

双频左右旋圆偏振激光束的琼斯矢量和应用*

方 寅 杨世信 盛克敏 王 平

(西南交通大学电磁场与微波技术研究所, 成都 610031)

摘 要 提出由稳频纵向塞曼激光器(SLZL)输出的角频率为 ω_2 和 ω_1 的左、右旋圆偏振激光束的琼斯矢量表示法, 并求得外差光纤传感器中参考光束和信号光束拍频光电流的严格公式。这些公式包容了传感器内的各种光学元件对双频左、右旋圆偏振激光束的相位延迟和偏振态改变。它们不仅给出与实验结果符合很好的相位差公式, 而且还能说明实验过程中必然出现的一些物理现象和规律。

关键词 稳频纵向塞曼激光器, 琼斯矢量, 外差光纤传感器。

1 引 言

双频双偏振光源和保偏光纤(PMF)构成的外差光纤传感器能以很高的精密度测量例如温度、应变、旋转率、电场、磁场等许多物理量的微小变化。在这一类光纤传感器中, Yoshino 采用稳频横向塞曼激光器(STZL)和椭圆包层光纤^[1]; 本文采用稳频纵向塞曼激光器和蝴蝶结光纤^[2, 3]。上述两种外差光纤传感器的实验结果都与由单模光纤理论得到的相位差公式相一致。但是, 根据实际的外差光纤传感器的基本光路求出拍频光电流严格公式的理论工作目前尚未见诸报导。虽然用琼斯矢量和算法处理完全偏振准单色光在非消偏振线性光学系统中的传播问题非常方便, 但原有的琼斯矢量不能描述角频率为 ω_2 和 ω_1 的左、右旋圆偏振激光束^[4-6]。因此, 本文提出由稳频纵向塞曼激光器输出的角频率为 ω_2 和 ω_1 的左、右旋圆偏振激光束的琼斯矢量表示法, 并求得外差光纤传感器中参考光束和信号光束拍频光电流的严格公式。这些公式已将基本传感光路中的 $\lambda/4$ 波片、保偏光纤、线性起偏器等光学元件对双频左、右旋圆偏振激光束的相位延迟和偏振态改变都概括无遗。因此, 这些公式不仅与实验结果符合很好, 而且还能说明在实际操作过程中所出现的一些物理现象和规律, 例如数字相位计读数的正负和示波器波形移动方向的正负等。

2 原理和计算

外差光纤传感器的基本光路示于图 1^[2, 3]。图中: SLZL 为稳频纵向塞曼激光器, BS 为分束器, M 为反射镜, $\lambda/4$ 为四分之一波片, L 为透镜, P 为线性起偏器, D 为光电检测器,

* 四川省科委资助项目。

收稿日期: 1996-11-26; 收到修改稿日期: 1997-11-26

DPM 为数字相位计, PMF 为保偏光纤, l 为受到外场例如温度或应力作用的保偏光纤的长度。 T/S 表示温度/应力。

稳频纵向塞曼激光器输出的光场由角频率为 ω_2 和 ω_1 的左、右旋圆偏振分量组成。 $\omega_2 > \omega_1$, 频率差为 600 kHz, 相应的波长差为 8×10^{-16} m, 频率稳定度 $< 10^{-9[7]}$ 。如取左、右旋圆偏振分量的正交琼斯矢量 ϵ_l 和 ϵ_r 为基矢量, 则笛卡儿琼斯矢量可以写成

$$E = E_l \epsilon_l + E_r \epsilon_r \tag{1}$$

其中

$$\epsilon_l = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \tag{2}$$

和

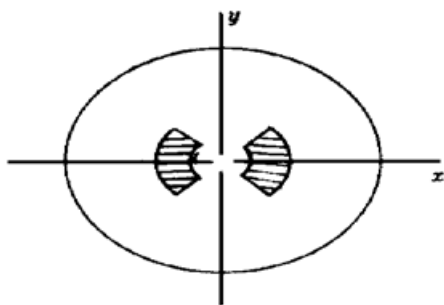
$$\epsilon_r = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \tag{3}$$

