 高科技项目。

收稿日期: 1997-04-09; 收到修改稿日期: 1997-06-02

式中 $E(x, y, 0, t)$ 为初始位置 $z = 0$ 处的光场振幅分布, 线性啁啾时空高斯脉冲可以取为如下形式:

$$E(x, y, 0, t) = A \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2} - \frac{t^2}{T^2}\right] \exp\left[\mathrm{i}\omega_0 t + \mathrm{i}\frac{\delta\omega t^2}{2T}\right] \tag{3}$$

ω_0 为激光脉冲在真空中的圆频率, σ 和 T 分别表示激光脉冲的空域和时域宽度, 把(3) 式代入(2) 式有:

$$E(k_x, k_y, \omega) = \frac{A\sigma^2\pi\sqrt{\pi}T}{\sqrt{1 - \mathrm{i}\delta\omega T/2}} \exp\left[-\frac{\sigma^2 k_x^2}{4} - \frac{\sigma^2 k_y^2}{4} - \frac{T^2(\omega_0 - \omega)^2}{4 - 2\mathrm{i}\delta\omega T}\right] \tag{4}$$

从而在 $z > 0$ 的空间中任一点(x, y, z, t), 激光脉冲的振幅为:

$$E(x, y, z, t) = \frac{A\sigma^2 T}{4\pi\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{4 - 2\mathrm{i}\delta\omega T}} \iiint \mathrm{d}k_x \mathrm{d}k_y \mathrm{d}\omega \exp\left[-\frac{\sigma^2 k_x^2}{4} - \frac{\sigma^2 k_y^2}{4} - \frac{T^2(\omega_0 - \omega)^2}{4 + (\delta\omega T)^2}\right] \times$$
$$\exp\left\{\mathrm{i}\left[-\frac{T^3(\omega_0 - \omega)^2\delta\omega}{8 + 2(\delta\omega T)^2} + \omega t - k_x x - k_y y - \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2 - k_y^2}\, z\right]\right\} \tag{5}$$

(5) 式的被积函数, 由于其相位表达式中含有根式, 一般是不能直接积分的, 进一步分析被积函数可知, 它是由高斯函数与一快速振荡的指数函数所组成。这样可以作如下考虑: 即令坐标 x、y、z 或者其中的某一个或者其中的某两个取很大的值, 因而指数函数的相位部分迅速地变化, 当快速变化的函数与另一非振荡函数相乘时, 则振荡函数具有抵消非振荡函数的趋势, 从而使积分的结果为零, 于是, 可以在相空间内找到一点(k_x, k_y, ω), 使相位的一阶导数为零, 则在该振荡稳定的小区域内, 快速振荡对积分不产生抵消作用, 对积分结果贡献最大, 从而对(5) 式的积分也就可以只在该区域内进行, 即所谓的求稳态相位点的方法。为此令:

$$\Phi(k_x, k_y, \omega) = -\frac{T^3(\omega_0 - \omega)^2\delta\omega}{8 + 2(\delta\omega T)^2} + \omega t - k_x x - k_y y - \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2 - k_y^2}\, z \tag{6}$$

$\Phi(k_x, k_y, \omega)$ 对 k_x、k_y、ω 分别求一阶偏导数, 并令各一阶偏导数都等于零, 得到在稳态相位点处:

$$k_x(\mathrm{stable}) = \left[\frac{\omega(\mathrm{stable})}{c}\right] \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \tag{7}$$

$$k_y(\mathrm{stable}) = \left[\frac{\omega(\mathrm{stable})}{c}\right] \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \tag{8}$$

$$\omega(\mathrm{stable}) = \omega_0 + \frac{4 + (\delta\omega T)^2}{\delta\omega T^3} t + \frac{4 + (\delta\omega T)^2}{\delta\omega T^3 c} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{9}$$

3 讨　　论

3.1 稳态相位点附近的传输特征

为了较明确地讨论激光脉冲在传输过程中的时空特征, 首先考虑稳态相位点附近的特征, 为此在稳态相位点附近作近似展开, 将(6) 式按(7)、(8)、(9) 式作泰勒级数展开, 由于一阶导数为零, 其展开式中一阶近似项为零, 而二阶近似项中又出现了 $k_x - k_x(\mathrm{stable})$、$k_y - k_y(\mathrm{stable})$、$\omega - \omega(\mathrm{stable})$ 的交叉相乘项, 处理起来比较麻烦, 然而对实际的激光脉冲, 由于 $\omega_0 \sim 10^{16}$、k_x、$k_y \sim 10^4$ 所以 $\omega_0/c \gg k_x$、k_y 一般总能得到满足, 这样即使略去展开式中的二阶的近似项, 也不会带来较大的误差, 故此只考虑零阶近似的情形, 这样光场的振幅为:

