

同步辐射的相干模式

唐鄂生 朱佩平 崔明启
(中国科学院北京高能物理所, 北京 100039)

摘要 在分析了光源相干相体积的基础上, 重点研讨了第三代同步辐射中波荡器(undulator)辐射的相干模式, 能谱亮度, 相干光子通量等。这对提高光束线相干能量的传输效率和软X光相干光学束线的设计具有重要意义。

关键词 同步辐射, 能谱亮度, 相干相空间, 相干模式。

软X光($1\text{ nm} \sim 30\text{ nm}/10\text{ eV} \sim 1500\text{ eV}$)在物理、生命科学及微电子工业等方面均有极为重要的应用。例如, 在水窗波段($2.4\text{ nm} \sim 4.4\text{ nm}$)的软X光显微术可以分析生物细胞、染色体乃至脱氧核糖核酸(DNA)中基因在自然状态下的编码信息, 此乃二十一世纪生命科学研究的重点。在微电子工业界, 目前纳米电子学中的线条已细到 $0.1\text{ }\mu\text{m}$ 以下, 其电荷转移决定于掺杂及材料纯度, 因而极需高空间分辨(例如 10 nm 甚至更高)及高化学灵敏度的分析工具。在以上提到的各种高分辨的成像实验中, 例如X光全息术和X光扫描显微术等都必须采用相干辐射的照射。

同步辐射是目前时间平均能谱亮度最高的软X光源, 也是目前软X光相干光学研究中最主要和基本的光源。然而, 同步光源辐射的光能量中只有很小一部分才是相干的, 因而在束线光学和相干实验的设计中, 最大限度地利用相干辐射能量资源就是一个非常重要和必须解决的问题。

1 能谱亮度

同步辐射光源从五十年代投入科学应用以来, 取得了非常大的进展, 它已从第一代发展到第三代, 目前正在加紧研制第四代。能谱亮度的提高是同步光源发展的最主要的指标(见表1)。表1中的 B_w 为带宽。

Table 1. Evolution of the spectral brightness of synchrotron radiation

| generation | first | second | third | forth |
|---|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| Brightness/ (photons/ $\text{s} \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{mrad}^2 \cdot 0.1\% B_w$) | $10^{11} \sim 10^{14}$ | $10^{15} \sim 10^{17}$ | $10^{17} \sim 10^{19}$ | $10^{19} \sim 10^{23}$ |

设光束沿 z 轴传播, 则能谱亮度 B 定义为六维相空间中单位相体积中的光子数。

$$B = N / (\Delta t \Delta x \Delta y \Delta x' \Delta y' \Delta \lambda / \lambda) \quad (1)$$

式中 Δt 为发光时间, $\Delta x \Delta y$ 为垂直于光束传播方向的光源面积, $\Delta x' \Delta y'$ 为光束发散的立体角, $\Delta \lambda / \lambda$ 为光束的相对谱宽度, N 为光子数。若 Δt 的单位是 s , $\Delta x \Delta y$ 的单位是 mm^2 , $\Delta x' \Delta y'$ 单位是 $mrad^2$, $\Delta \lambda / \lambda$ 的单位是 0.1% , 则能谱亮度 B 的单位就是

$$N / (s \cdot mm^2 \cdot mrad^2 \cdot 0.1\% B_w)$$

能谱亮度 B 的重要意义在于: 光束在一个理想的光学系统(即无吸收和无像差)中传播时, 它是一个不变量。这对实验的设计和分析带来很大方便。

在同步辐射的计算中, 能谱亮度通常定义为^[1]

$$B_n(0, 0) = F_n / [(2\pi)^2 \sigma_{Tx} \sigma_{Ty} \sigma_{Tx'} \sigma_{Ty'}], \quad (2)$$

其中, F_n 为能谱通量

$$F_n = N / (\Delta t \Delta \lambda / \lambda) \quad (3)$$

表示单位时间内能量为 E , 带宽为 $\Delta \lambda / \lambda$ 的光子数。 σ_{Tx} 、 σ_{Ty} 和 $\sigma_{Tx'}$ 、 $\sigma_{Ty'}$ 分别为波荡器发射光子束的水平和垂直的均方根半径与水平和垂直的均方根半发射角。比较(2)式和(1)式, 可知水平和垂直的有效半径与有效半发射角分别为

$$\begin{aligned} \sigma_{x \text{ eff}} &= \Delta x / 2 = \sqrt{\pi/2} \sigma_{Tx}, & \sigma_{x' \text{ eff}} &= \Delta x' / 2 = \sqrt{\pi/2} \sigma_{Tx'} \\ \sigma_{y \text{ eff}} &= \Delta y / 2 = \sqrt{\pi/2} \sigma_{Ty}, & \sigma_{y' \text{ eff}} &= \Delta y' / 2 = \sqrt{\pi/2} \sigma_{Ty'} \end{aligned} \quad (4)$$

