

实现控制波前传播的纯相位衍射 光学元件的设计*

王京从 张静娟 霍俊岭 廖 睿

(中国科技大学研究生院物理学部, 北京 100039)

摘 要 基于投影限制集算法(POCS), 设计出用一个纯相位调制的衍射光学元件实现控制光波前在三维区域之内的传播, 将输入的高斯光束变换为沿纵向调制的等光强的 2×2 光束阵列。模拟计算表明, 该算法在控制光波前传播方面是有效的。

关键词 衍射光学元件, 投影限制集算法, 波前传播。

1 引 言

目前, 一般的衍射光学元件(DOE)设计是解决一个输入平面到单个输出平面的振幅-相位恢复问题, 使入射到输入平面上的光波通过衍射光学元件调制后, 在该输出平面上光场分布满足特定的要求。用光学一般变换理论, Gerchberg-Saxton 算法(简称 GS 算法)、模拟退火法、遗传算法等算法设计, 并采用微细加工技术制备了多种衍射光学元件, 用于光互连、He-Ne 激光、可见光半导体激光器光束整形和均匀化的研究中, 均取得了满意的实验结果^[1-8]。然而如何设计用一个衍射光学元件, 实现控制波前在三维区域内的传播, 即要求输入光波经该衍射光学元件调制后能同时满足多个输出平面的光场分布要求, 这是衍射光学元件设计问题中面临的一个新的研究课题。

Rosen^[9]、Piestun 和 Shamir^[10]等在 1994 年提出采用投影限制集算法(projection onto constrains sets, POCS), 设计一个衍射光学元件实现控制波前传播的无衍射光束和无衍射光束阵列。由于该衍射光学元件是振幅相位同时调制的, 衍射效率只有 3%。中科院物理所 Dong 和 Yang^[11]等在 1996 年曾采用杨-顾算法, 提出一个输入平面到多个输出平面的相位恢复问题。设计了焦距为 80 mm、焦深为 8 mm 的衍射相位轴柱镜。

本文基于投影限制集算法, 又加上对输入平面的投影限制集, 设计出一个纯相位的衍射光学元件, 在距该衍射光学元件 50 cm 至 70 cm 的范围内, 实现了将输入的高斯光束变换为纵向调制的 2×2 光束阵列, 而且在不同输出平面上的横向强度分布基本保持不变。模拟计算结果证实了该算法在控制光波前传播方向的有效性。

* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1997-06-12; 收到修改稿日期: 1997-11-28

2 投影限制集算法用于波前传播控制的系统描述

传统的衍射光学元件设计系统如图 1 所示。它是由分别同轴放置在输入平面和输出平面相距为 d 的两个衍射光学元件 H_1 和 H_2 构成的光学系统。 H_1 调制 $f(x, y)$ 的相位分布, 在输出面形成 $g(\zeta, \eta)$ 的实振幅分布 $|g(\zeta, \eta)|$ 。 H_2 用于调整输出相位分布, 形成所要求的复振幅输出 $g(\zeta, \eta)$ 。这是一个输入平面对应一个特定输出平面的相位恢复问题。

本文研究的衍射光学元件设计是如图 2 所示的光学变换系统。在输入平面 z_0 处放置衍射光学元件 H_1 , 要求输入光波前 $f(x, y)$ 经 H_1 的调制后不仅能在某一个输出平面 (例如 z_1, z_2) 处满足所要求的光场分布, 而且要求用同一个衍射光学元件, 能够控制光波前的传播, 在沿垂直于光束传播方向(沿 z 轴) 从距输入面 z_0 为 d_1 到 d_2 三维区域内取 $z_1, z_2 \dots z_N$ N 个输出平面上均能满足特定的分布。这是从一个输入平面到多个输出平面的振幅-相位恢复问题。显然, 如何设衍射光学元件, 确定它的相位分布以满足多个输出平面光场分布, 这是较传统衍射光学元件设计更为复杂的问题。

