

空间衍射声波波前与压力场的 计算机层析三维重建*

李喜德

(中国科学技术大学力学和机械工程系, 合肥 230026)

S. Schedin P. Gren

(Lulea University of Technology, Lulea, Sweden)

摘 要 应用脉冲载波电子散斑干涉(pulsed carried-ESPI)与计算机层析技术(CT), 实现了由高压电极放电激励所产生的瞬态传输声场在经过不同孔径模板衍射后波前与压力场的三维重建, 给出了数值结果, 并对噪声条件下的计算机层析重建进行了讨论。

关键词 衍射声波, 脉冲载波电子散斑干涉, 计算机层析。

1 引 言

计算机层析技术与干涉计量相结合已被广泛地应用于各种三维场的重建, 如空间折射率场、温度场、电势场、流体或气体密度场等^[1-5]。与普通的干涉计量技术相比, 计算机层析技术与干涉计量相结合, 不仅可以得到通常干涉方法所获得的被测场沿某一方向的积分投影, 而且通过应用这些投影与计算机层析技术还可以得到被测场的空间三维分布。最近, 由于在脉冲电子散斑干涉(也称电视-全息)方面的新发展^[6], 使得人们能对瞬态场进行快速、高精度测量, 从而为干涉计算机层析技术在瞬态计量领域的应用提供了有利的条件。本文以高压电极为声场的激励源, 通过应用脉冲电子散斑干涉与傅里叶空间载波解调技术, 得到声场沿不同方向的相位投影, 然后应用这些投影与计算机层析技术, 获得了该瞬态场的波前与压力场的空间三维分布。

2 基本原理与理论

2.1 脉冲载波电子散斑干涉及其相位解调原理

脉冲电子散斑干涉可以方便地应用于各种高速运动或变形场的测量, 但最初由于所用 CCD 不能将变形前后两个干涉场分离, 在同一帧中记录了变形前后两幅干涉场。因条纹对比度极低而使定量分析较为困难。高速帧传输 CCD 与高分辨同步电子控制系统的应用, 使得人

* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1997-05-25; 收到修改稿日期: 1997-10-15

们可以将瞬态变形前后两幅干涉场分别记录在 CCD 的不同帧上, 从而实现两幅干涉场的减运算, 使干涉条纹场的质量大为改善。然而这一改进的不足之处在于所得到的最终测量结果仍然以强度条纹的方式表征。这对于需要大量投影数据的计算机层析技术来说, 不仅计算工作量大, 而且精度也难以保证。将载波技术引入脉冲电子散斑干涉, 用一幅干涉图即可获得测量场相位的数字化结果。这样, 在取得变形前后两幅干涉场的相位分布后, 就可得到该测量场的相位变化量。而此变化量即计算机层析技术重建所用投影。

图1所示为脉冲电子散斑干涉系统原理图, 设 CCD 靶面上物光与参考光复振幅分别为 $u(x, y)$ 与 $u_r(x, y)$, 则

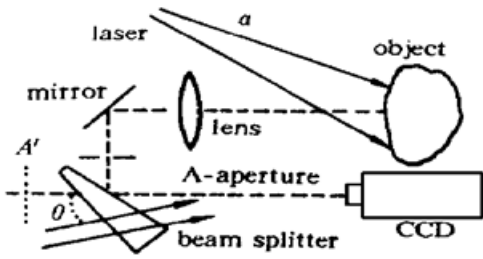


Fig. 1 Pulsed carrier ESPI set-up

$$u(x, y) = a_0(x, y) \exp [i\varphi(x, y)]$$

$$u_r(x, y) = R \exp \{i[kx + \varphi(x, y)]\} \quad (1)$$

式中 $\varphi(x, y)$ 、 $\varphi(x, y)$ 分别为物光与参考光的初相位, $a_0(x, y)$ 与 R 分别为其振幅分布。 $k = 2\pi \sin \theta / \lambda$, θ 为引入的斜参考光与中心光轴的夹角, λ 为激光波长, (x, y) 为靶平面坐标。于是, 干涉场的强度分布为:

$$I(x, y) = |u(x, y) + u_r(x, y)|^2 = a_0^2(x, y) + R^2 + a_0(x, y) R \exp \{-i[kx + \varphi(x, y) - \varphi(x, y)]\} + a_0(x, y) R \exp \{i[kx + \varphi(x, y) - \varphi(x, y)]\} \quad (2)$$