在(1)式中, 令两个复振幅 E_l 和 E_r 取各种可能的值, 就可以描述整个琼斯矢量空间^[4, 5]。考虑到上述两个复振幅的初相相同, 振幅相等, 但两个时间因子 $\exp(i\omega_2 t)$ 和 $\exp(i\omega_1 t)$ 不同等事实^[7], 可从以上各式求得角频率为 ω_2 和 ω_1 的左、右旋圆偏振激光束的琼斯矢量表达式为

$$E = \begin{bmatrix} \exp(i\omega_1 t) + \exp(i\omega_2 t) \\ i[\exp(i\omega_1 t) - \exp(i\omega_2 t)] \end{bmatrix} \tag{4}$$

由于不考虑偏振光的能量传输问题, 在计算中均将归一化因子略去。

保偏光纤可视为理想的单轴线性双折射光纤, 其特性可用其截面上的正交本征轴表示, x 轴为慢轴, y 轴为快轴, 如图2所示^[8-11]。使正交线偏振光的偏振方向与保偏光纤截面上的正交本征轴完全重合而入射时, 其偏振态将在光纤的全部长度内保持不变。因此, 保偏光纤的作用与线性延迟器相同。这一线性延迟器的琼斯矩阵为



$$J_{PMF} = \begin{bmatrix} \exp(-i\phi_x) & 0 \\ 0 & \exp(-i\phi_y) \end{bmatrix} \tag{5}$$

Fig. 2 The structure of a bow-tie fiber 式中, 下标 x 和 y 分别表示慢轴和快轴, ϕ_x 和 ϕ_y 分别为与慢轴和快轴相应的相位延迟

$$\phi_i = \frac{2\pi}{\lambda} n_i L, \quad i = x, y \tag{6}$$

式中, n_i 为与慢轴或快轴相应的有效折射率, L 为保偏光纤的长度^[5]。

若长度为 l 的保偏光纤部分受到外场(如温度或应力)的作用时, 光纤将会膨胀或伸长并引起折射率的相应变化, 于是线性延迟器的琼斯矩阵可以写成

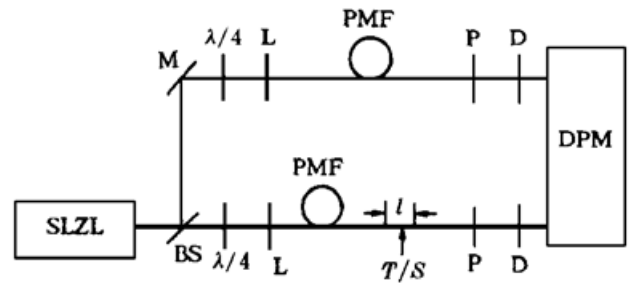


Fig. 1 The setup of a heterodyne optical fiber sensor

$$J'_{PMF} = \begin{bmatrix} \exp[-i(\phi_x + \Delta\phi_x)] & 0 \\ 0 & \exp[-i(\phi_y + \Delta\phi_y)] \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中

$$\Delta\phi_i = \frac{2\pi}{\lambda}(n_i\Delta l + l\Delta n_i), \quad i = x, y$$

上式不适用于沿保偏光纤截面径向变化的情形。若外场具有扭转应力，则线偏振模将转换为圆偏振模。上式在此情形下也不适用^[11, 12]。

采用 $\lambda/4$ 波片在坐标旋转作用下的变换形式，以便确定 $\lambda/4$ 波片快轴在正交线偏振光的偏振方向与保偏光纤截面上的正交本征轴完全重合时的位置。令 $\lambda/4$ 波片的快轴与 y 轴之间的夹角为 α ，逆时针旋转 $\lambda/4$ 波片，则琼斯矢量的矩阵变换为^[5, 6]

$$E_o = J_{\lambda/4}(\alpha) E_i = R(-\alpha) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} R(\alpha) E_i \quad (8)$$