$$E(x, y, z, t) = A \frac{\sqrt{4+(\delta\omega T)^2}}{\sqrt{4-2i\delta\omega T}} \exp \mathrm{i}\left\{\omega_0 t + \frac{4+(\delta\omega T)^2}{\delta\omega T^3}\frac{t}{c}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right\} \times$$
$$\exp \mathrm{i}\left\{\frac{3[4+(\delta\omega T)^2]}{2\delta\omega T^3}t^2 - \frac{4+(\delta\omega T)^2}{2\delta\omega T^3}\frac{x^2+y^2+z^2}{c^2} - \frac{\omega_0}{c}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right\} \quad (10)$$

(10)式中指数的第一项为时域频率振荡项，第二项反应了稳态相位点附近的时空在传输过程中的相互关联作用，第三项为啁啾项，第四项为由啁啾所产生的空域振荡项，第五项为空域振荡项。

不考虑相位中与时间的关系，由第四项和第五项可知，在稳态相位点附近的等相面，是一个以初始点为圆心的球面，也就是说，稳态相位点附近，高斯脉冲将退化为球面波。实际情况下，总是习惯于考虑旁轴近似下的情形，此时当 $z^2 \gg z^2 + y^2$ 时，有:

$$k(x, y, z)z = \left[\frac{4+(\delta\omega T)^2}{2\delta\omega T^3 c^2}\left(z + \frac{x^2+y^2}{z}\right) + \frac{\omega_0}{c}\left(1+\frac{x^2+y^2}{2z^2}\right)\right]z = \frac{\omega_0}{c}n_{\mathrm{eff}}(x, y, z)z \quad (11)$$

从而可以看出，此时相当于平面波在折射率为 $n = n_0 + n_1$ 的正二次型光学介质中的传播，其中 $n_0 = 1 + \{[4+(\delta\omega T)^2]/2c\omega_0\delta\omega T^3\}z$，$n_1(x, y) = \{1/2z^2 + 4 + (\delta\omega T)^2]/2c\omega_0\delta\omega T^3 z\}(x^2 + y^2)$，并且其等相面是一个随着 z 的增大而逐渐趋于平面的抛物面，也就是说，当 z 趋于无穷大时，光场将趋于平面波。第三项说明，由于啁啾的存在，在稳态相位点附近的等相面上，将产生一时空关联项

$$\{[4+(\delta\omega T)^2]/\delta\omega T^3\}(tz/c)[1+(x^2+y^2)/2z^2]$$

它表示随着时间的变化，其等相面的曲率半径也会作相应的变化，也就是说，即使在空间的同一点，不能奢求任何时刻光场都具有不随时间而变的等相面的形状，而是等相面随着时间的推移，将变得更加平坦，也就是说更趋于平面波的情形。

由(10)式同样可以看到，在稳态相位点附近的等相面上，光场振幅为一常数，即时空高斯脉冲的传播，在旁轴近似下可以等效为稳态相位点附近相位畸变的平面波的传播。

3.2 考虑二阶近似下的传播特征

为了更好地讨论激光脉冲在传输过程中振幅的变化，必须考虑二阶近似，由于在稳态相位点附近的二阶近似项中含有交叉项，不能直接积分，故此考虑近平面波近似，即在 $\omega = \omega_0$，k_x、$k_y = 0$ 附近展开。对于实际的激光脉冲这种近似总是合理的，给定一具体的例子，一般约束核聚变实验所采用的激光脉冲宽度 $T = 2.0$ ns，波长 $\lambda = 1.06\ \mu$m 或 n 倍频脉冲，此时 $\omega_0 \sim 10^{16}$，而 k_x、$k_y \sim 10^4$，$\omega/c \gg k_x$、k_y 得到满足，从而可以将相位函数在 $\omega = \omega_0$、$k_x = 0$ 和 $k_y = 0$ 处展开到二阶近似，这样(6)式变为:

$$\Phi(k_x, k_y, \omega) = -k_x x - k_y y + (t - z/c)(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\frac{zc}{\omega_0}(k_x^2 + k_y^2) - \frac{\delta\omega T^3}{8+2(\delta\omega T)^2}(\omega-\omega_0)^2 \quad (12)$$