根据加速器物理中发射度 ϵ 的定义, 水平(x 方向) 和垂直(y 方向) 的有效发射度为

$$\epsilon_{x \text{ eff}} = \sigma_{x \text{ eff}} \sigma_{x' \text{ eff}} = \pi / 2 \sigma_{Tx} \sigma_{Tx'}, \quad \epsilon_{y \text{ eff}} = \sigma_{y \text{ eff}} \sigma_{y' \text{ eff}} = \pi / 2 \sigma_{Ty} \sigma_{Ty'} \quad (5)$$

因而将(5)式代入(2)式, 则能谱亮度又可定义为单位横向相体积中的光子能谱通量, 即

$$B_n(0, 0) = F_n / (2\sigma_{x \text{ eff}} 2\sigma_{x' \text{ eff}} 2\sigma_{y \text{ eff}} 2\sigma_{y' \text{ eff}}), \quad (6)$$

虽然能谱亮度的定义有(1)式、(2)式和(6)式等不同形式, 但是它们的物理意义都是一致的, 其中(1)式是最基本的。由(6)式看出, 为了提高光源的能谱亮度 B_n , 其根本措施之一是: 缩小光源的有效发射度 $\epsilon_{x \text{ eff}}$ 和 $\epsilon_{y \text{ eff}}$, 这是同步辐射加速器设计中的最基本的出发点。

2 六维相干相体积

在能谱亮度定义(1)式中, 分子为光子数 N , 分母为由六个变量构成的六维相空间中的相体积。对于相干光学的实验而言, 人们更关心的是六维相干相空间中的光子数, 因为只有它们才能实现光束的相干。

经典物理认为光束是由众多传播方向相近的波列组成, 这些波列的平均长度就是相干长度, 而其平均宽度就是相干宽度。平行于传播方向的相干长度和垂直于传播方向的相干宽度构成了光束的相干体积。

量子力学认为光束是由大量传播方向相近的光子组成, 每个光子在传播过程中都有一个不确定的体积, 在这个体积内部, 光子的几率波是干涉相长的, 几率密度不等于零, 而在这个体积的边界到外部, 光子的几率波是干涉相消的, 几率密度按照振荡的方式急剧下降为零; 光子的这个不确定的体积是由光子几率波的相干性质所决定的, 其大小和形状可根据不确定原理导出。因此, 量子力学不但认为经典物理中的波列实际上是几率波的波列, 而且认为波列在坐标空间的体积(即相干体积)与波列在动量空间的体积成反比。

据经典物理和量子力学对光束认识的对应关系, 可得相干相体积和相干体积的关系。

2.1 纵向相干长度

按照量子力学中的不确定关系，可以导出纵向相干长度和相干时间为^[2]

$$\Delta z_{coh} \approx \lambda^2 / \Delta \lambda_{coh}, \quad (7)$$

$$\Delta t_{coh} \approx \lambda T / \Delta \lambda_{coh} = 1 / \Delta \nu_{coh} \quad (8)$$

式中 $T = \lambda/c$ 为光子波长的周期。由此看出，纵向相干长度 Δz_{coh} （波列的平均长度）与光子的单色性 $\Delta\lambda$ 有关，单色性越好相干长度越长，即波列的持续时间 Δt 越长。纵向相干(Longitudinal coherence)有时称为时间相干(Temporal coherence)。

2.2 横向相干宽度

按照量子力学中的不确定关系，同样可以导出水平的相干宽度 Δx_{coh} 和垂直的相干宽度 Δy_{coh} 分别为^[2]

$$\Delta x_{coh} \approx \lambda / \Delta x'_{coh}, \quad \Delta y_{coh} \approx \lambda / \Delta y'_{coh} \quad (9)$$