式中， $R(\alpha)$ 和 $R(-\alpha)$ 分别为旋转矩阵和逆旋转矩阵

$$R(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad R(-\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (9)$$

将(4)式及(9)式代入(8)式得

$$E_o = \begin{bmatrix} (\cos^2\alpha - i\sin^2\alpha)[\exp(i\omega_1 t) + \exp(i\omega_2 t)] - (1-i)\sin\alpha\cos\alpha[\exp(i\omega_1 t) - \exp(i\omega_2 t)] \\ (1+i)\sin\alpha\cos\alpha[\exp(i\omega_1 t) + \exp(i\omega_2 t)] + (\cos^2\alpha + i\sin^2\alpha)[\exp(i\omega_1 t) - \exp(i\omega_2 t)] \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中， E_o 和 E_i 分别为输出光场和输入光场。由(10)式知，输出光场是角频率为 ω_1 和 ω_2 的正交线偏振分量，其振幅和相位都随 $\lambda/4$ 波片的旋转角 α 而变化。当 $\alpha = \pi/4$ 时，角频率为 ω_1 和 ω_2 的线偏振分量分别沿 y 轴和 x 轴方向偏振，前者(ω_1) 较后者(ω_2) 超前 $\pi/2$ ；当 $\alpha = 3\pi/4$ 时，角频率为 ω_1 和 ω_2 的线偏振分量分别沿 x 轴和 y 轴方向偏振，后者(ω_2) 滞后前者(ω_1) $\pi/2$ 。角频率为 ω_1 和 ω_2 的正交线偏振分量的偏振方向随 $\lambda/4$ 波片的旋转角 α 变化的情形如图3所示。

Fig. 3 The polarization of orthogonal linear polarized components with angular frequencies ω_1 and ω_2 for different rotation angles α : (a) $\alpha = \pi/4$; (b) $\alpha = 3\pi/4$

起偏器，并利用(10)式、(5)式、(7)式和(9)式求得参考光束和信号光束的输出光场分别为^[5, 6]

$$E_{or} = J_p(\gamma) J_{PMF} J_{\lambda/4}(\pi/4) E_i = R(-\gamma) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} R(\gamma) J_{PMF} J_{\lambda/4}(\pi/4) E_i = \begin{bmatrix} \cos^2 \gamma \exp[i(\omega_2 t - \phi_x)] + \sin \gamma \cos \gamma \exp[i(\omega_1 t - \phi_y + \pi/2)] \\ \sin \gamma \cos \gamma \exp[i(\omega_2 t - \phi_x)] + \sin^2 \gamma \exp[i(\omega_1 t - \phi_y + \pi/2)] \end{bmatrix} \quad (11)$$

和

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{os} &= J_p(\gamma) J'_{PMF} J_{\lambda/4}(\pi/4) \mathbf{E}_i = \\ &R(-\gamma) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} R(\gamma) J'_{PMF} J_{\lambda/4}(\pi/4) \mathbf{E}_i = \\ &\begin{bmatrix} \cos^2 \gamma \exp [i(\omega_2 t - \phi_x - \Delta\phi_x)] + \sin \gamma \cos \gamma \exp [i(\omega_1 t - \phi_y - \Delta\phi_y + \pi/2)] \\ \sin \gamma \cos \gamma \exp [i(\omega_2 t - \phi_x - \Delta\phi_x)] + \sin^2 \gamma \exp [i(\omega_1 t - \phi_y - \Delta\phi_y + \pi/2)] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

于是参考光束和信号光束的拍频光电流分别为

$$I_r = \mathbf{E}_{or} \mathbf{E}_{or}^+ = 1 + \sin 2\gamma \cos [(\omega_2 - \omega_1)t - \frac{2\pi}{\lambda} BL_r - \frac{\pi}{2}] \quad (13)$$