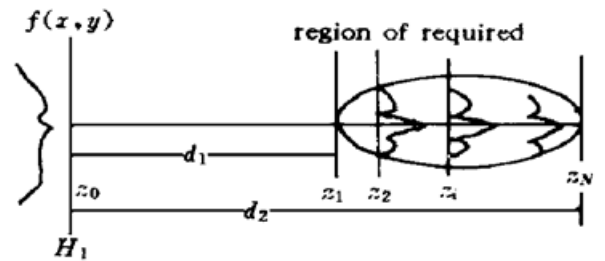
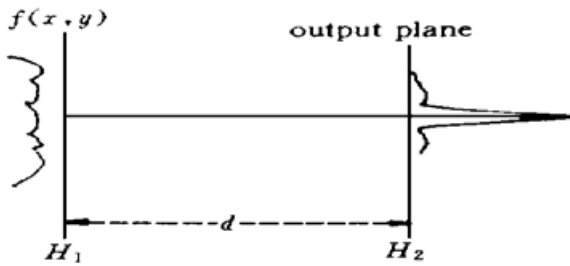


Fig.1 The conventional optical transformation system consisted of two DOE

Fig.2 Optical transformation system for control of 3-D intensity distribution

本节首先叙述用投影限制集算法如何设计振幅相位同时调制的衍射光学元件。然后讨论为了提高衍射效率纯相位调制衍射光学元件的设计问题。

假设衍射光学元件的复振幅分布 $H_1(x, y)$ 为:

$$H_1(x, y) = |a(x, y)| \exp [j\phi(x, y)] \tag{1}$$

根据标量衍射理论, 复振幅分布为 $f(x, y) = |f(x, y)| \exp [j\phi(x, y)]$ 的输入光波经 H_1 的调制后, 在 z_i 面上得到的复振幅分布为:

$$g(\zeta, \eta, z_i) = \frac{\exp (jkz_i)}{j\lambda z_i} \iint f(x, y) H_1(x, y) \exp \left\{ j \frac{k}{2z_i} [(x - \zeta)^2 + (y - \eta)^2] \right\} dx dy \tag{2}$$

式中 z_i 为输入平面 z_0 到输出平面 z_i 的距离。 $k = 2\pi/\lambda$ 为波矢。 λ 为波长。

将 H_1 的相位分布与输入光波前的相位分布合并到一起, 得到一个等效的相位分布函数:

$$\Phi(x, y) = \phi(x, y) + \phi(x, y) \tag{3}$$

则(2) 式中

$$f(x, y) H_1(x, y) = |a(x, y)| |f(x, y)| \exp [j\Phi(x, y)] \tag{4}$$

由于 $\phi(x, y)$ 和 $\phi(x, y)$ 之间只相差一个输入光波的相位因子, 在输入光波已知的情况下, $\Phi(x, y)$ 和 $\phi(x, y)$ 可以容易地由一个算出另一个。为了简便, 以后就不加以区分, 都用 $\Phi(x, y)$ 代表。另外, 定义 $F(x, y) = f(x, y) H_1(x, y)$, 代入(2) 式得

$$g(\zeta, \eta, z_i) = \frac{\exp (jkz_i)}{j\lambda z_i} \iint F(x, y) \exp \left\{ j \frac{k}{2z_i} [(x - \zeta)^2 + (y - \eta)^2] \right\} dx dy = \text{FrT}\{F(x, y)\}_{z_i} \tag{5}$$

$\text{FrT}\{\}_{z_i}$ 表示 $F(x, y)$ 到 z_i 面的菲涅耳变换。下文中用 $\text{IFrT}\{\}_{z_i}$ 表示相应的逆菲涅耳变换。

图 2 所示的变换系统用(5)式描述即为: 需要找到一个输入平面的孔径函数 $F(x, y)$, 使得 $i = 1, 2, \dots, N$ 个输出平面的光强均满足一定的分布要求。投影限制集算法把每个输出平面的要求分别以集合的形式描述出来, 称作约束集合 $C_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 。每个约束集合被赋予一个投影算子 P_i 。投影算子 P_i 作用于输入函数 $F(x, y)$ 上, 写作 $P_i F$, 使得 $P_i F$ 和第 i 个输出平面要求的实振幅分布 $g(\zeta, \eta, z_i)$ 最接近。这里的投影操作 $P_i F$ 包含一次正菲涅耳变换 FrT 、 $g(\zeta, \eta, z_i)$ 到约束集合 C_i 上的投影 $P_i' g$ 和一次逆菲涅耳变换 IFrT 。为了使经衍射光学元件调制后的光场同时满足 N 个输出平面的光场分布要求, $F(x, y)$ 需同时满足 N 个约束集合的限制, 即:

$$F \in C = \bigcap_{i=1}^N C_i \quad \left(\bigcap_{i=1}^N \text{是交集运算。} \right) \quad (6)$$