此处， Δx_{coh} 及 Δy_{coh} 分别表示相干光子在 x 和 y 方向的位置不确定量， $\Delta x'_{coh}$ 及 $\Delta y'_{coh}$ 分别表示相干光子偏离 z 轴的角度不确定量。它们的物理意义表示当光子沿 z 轴方向运动并通过 $z = 0$ 的平面时，其位置和运动方向不能同时都确定得十分准确。即如果把通过 X 光子的狭缝关得很小 $\Delta x \rightarrow 0$ 时，光子的出射方向 $\Delta x'_{coh}$ 就会变得很大，并且 $\Delta x_{coh} \Delta x'_{coh} \approx \lambda$ 。横向相干(Transverse Coherence)有时称为空间相干(Spatial Coherence)。

2.3 相干体积

根据(7)式、(9)式，可得相干体积为

$$V_{coh} = \Delta x_{coh} \Delta y_{coh} \Delta z_{coh} \approx \lambda^4 / (\Delta x'_{coh} \Delta y'_{coh} \Delta \lambda_{coh}) = h^3 / (\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z)_{coh} \quad (10)$$

(10)式表明光子的相干体积与其在动量空间的体积成反比。

2.4 相干相体积

根据(1)式和(10)式，可得相干相体积

$$\Delta x_{coh} \Delta y_{coh} \Delta z_{coh} \Delta x'_{coh} \Delta y'_{coh} \Delta \lambda / \lambda \approx \lambda^3, \quad \text{或} \quad \Delta x_{coh} \Delta y_{coh} \Delta t \Delta x'_{coh} \Delta y'_{coh} \Delta \lambda / \lambda \approx \lambda^2 T \quad (11)$$

由此可见，相干相体积与 λ^3 成正比。光子波长越短，相干相体积越小。对一确定能谱亮度的光源来说，光子波长越短，相干相体积中的相干光子数 N_{coh} 也越少。显然，要进行短波长的相干光学研究，更需要发展高亮度的光源。

3 相干模式

根据(7)式或(8)式、(9)式，相干光子必须满足的相干条件，也是相干模式的定义式。纵向(z 方向)相干模式为

$$\Delta z_{coh} \Delta \lambda_{coh} / \lambda = p_t \lambda, \quad \text{或} \quad \Delta t_{coh} \Delta \lambda_{coh} / \lambda = p_t T \quad (12)$$

水平的横向相干模式和垂直的横向相干模式分别为

$$\Delta x_{coh} \Delta x'_{coh} = p_s \lambda, \quad \Delta y_{coh} \Delta y'_{coh} = p_s \lambda \quad (13)$$

以上各式中， p_t 为时间相干参数， p_s 为空间相干参数，根据不同的相干度要求，其取值范围为 0.5~1.5。对时间相干度要求高， p_t 的取值小，反之， p_t 的取值大。同理，对空间相干度要求高， p_s 的取值小，反之， p_s 的取值大。根据(13)式，水平和垂直的相干发射度为

$$\epsilon_{x coh} = \Delta x_{coh} \Delta x'_{coh} / 4 = p_s \lambda / 4, \quad \epsilon_{y coh} = \Delta y_{coh} \Delta y'_{coh} / 4 = p_s \lambda / 4 \quad (14)$$

由(1)式、(13)式，当 p_s 为 0.5 时，空间相干的能谱通量 $F_{s coh}$ 可写为

$$F_{s coh} = B_n(0, 0) (\lambda/2)^2 = N_{s coh} / (\Delta t \Delta \lambda / \lambda) \quad (15)$$

式中 N_{coh} 为空间相干光子数, F_{coh} 为空间相干通量, 它们中只有一小部分光子才是时间相干的。只有当(15)式中的 $\Delta t \Delta \lambda / \lambda$ 满足(12)式时, 才会有