和

$$I_s = \mathbf{E}_{os} \mathbf{E}_{os}^+ = 1 + \sin 2\gamma \cos [(\omega_2 - \omega_1)t - \frac{2\pi}{\lambda} BL_s - \frac{2\pi}{\lambda} (B\Delta l + l\Delta B) - \frac{\pi}{2}] \quad (14)$$

式中, \mathbf{E}_0^+ 为琼斯矩阵 \mathbf{E}_0 的厄米伴随矩阵^[5]。 L_r 和 L_s 分别为用作参考光束和信号光束传输通道的保偏光纤的长度。 $B = n_x - n_y$ 为保偏光纤的本地双折射或模式双折射, 它等于与保偏光纤中的传输模 HE_{11} 的两个正交偏振场分量 HE_{11}^x 和 HE_{11}^y 相应的有效折射率之差, 是表征单模光纤偏振保持能力的基本参数^[8-11]。保偏光纤的延迟 $\frac{2\pi}{\lambda} BL_r$ 和 $\frac{2\pi}{\lambda} BL_s$ 都是常数。于是数字相位计给出两个拍频光电流的相位差的数值 $\frac{2\pi}{\lambda} (B\Delta l + l\Delta B)$ 。

再取 $\alpha = 3\pi/4$ 。类似计算可得参考光束和信号光束的拍频光电流分别为

$$I_r = 1 + \sin 2\gamma \cos [(\omega_2 - \omega_1)t + \frac{2\pi}{\lambda} BL_r - \frac{\pi}{2}] \quad (15)$$

和

$$I_s = 1 + \sin 2\gamma \cos [(\omega_2 - \omega_1)t + \frac{2\pi}{\lambda} BL_s + \frac{2\pi}{\lambda} (B\Delta l + l\Delta B) - \frac{\pi}{2}] \quad (16)$$

(13) 式~ (16) 式可以合并写成

$$I_r = 1 + \sin 2\gamma \cos [(\omega_2 - \omega_1)t \mp \frac{2\pi}{\lambda} BL_r - \frac{\pi}{2}] \quad (17)$$

和

$$I_s = 1 + \sin 2\gamma \cos [(\omega_2 - \omega_1)t \mp \frac{2\pi}{\lambda} BL_s \mp \frac{2\pi}{\lambda} (B\Delta l + l\Delta B) - \frac{\pi}{2}] \quad (18)$$

式中, 正负符号由 $\lambda/4$ 波片的旋转角 α 决定。 $\alpha = \pi/4$ 时取负号, $\alpha = 3\pi/4$ 时取正号。

Yoshino 的外差光纤传感器光路与本文的基本相同, 区别在于他采用稳频横向塞曼激光器作为光源, 因而选取 $\lambda/2$ 波片来实现光耦合。至于椭圆包层光纤的基本特性与蝴蝶结光纤的相同。因此, 用类似方法求得参考光束和信号光束拍频电流的严格公式如下

$$I_r = 1 \pm \sin 2\gamma \cos [(\omega_2 - \omega_1)t \mp \frac{2\pi}{\lambda} BL_r] \quad (19)$$

和

$$I_s = 1 \pm \sin 2\gamma \cos [(\omega_2 - \omega_1)t \mp \frac{2\pi}{\lambda} BL_s \mp \frac{2\pi}{\lambda} (B\Delta l + l\Delta B)] \quad (20)$$

式中, 正负符号由 $\lambda/2$ 波片的旋转角 α 决定。 $\alpha = \pi/4$ 和 $3\pi/4$ 时, 取式中上方的符号; $\alpha = 0$ 和 $\pi/2$ 时, 取式中下方的符号。