代入(5)式积分得:

$$E(x, y, z, t) = A\frac{\sqrt{1+\mathrm{i}\delta\omega T/2}}{1+4z^2c^2/\omega_0^2\sigma^4}\exp\left[\mathrm{i}\arctan\left(\frac{2zc}{\omega_0\sigma^2}\right)\right]\times$$
$$\exp\left[-\frac{x^2+y^2}{\sigma^2+8c^2z^2/\omega_0^2\sigma^2} - \frac{(t-z/c)^2}{T^2}\right]\times$$
$$\exp\left[\mathrm{i}\omega_0\left(t-\frac{z}{c}\right) - \mathrm{i}\frac{2zc\omega_0(x^2+y^2)}{\sigma^4\omega_0^2+8z^2c^2} + \mathrm{i}\frac{\delta\omega(t-z/c)^2}{2T}\right] \quad (13)$$

由上式可以看出，在不考虑时间的变化，当 $z\sim\infty$ 时，振幅正比于 $1/z^2$，即高斯光脉冲为一具有相位畸变的球面波，当计及时间的变化时，它是一个从中心向外传输的具有不变时域高斯包络的脉冲。在傍轴近似下，考察指数中的第一、四、五项，有:

$$k(x, y, z)z = \left[\frac{\omega_0}{c} - \frac{2zc\omega_0}{\sigma^4\omega_0^2 + 8z^2c^2} + \frac{\omega_0^2\sigma^4(x^2+y^2)}{z\omega_0^2\sigma^4 + 4z^3c^2}\right]z \tag{14}$$

分析(14)式，可以看出在 z 为某一确定的常数时，傍轴高斯光束的传输相当于振幅变化的平面波在经过一折射率 $n = n_0 + n_1$，其中 $n_0 = 1 - 2zc^2/(\sigma^4\omega_0^2 + 8z^2c^2)$，$n_1(x, y) = [\omega_0c\sigma^4/(z\omega_0^2\sigma^4 + 4z^3c^2)](x^2+y^2)$ 的正二次型光学介质，并且其时间啁啾项对空域特性的影响至少在二阶近似下为零。由于 k_x、$k_y = 0$ 的近似考虑，激光脉冲在传输的过程中时空关联作用消失，而同时，由于没有关联作用，使时域特性除了产生一相应的延迟外，不产生其它变化。在空间 z 为任一常数的平面上考察光振幅，显然不同于稳态相位点附近的情形，此时光振幅是一个随着传输距离的增加而空域变宽的光束，并且当 $z\to\infty$ 时，光脉冲的空域宽度也趋于无穷大，也就是说光脉冲在傍轴近似下将演化为平面波，这一点与稳态相位点附近的讨论是一致的。

综合以上所述，无论从那一种方法考虑，高斯光脉冲在传输的过程中，在无穷远处总会退化为球面波，或者在旁轴近似下退化为平面波。

参 考 文 献

[1] J. K. Lawson, D. R. Speck, C. Bibeau, Temporal shaping of third-harmonic pulses on the Nova laser system. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(24) : 5061~ 5068

[2] E. B. Treacy, Optical pulse compression with diffraction gratings. *IEEE. J. Quant. Electron.*, 1969, **QE-5**(9) : 454~ 458

[3] B. H. Konler, Space-time duality and the theory of temporal imaging. *IEEE. J. Quant. Electron.*, 1994, **QE-31**(8) : 1951~ 1964

[4] B. H. Konler, Temporal filtering with time lens. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(29) : 6212~ 6219

[5] A. S. Marathay, Propagating of optical pulses with spatial and temporal dependence. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(14) : 3139~ 3144

[6] D. Marcuse, 传输光学, 程希望译, 北京, 人民邮电出版社, 1987 : 46~ 53

Analysis of the Propagation Characteristics of Linear Chirped Laser Pulses with Gaussian Temporal and Gaussian Spatial Structure

Xie Xinglong　　Chen Shaohe　　Deng Ximing

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai* 201800)

(Received 9 April 1997; revised 2 June 1997)

Abstract The phase characteristics of the linear chirped laser pulse with Gaussian temporal and Gaussian spatial structure is studied by using the stable phase point method while propagating in vacuum. And under the second order approximation, its spatial and temporal characteristics are discussed. The conclustion from the two methods is that the Gaussian laser pulse will degenerate into a spherical wave or into a planar wave under the paraxial approximation in the very far distant while traveling in vacuum.

Key words linear chirp, temporal and spatial Gaussian laser pulse, stable phase point, light propagation.