$$F_{\text{coh}} = B_n(0, 0)(\lambda/2)^2 = N_{\text{coh}}/P_t T \quad (16)$$

此时, F_{coh} 和 N_{coh} 分别为时间和空间都相干的通量和光子数。

同理还可以提出时间相干光子数 $N_{t\text{ coh}}$ 的概念, 它们中的一小部分才是空间相干的。图1是光束通过方孔时相干模式和相干体积的示意图, 每个小立方块代表一个相干体积。光束在自由空间传播时, 虽然每个相干体积在随时间变化, 但是与之对应的六维相干相体积是不变的, 其值为 $p_s p_s^2 \lambda^3$ 。图中 $\Delta x_a \Delta x'_a = \Delta x_{\text{coh}} \Delta x'_{\text{coh}}$, $\Delta y_a \Delta y'_a = \Delta y_{\text{coh}} \Delta y'_{\text{coh}}$ 满足(13)式, 参考图3, Δz_{coh} 满足(12)式。空间相干光子数 $N_{s\text{ coh}}$ 是图中横向面积为 $\Delta x_{\text{coh}} \Delta y_{\text{coh}}$ (即相干面积), 纵向长度为 $\Delta z \gg \Delta z_{\text{coh}}$ 的体积中的光子数; 时间相干光子数 $N_{t\text{ coh}}$ 是纵向长度为 Δz_{coh} (即相干长度), 横向面积为 $\Delta x \Delta y \gg \Delta x_{\text{coh}} \Delta y_{\text{coh}}$ 体积中的光子数; 相干光子数 N_{coh} 则是相干体积 $\Delta x_{\text{coh}} \Delta y_{\text{coh}} \Delta z_{\text{coh}}$ 中的光子数。因此, 根据(1)式、(3)式、(15)式和(16)式, 不同相干性质的光子数之间的关系如下

$$N_{\text{coh}} \ll N_{s\text{ coh}} \ll N, \quad N_{\text{coh}} \ll N_{t\text{ coh}} \ll N \quad (17)$$

4 同步辐射波荡器的横向相干模式数

以上海光源的U5为例, 并结合软X光扫描显微术对相干性的要求, 讨论同步辐射波荡器的横向相干模式数。

设波长 $\lambda_1 = 2.48 \text{ nm}$, 则单电子辐射源的半径和半发射角分别为

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sqrt{\lambda_1 L / 4\pi} = \sqrt{2.48 \text{ nm} \times 50 \text{ mm} \times 98} / (4 \times 3.14) = 8.77 \mu\text{m} \\ \sigma_{r'} &= \sqrt{\lambda_1 / L} = \sqrt{2.48 \text{ nm} / (50 \text{ mm} \times 98)} = 22.5 \mu\text{rad}. \end{aligned} \quad (18)$$

然而在储存环中运行的是电子束团而不是单个电子, 设其半径及半发射角分别为 $\sigma_{x,y}$ 及 $\sigma_{x',y'}$, 因此 U5光源发射的光子束的水平和垂直的半径比与半发射角比分别为

$$\begin{aligned} \sigma_{Tx}/\sigma_{Ty} &= \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_r^2} / \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_r^2} = 172.52 \mu\text{m} / 41.41 \mu\text{m}, \\ \sigma_{Tx'}/\sigma_{Ty'} &= \sqrt{\sigma_{x'}^2 + \sigma_{r'}^2} / \sqrt{\sigma_{y'}^2 + \sigma_{r'}^2} = 36.75 \mu\text{rad} / 32.93 \mu\text{rad}. \end{aligned} \quad (19)$$

由此可得 U5光源水平和垂直的有效半径与有效半发射角分别为

$$\begin{aligned} \sigma_{x\text{ eff}} &= \sqrt{\pi/2} \sigma_{Tx} = 216.22 \mu\text{m}, & \sigma_{x'\text{ eff}} &= \sqrt{\pi/2} \sigma_{Tx'} = 46.06 \mu\text{rad} \\ \sigma_{y\text{ eff}} &= \sqrt{\pi/2} \sigma_{Ty} = 51.90 \mu\text{m}, & \sigma_{y'\text{ eff}} &= \sqrt{\pi/2} \sigma_{Ty'} = 41.27 \mu\text{rad} \end{aligned} \quad (20)$$

为了以下分析的方便, 根据亮度的定义, 取 U5光源水平和垂直的有效发射度为

$$\begin{aligned} \epsilon_{x\text{ eff}} &= \sigma_{x\text{ eff}} \sigma_{x'\text{ eff}} = (\pi/2) \sigma_{Tx} \sigma_{Tx'} = 9959.02 \mu\text{m} \cdot \mu\text{rad} \\ \epsilon_{y\text{ eff}} &= \sigma_{y\text{ eff}} \sigma_{y'\text{ eff}} = (\pi/2) \sigma_{Ty} \sigma_{Ty'} = 2141.99 \mu\text{m} \cdot \mu\text{rad} \end{aligned} \quad (21)$$