3 实验结果和讨论

由角频率为 ω_2 和 ω_1 的左、右旋圆偏振激光束的琼斯矢量和算法得到了外差光纤传感器中参考光束和信号光束拍频光电流的严格公式(17)式和(18)式。它们都是隐含参量 α ($\lambda/4$ 波片的旋转角)和显含参量 γ (线性起偏器的旋转角)的余弦函数。

由(17)式、(18)式得到相位差公式 $\Delta\phi = \mp \frac{2\pi}{\lambda}(B\Delta l + l\Delta B)$ 。再由相位差公式求出温度的

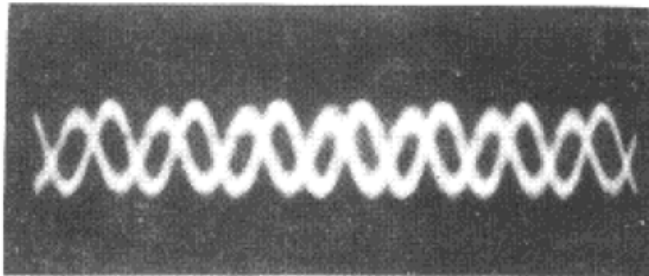


Fig. 4 The waveforms of beat photocurrents for reference beam and signal beam

相位灵敏度 $\frac{1}{l} \frac{\Delta\phi}{\Delta T}$ 和伸长(或压缩)的相位灵敏度

$\frac{\Delta\phi}{\Delta l}$ 。用 HB-633 蝴蝶结光纤得到的实验结果如下:

温度的相位灵敏度为 $5.6 \text{ rad}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1[2]}$, 伸长(或压缩)的相位灵敏度为 $4.5 \text{ deg}\cdot\mu\text{m}^{-1[3]}$ 。显然, 实验测量的精密度取决于数字相位计。如数字相位计的精密

度为 1 mrad , 则形变测量的精密度可达 10^{-9} m 。因此, 实验测量的精密度是相当高的。更为重要的是实验测量的直线性和可重复性都是非常好的^[2, 3]。参考光束和信号光束拍频光电流的波形如图4所示。

相位差公式中的正负符号决定数字相位计读数的正负和示波器波形移动方向的正负, 因而在实际操作中是很有用的。因为相位差前面的正负符号由 α 决定, 相位差本身的正负符号由 Δl 和 ΔB 决定, 所以相位差的正负符号由 α 、 Δl 和 ΔB 三者共同决定。相位差的正负符号还可以由数字相位计给出的正负符号相反的读数以及示波器给出的移动方向相反的波形得到实验验证。因此, 在处理实验数据时, 一个数学形式严谨的相位差公式是绝对必要的。

在(17)式、(18)式中, 纯数1为直流分量, $\sin 2\gamma$ 为交流分量的正弦振幅。仅当线性起偏器的旋转角 $\gamma = \pm \pi/4$ 或 $\gamma = \pm 3\pi/4$ 时, 拍频光电流的最大振幅才等于1。这是最大限度地利用光能的几种有限的特殊情形。改变旋转角 γ , 可使波形的振幅最大, 也可使它逐渐减小直至成为一条水平直线。这种直流分量所代表的是角频率为 ω_1 的还是 ω_2 的线偏振光是很容易分辨的。由上述公式还可以看出交流分量的正负符号也取决于 γ 的取值。因此, γ 的取值不同, 示波器给出的波形也不同。

为了得到相位差公式, Yoshino 根据线性迭加原理求得参考光束的拍频光电流公式为^[1]

$$I = A + B \cos(2\pi\Delta f t - \Gamma) \tag{21}$$

式中, $A = A_{\parallel}^2 + A_{\perp}^2$, $B = 2A_{\parallel}A_{\perp}$, 均为实数, $\Delta f = f_1 - f_2$ 为频率差, $\Gamma = (\beta_{\parallel} - \beta_{\perp})L$ 为保偏光纤的延迟, L 为保偏光纤的长度, β_{\parallel} 和 β_{\perp} 分别为两个正交线偏振模 HE_{11}^x 和 HE_{11}^y 的传播常数。下标 \parallel 和 \perp 分别表示水平分量和垂直分量。延迟 Γ 可写成 $\frac{2\pi}{\lambda}BL$, B 为保偏光纤的本地双折射或模式双折射。对延迟 $\frac{2\pi}{\lambda}BL$ 求全微分得到相位差公式 $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(B\Delta l + l\Delta B)$ 。比较(21)式与(19)式、(20)式可知, 此种由单模光纤理论的简单分析得到的相位差公式似嫌简略一些。