投影限制集算法即为搜索满足以上条件的 $F(x, y)$ 的迭代算法, 序列 $\{F_k\}$ 的收敛性质由下列递归关系得到^[12, 13]:

$$F_{k+1} = P_N P_{N-1} \cdots P_1 F_k \quad (7)$$

$k = 0, 1, 2, \dots$ 为循环次数。 F_0 为初始值, 可以随机取。(7)式可采用下列修正形式的递归关系表示:

$$F_{k+1} = T_N T_{N+1} \cdots T_1 F_k \quad (8)$$

式中 $T_i \equiv I + \lambda_i (P_i - I)$, $0 < \lambda_i < 2$, λ_i 是松弛因子, 可用于加快算法的收敛速度。 I 为单位算子。决定 λ_i 的理想值对不同的问题要靠经验的积累。本文中取 λ_i 均为 1。即 $T_i = P_i$ 。一次投影称作一步, 第 i 步写作; $F_{k,i} = P_i F_{k,j-1}$, 并令 $F_{k,0} = F_k$, $F_{k,N} = F_{k+1}$ 。(7)式中一次循环是由 N 步投影后完成。

衍射光学元件一般带有振幅调制, 能量效率往往很低。为提高衍射效率, 本文设计的衍射光学元件是纯相位调制的。这种情况下输入光波 $f(x, y)$ 入射到一个纯相位调制的衍射光学元件上, 所有的能量未经衰减地传播。衍射光学元件的复振幅分布函数变为纯相位函数, $H_1(x, y) = \exp[j\phi(x, y)]$, 即(1)式中振幅部分 $|a(x, y)| = 1$ 。代入(4)式中, $F(x, y) = f(x, y)H_1(x, y) = |f(x, y)| \exp[j\phi(x, y)]$ 。在输入光波已知的条件下, 上文中所述的一个输入平面到多个输出平面的振幅-相位恢复问题变为一个输入平面到多个输出平面的相位恢复问题。此时除了对 N 个输出平面的限制外, 还需要加上对输入平面的限制。把纯相位衍射光学元件和输入光波的振幅已知所引入的对 $F(x, y)$ 的约束以约束集合 C_0 的形式描述出来, $C_0 = \{F(x, y): |F(x, y)| = |f_{in}(x, y)|, (x, y) \in \text{输入平面}\}$, 投影算子 P_0 作用 $F(x, y)$ 上, $P_0 F(x, y) = |f_{in}(x, y)| \exp[j\phi(x, y)]$ 。 $\phi(x, y)$ 是衍射光学元件的相位分布, 循环开始是随机取值, 在循环中把从输出平面 z_N 逆菲耳变换得到的相位赋予 $\phi(x, y)$ 。综上所述, 加上到输入平面的投影后, (7)式的递归关系写作:

$$F_{k+1} = P_0 P_N P_{N-1} \cdots P_1 F_k \quad (9)$$

计算流程图如图 3 所示。图 3(a) 中的虚线框起来的部分是到输入平面上的投影操作, 针对(9)式递归关系。只在设计纯相位衍射光学元件时, 需要这一部分。当设计衍射光学元件是振幅相位同时调制时, 跨过这一块操作, 就是(7)式所述的循环。误差函数 E_r 定义如下:

$$E_r(g) = \sum_{i=1}^N w(i) \sum_m (|P_i g_{i,m}| - |g_{i,m}|)^2 \quad (10)$$

其中 $w(i)$ 是针对每个约束平面的权重因子。 $0 < w(i) < 1$ 。 m 代表采位样点序数。

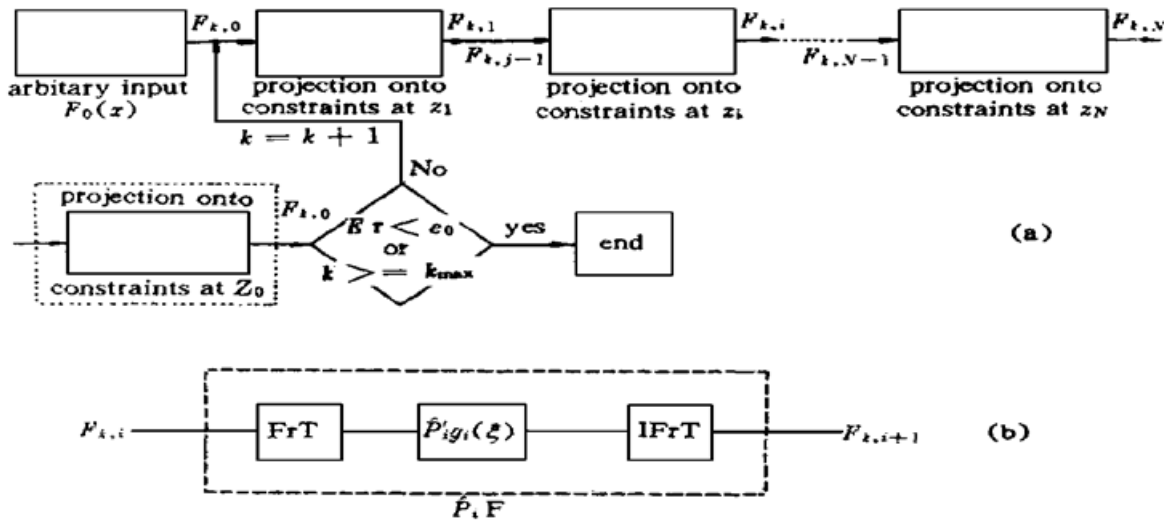


Fig. 3 (a) Global diagram of POCS algorithm, (b) Detail of a projection onto constraints set at plane of z_i

当外层循环次数 k 达到预定的循环次数 k_{max} 或者测定波形的误差函数 E_r 小于给定的误差 ϵ_0 时, 循环结束。

3 2×2 等光强光束阵列的纵向调制

将一束平行光通过一个衍射光学元件变换成多束等光强的阵列, 是二元光学研究的一个重要内容^[14]。本文用投影限制集算法设计了一个纯位相衍射光学元件, 将输入的高斯光束变换为纵向调制的 2×2 等光强光束阵列, 这在理论和实际应用中都是有意义的。

设输入面坐标为 (x, y) , 取输入面大小为 $2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$, 输入光波为高斯型, 波长为 632.8 nm , 输入面振幅分布为

$$f_{\text{Gauss}}(x, y) = A_0 \exp[-(x^2 + y^2)/w^2] \tag{11}$$

这里光斑半径 $w = 0.3 \text{ mm}$; A_0 为归一化常数。

输出面坐标用 (u, v) 表示, 要求在距离输入面 $d_1 = 50 \text{ cm}$ 到 $d_2 = 70 \text{ cm}$ 之间每个输出面上得到等光强分布的 2×2 光束阵列, 峰值位置分别在 $[(4, 4), (4, -4), (-4, 4), (-4, -4)]$ 。从 d_1 到 d_2 之间等间隔取 $N = 100$ 个输出平面, 标志为 z_1, z_2, \dots, z_n 面。

由于 N 个输出面上的约束集合相同, C_i 用下式描述为:

$$C_i = S_0 \otimes [\delta(u - 4, v - 4) + \delta(u + 4, v + 4) + \delta(u - 4, v + 4) + \delta(u + 4, v - 4)] \tag{12}$$