以高空间分辨率为主要目标的扫描显微术对空间相干度的要求较高, 根据(13)式, p_s 值取 0.5, 空间相干发射度为

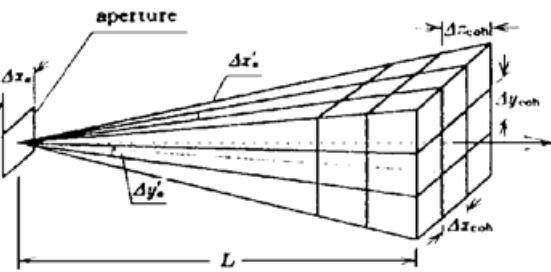


Fig. 1 The schematic of the coherent mode and volum, where $L \gg \Delta x_a \gg \lambda$, $L \gg \Delta y_a \gg \lambda$

$$\epsilon_{coh} = 0.25 \times 0.5 \times 2.48 \text{ nm} \cdot \mu\text{rad} = 310 \mu\text{m} \cdot \mu\text{rad}. \quad (22)$$

由此看出, $\epsilon_{coh} < \epsilon_y \text{ eff} < \epsilon_x \text{ eff}$ 。U5光源水平和垂直的模式数分别为

$$n_x = \epsilon_x \text{ eff}/\epsilon_{coh} = 32, \quad n_y = \epsilon_y \text{ eff}/\epsilon_{coh} = 6.9 \quad (23)$$

即总共有 $32 \times 6.9 = 221$ 个横向模式。

由此看出, 相干光子占有的横向相空间远小于波荡器光源的有效横向相空间。也就是说, 波荡器发射的总光子数中只有很小一部分光子是相干的, 其余部分都不能被相干光学元件(例如软X光扫描显微镜中的微波带片)所利用, 其利用率仅为1/221。此外, 为了降低后继光学元件的热负载, 必须用光阑挡去不能利用的光子, 而只让相干的光子通过。

5 软X光相干束线的设计

上海光源的建设计划中拟建一条相干光学的专用束线, 用以开展软X光扫描显微术和软X光全息术等的实验研究。本节以软X光扫描显微镜为例, 简要讨论其对相干性的要求, 并由此出发讨论束线光学的设计要点。

5.1 波带片对相干性的要求

为使软X光扫描显微镜达到衍射极限的分辨率, 必须以一个横向模式照射聚焦波带片, 并且要求相干宽度略大于波带片直径 D , 如图2所示。

$$\Delta x_{coh} = \Delta y_{coh} \geq D \quad (24)$$

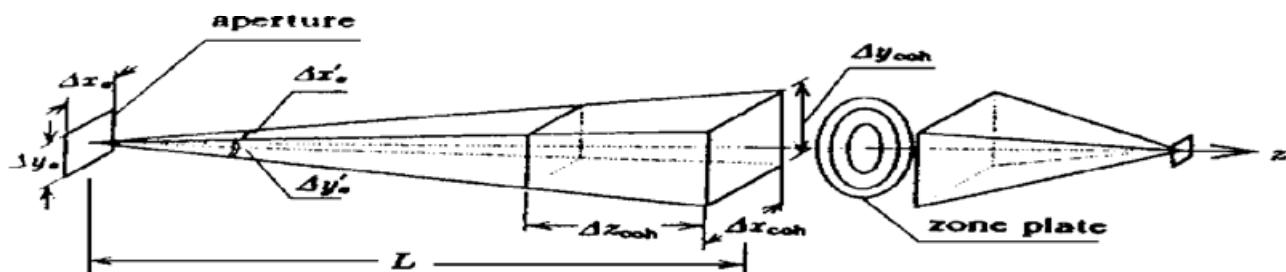


Fig. 2 The schematic of the zone plate illuminated with a coherent volume

同时要求相干长度大于波带数 M 与波长的乘积, 即

$$\Delta Z_{coh} \geq M\lambda \quad (25)$$

以上二式是软X光扫描显微镜对相干体积的基本要求。可以通过调节光阑 Δx_a 及 Δy_a 的大小和波带片的位置 L , 使相干宽度满足(13)式。为了得到高空间分辨, 取 p_s 值为0.5。设光阑和波带片之间的距离为 L , 如图3所示, 则有

$$\Delta x_{coh} = \Delta y_{coh} \approx \lambda/2\Delta x_{coh} = L\lambda/2\Delta x_a \geq D \quad (26)$$