此外, 比较(20)式与(18)式可知, 在实际工作中以稳频纵向塞曼激光器为光源的光外差光纤传感器也许比以稳频纵向塞曼激光器为光源的要方便些。

参 考 文 献

- [1] T. Yoshino, T. Hashimoto, M. Nara *et al.*, Common path heterodyne optical fiber sensors. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 1992, **LT-10**(4) ·503~ 513
- [2] Yin Fang, Jian Rong, Kemin Sheng *et al.*, All-fiber temperature sensing system by using polarization-maintaining fiber coupler as a beamsplitter. *Proc. SPIE*, 1991, **1572** ·197~ 200
- [3] Yin Fang, Kemin Sheng, Measurement of small of a solid body by two-frequency laser optical fiber sensor. *Proc. SPIE*, 1991, **1572** ·453~ 456
- [4] R. C. Jones, A new calculus for the treatment of optical system I: description and discussion of the calculus. *J. Opt. Soc. Am.*, 1941, **31** ·488~ 493
- [5] R. M. A. Azzam, N. M. Bashara 著, 梁明基, 尹树百, 张福初等译, 椭圆偏振测量技术和偏振光. 北京: 科学出版社, 1986, 1~ 53
- [6] H. G. Jerrard, Modern description of polarized light: matrix methods. *Opt. Laser Technol.*, 1982, **14** (6) ·309~ 319
- [7] T. Bear, F. V. Kowalski, J. L. Hall, Frequency stabilization of a 0.633 μm He-Ne longitudinal Zeeman laser. *Appl. Opt.*, 1980, **19**(18) ·3173~ 3177
- [8] N. Shibata, Y. Sasaki, K. Okamoto *et al.*, Fabrication of polarization-maintaining and absorption-reducing fibers. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 1983, **LT-1**(1) ·38~ 43
- [9] M. Loch, W. E. Heinlein, High-resolution measurement of birefringence profiles in stress-induced polarization-maintaining fibers. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 1989, **LT-7**(8) ·1213~ 1216
- [10] I. P. Kaminow, Polarization in optical fibers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1981, **QE-17**(1) ·15~ 22
- [11] L. B. Jeunhomme, Single-mode fiber optics (second edition) New York: Marcel Dekker, 1990, 60~ 95
- [12] R. Ulrich, A. Simon, Polarization optics of twisted single-mode fibers. *Appl. Opt.*, 1979, **18**(13) ·2241~ 2251

The Jones Vector for Laser Beam with Two Frequencies and Left-right-Handed Circular Polarizations and Its Application

Fang Yin Yang Shixing Sheng Kemin Wang Ping

(EM-Field and Microwave Technology Research Institute, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031)

(Received 26 November 1996; revised 26 November 1997)

Abstract A representation of the Jones vector for laser beam, which comes from a stabilized longitudinal Zeeman laser with frequencies ω_1 and ω_2 and circular left-right-handed polarizations, and the rigorous formulas of the beat photocurrents for reference beam and signal beam in the heterodyne optical fiber sensor are presented. These formulas cover all informations of phase delay and change of polarization states for these beams caused by all optical elements in the sensing system. Therefore, they can give phase difference formula fitting well with experimental results, and can also be used for explanation of some physical phenomena occurred in experiments.

Key words stabilized longitudinal Zeeman laser, Jones vector, heterodyne optical fiber sensor.