式中 \otimes 代表卷积运算。其中

$$S_0(u, v) = M \text{rect}(u/u_0) \text{rect}(v/v_0) + \epsilon \tag{13}$$

式中 M 为一个大的正数, ϵ 为一个远远小于 M 的正数; 这里取 $M = 7, \epsilon = 0.1$ 。 $u_0 = v_0 = 0.37$ 为单个峰的宽度。到 C_i 上的投影 P_i 作用在输入平面函数 $F(x, y)$ 上可写作:

$$P_i F(x, y) = \text{IFrT}\{P_i \text{FrT}\{F(x, y)\}\} = \text{IFrT}\{P_i g_i\} \dots$$

$$P_i[g_i(u, v)] = \begin{cases} M \exp[j\psi_i(u, v)] & u = -4 \text{ 或 } 4 \text{ 且 } v = -4 \text{ 或 } 4 \\ \min\{g_i(u, v), C_i(u, v)\} \exp[j\psi_i(u, v)] & \text{其他} \end{cases} \tag{14}$$

式中 $g_i(u, v) = \text{FrT}\{F(x, y)\}_{z_i}$, 为输入函数在二维情况下的菲涅耳变换, $i = 1, 2, \dots, N$ 。
 $\psi_i(u, v)$ 是 $|f_{\text{Guass}}| \exp [j\phi(x, y)]$ 的经过菲涅耳变换后 $g_i(u, v)$ 的相位。

因为设计的是纯相位衍射光学元件, 还要加上在输入平面 z_0 上的约束集合 C_0 和到 C_0 上的投影 P_0 :

$$C_0 = \{F(x, y) \cdot F(x, y) = |f_{\text{Guass}}| \exp [j\phi(x, y)], \quad x \in (-1, 1), y \in (-1, 1)\} \quad (15)$$

$$P_0[F(x, y)] = |f_{\text{Guass}}| \exp [j\phi(x, y)] \quad (16)$$

式中 $\phi(x, y)$ 初值可以随机选取。在迭代过程中取 $g_i(\vartheta) \exp [j\psi_i(\vartheta)]$ 的经逆菲涅耳变换的相位值。

模拟计算中, 输入输出出面采样点数均为 64×64 , 按照图 3 算法, 流程图经过 $k = 10$ 次的循环, 误差函数值基本不再减小, 纯相位衍射光学元件得到一个相位分布, 经入射光波照射, 按衍射公式(5) 验算得 N 个输出平面的振幅分布, 都基本满足设计要求。从 $N = 100$ 个输出平面中取 $z = 50 \text{ cm}$ 、 60 cm 、 70 cm 三个平面, 它们的实振幅分布 $|g_i(u, v)|$ 如图 4 所示。

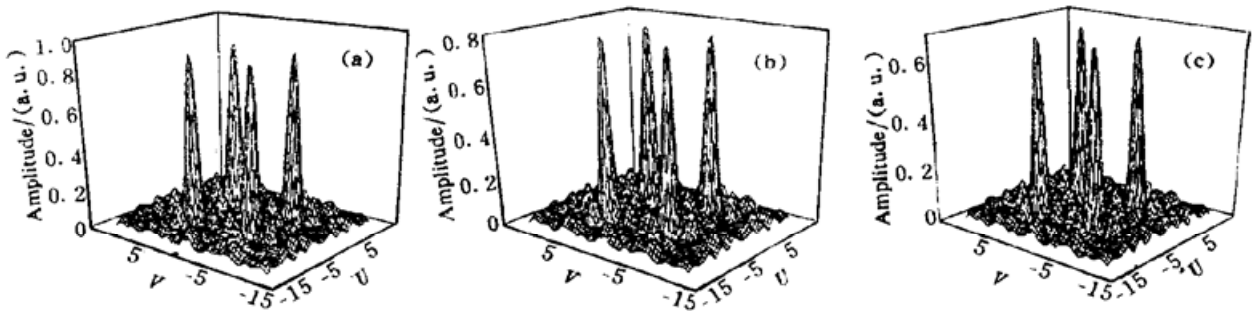


Fig. 4 The 3-dimensional calculating results of 2×2 beam arrays in modulating longitudinal direction. (a), (b), (c) Amplitude distribution at planes of $z = 50 \text{ cm}$, 60 cm , 70 cm

从图 4 可以看出, 在不同输出面上光束阵列的峰值位置是准确的, 横向强度分布基本符合设计要求, 信噪比也较高。

4 讨 论

本文基于投影限制集算法, 加上对输入平面的投影限制以后, 设计出用一个纯相位调制的衍射光学元件实现对光波前传播的三维控制。实现纵向调制光束阵列的模拟计算结果表明, 该算法收敛速度快, 在设计的控制光强分布的区域内可得到满意的结果。