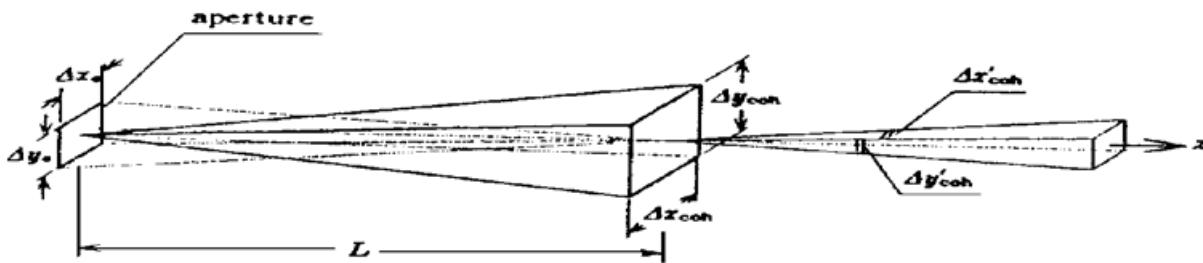


Fig. 3 The schematic of the spatial coherence of a beam

原则上, 可由(26)式决定光源入射狭缝的开度 Δx_a 及 Δy_a 的大小。

同时, 可以通过单色器调节能谱宽度, 使相干长度满足(12)式。设 p_1 值取为1, 则有

$$\Delta z_{coh} \approx \lambda^2 / \Delta \lambda_{coh} \geq M\lambda \quad (27)$$

由(27)式可决定单色器的能谱宽度。设波带片直径 $D = 90 \mu\text{m}$; $L = 2 \text{ m}$; $\lambda = 2.45 \text{ nm}$; 则 $\Delta x_a \leq L\lambda/2D = 27 \mu\text{m}$, $\lambda/\Delta\lambda \geq M = 400$ 。由此可看出: 软X光扫描显微术的束线设计中, 要有很高的准直精度和束流稳定措施。对能谱分辨要求中等。

5.2 U5光源的充分利用

波荡器相干模式数的分析表明: 从相干光学的实验来说, U5光源的利用效率是不高的。以U5为例, 设

$$\begin{aligned} E &= 2.2 \text{ GeV}, & I &= 0.4 \text{ A}, & \lambda_u &= 5 \text{ cm}, & L &= 5 \text{ m}, \\ N_p &= 100, & K &= 1, & B_0 &= 0.214 \text{ T}, & \lambda &= 2 \text{ nm}, \end{aligned}$$

(此处 λ_u 为波荡器的周期长度, L 为波荡器的总长度, N_p 为磁极数, K 为偏转系数, B_0 为磁极的磁感应强度), 则其辐射功率分配如表2所列。

Table 2. Radiation power for U5

| total power, P_t / W | contral cone, P_{cen} / W | coherence power, P_{cen} / mW |
|----------------------------------|---------------------------------------|---|
| 280 | 3.4 | 15.4 |

为了充分利用U5的宝贵资源, 设想用一块中间带孔的水冷反射镜来代替通常的水冷狭缝, 使单个模式的相干光从水冷反射镜的中间孔中通过, 而把其余的辐射用反射镜反射出来, 经聚焦点后用在其他实验。或者更现实的, 用两块垂直放置、反射方向不同的反射镜将中心锥体分成两束光, 从而变消极挡光为积极用光, 充分开发U5的宝贵资源。

参 考 文 献

- [1] Janos Kirz, David T. Attwood, Burton L. Henke *et al.*, X-RAY Data Booklet, April 1986, LBL, UC, Berkeley, CA
- [2] 朱佩平, 唐鄂生, 崔明启, 同步辐射X光束空间相干性的物理分析. 光学学报, 1998, **18**(2): 176~181
- [3] 程路, 李正明, 量子光学. 北京: 科学出版社, 1985
- [4] Herman Winik, *Synchrotron Radiation Sources a Primer*, Singapo: World Scientific Publishing Co., 1994

Coherence Mode of Synchrotron Radiation

Tang Esheng Zhu Peiping Cui Mingqi

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

(Received 1 September 1997; revised 22 January 1998)

Abstract Coherence light source with high brightness has important promising in the applications of X-ray holography, three-dimension imaging and X-ray microscopy. On the basis of coherence phase volume analysis, the coherence mode, spectral brightness and photon flux etc. for undulator source in the third generation synchrotron radiation are illuminated in detail. It is important to the improvement of the efficiency for coherence energy transmission and of the soft X-ray beam line design for X-ray coherence experiments.

Key words synchrotron radiation, spectral brightness, coherent phase volume, coherent mode.