本文介绍的是多个输出平面的约束 C_i 都相同的情况, 原则上该算法可以推广到多个输出平面要求不相同的光场分布。例如沿 z 轴光以螺旋形前进等。可以说投影限制集算法对设计衍射光学元件实现控制三维区域光波前的传播具有普遍性和通用性。

另外, 当输出平面个数为 1 时, 一个输入平面到多个输出平面的相位恢复问题演变为一个输入平面到单个输出平面的相位恢复问题。那末投影限制集算法的递归关系(9) 式蜕变为:

$$F_{k+1} = P_0 P_1 F_k \quad (17)$$

(17) 式实质上是相位恢复问题中常用的 Gerchberg-Saxton 算法。因此 GS 算法可以看作投影限制集算法的一种特殊情况, 投影限制集算法是解决相位恢复问题的更具普通意义的设计算法。

参 考 文 献

- [1] 张静娟, 羊国光, 许超, 用反应离子刻蚀制备的纯位相片将高斯束变换为均匀束. 物理学报, 1992, **41**(12) : 1961~ 1966
- [2] 许超, 张静娟, 用于圆对称光束波前变换的位相型光学系统的研究. 物理学报, 1993, **42**(8) : 245~ 1251
- [3] Jingjuan Zhang, Chao Xu, Shiping Gao, Optical interconnection with phase-only masks made by reactive ion-etching. *Opt. Engng.*, 1993, **32**(8) : 1866~ 1870
- [4] 张静娟, 姬扬, 姚德成等, 遗传算法在激光束整形中的应用. 物理学报, 1996, **45**(5) : 789~ 795
- [5] 姬扬, 张静娟, 姚德成等, 用于半导体激光器光束整形的衍射光学元件的设计研究. 物理学报, 1996, **45**(12) : 2027~ 2034
- [6] Ji Yang, Zhang Jingjuan, Wang Jingcong *et al.*, Binary optics for elliptical beam to circular flattop beam transformation. *Proc. SPIE*, 1996, **2886** : 248~ 257
- [7] Wang Jingcong, Zhang Jingjuan, Binary optics design with genetic algorithm to realize nondiffracting beam. *Proc. SPIE*, 1996, **2891**(Supplement) : 27~ 31
- [8] Yang Ji, Jingjuan Zhang, Jingcong Wang, Binary optics design with genetic algorithm. *Proc. SPIE*, 1996, **2866** : 116~ 119
- [9] J. Rosen, Synthesis of nondiffracting beams in free space. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(6) : 369~ 371
- [10] R. Piestum, J. Shamir, Control of wave-front propagation with diffractive elements. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(11) : 771~ 773
- [11] B. Dong, G. Yang, B. Gu *et al.*, Iterative optimization approach for the design of axilens with long focal depth and high transverse resolution. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1996, **13**(1) : 97~ 103
- [12] Aharon Levi, Henry Stark, Image restoration by the method of generalized projections with application to restoration from magnitude. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1984, **1**(9) : 932~ 943
- [13] D. C. Youla, H. Wedd, Image reconstruction by the method of projections onto convex sets-Part I. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 1982, **MI-1**(2) : 95~ 101
- [14] Thomas Dresel, Optimization of symmetric Dammann gratings with a multidimensional error feedback algorithm. *Opt. Commun.*, 1996, **129**(1, 2) : 19~ 26

Design of a Phase-Only Diffractive Optical Element for Control of Wave-Front Propagation

Wang Jingcong Zhang Jingjuan Huo Junling Rui Liao

(Department of Physics, University of Science and Technology of China, Beijing 100039)

(Received 12 June 1997; revised 28 November 1997)

Abstract Based on the projection onto constraints sets algorithm, we have designed a phase-only diffractive optical element (DOE) for controlling beam propagating in 3-dimensiona region. This DOE transforms the input Gauss-beam to 2×2 beam arrays in modulating longitudinal direction. The results of simulated calculating shows the validity of projection onto constraints sets (POCS) in controlling wave-front propagating.

Key words diffractive optical elements, POCS, wave-front propagation.