当物体运动或变形后, 有类似强度分布为:

$$I'(x, y) = |u'(x, y) + u_r(x, y)|^2 = a_0'^2(x, y) + R^2 + a_0(x, y) R \exp \{-i[kx + \varphi(x, y) - \varphi(x, y) - \Delta\varphi(x, y)]\} + a_0(x, y) R \exp \{i[kx + \varphi(x, y) - \varphi(x, y) - \Delta\varphi(x, y)]\} \quad (3)$$

从(2)式和(3)式可以看到, 由于应用了倾斜参考光而引入了光载波项, 这样即可应用傅里叶空间载波解调技术, 获得变形前后光场的相位变化量 $\Delta\varphi(x, y)$ [7, 8]

$$\Delta\varphi(x, y) = \arctan \left[\frac{\text{Re}[u(x, y)] \text{Im}[u'(x, y)] - \text{Im}[u(x, y)] \text{Re}[u'(x, y)]}{\text{Im}[u(x, y)] \text{Im}[u'(x, y)] + \text{Re}[u(x, y)] \text{Re}[u'(x, y)]} \right] \quad (4)$$

式中, $u'(x, y)$ 为物体运动变形后物光复振幅, $\text{Re}[\zeta]$, $\text{Im}[\zeta]$ 分别表示为 ζ 的实、虚部。

由(4)式只能得到 $\Delta\varphi(x, y)$ 的原理相位, 即 $\Delta\varphi(x, y) \in [-\pi, \pi]$ 。为了获得 $\Delta\varphi(x, y)$ 的连续分布, 对由(4)式计算所获得的相位分布还需要进行去包裹处理。

为了既保证(2)式和(3)式经傅里叶变换后各频谱分量在谱平面能充分分离, 又能满足 CCD 的空间分辨率与曝光量要求, 图1中孔径 A 的大小与位置需仔细选择。本文实验中, A 为一矩形狭缝, 大小为 $3.9 \text{ mm} \times 1.2 \text{ mm}$, 且在测量中为了调整方便, 将参考光沿光轴方向射入靶面, 而孔径 A 其中心偏离光轴约 1.8 mm , 此时 $\theta \approx 1.33^\circ$ 。

2.2 二维投影与计算机层析技术重建

如图2所示, 当一束光沿路径 AA' 通过一介质时, 其相位变化 $\Delta\varphi(x_r, \theta)$ 可表示为:

$$\Delta\varphi(x_r, \theta) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{AA'} [n(x, y, z) - n_0] d\sigma = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [n(x, y, z) - n_0] \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - x_r) dx dy \quad (5)$$

其中, $x_r = x \cos \theta + y \sin \theta$, n_0 与 $n(x, y, z)$ 分别为介质在扰动前后的空间折射率分布。 δ

为狄拉克函数，其他参数如图2所示。

计算机层析技术重建就是通过对(5)式所描述的二维投影进行反演计算，从而得到重建对象的空间三维分布。对(5)式应用卷积与反投影变换则有^[9]：

$$\frac{2\pi}{\lambda} [n(x, y, z) - n_0] = \int_0^\pi Q(x_r, \theta) d\theta = \int_0^\pi Q(x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta \quad (6)$$

$$Q(x_r, \theta) = \int_{-\infty}^\infty \Delta Q(s, \theta) h(x_r - s) ds = \Delta Q(x_r, \theta) \otimes h(x_r) \quad (7)$$

$$h(x_r) = \int_{-w}^w |f| \exp(i2\pi f x_r) df \quad (8)$$

式中 \otimes 表示卷积运算， w 为系统带宽， f 为 x_r 对应的谱分量。

由(6)式~(8)式可以看到，为了求得折射率 $n(x, y, z)$ 的三维分布，先由(8)式计算出滤波函数 $h(x_r)$ ，再由(7)式通过卷积运算得到反投影 $Q(x_r, \theta)$ ，最后通过(6)式进行反投影运算即可求得 $n(x, y, z)$ 。

2.3 压力场的计算

由2.2节的讨论可知，在完成计算机层析技术重建后，即由(6)式给出了折射率的空间分布。而通过 $n(x, y, z)$ 计算压力场则可由下列过程实现。

首先，对均匀透明介质，其折射率是介质密度的函数，在气体情形下 Gladston-Dale 关系成立，其次，在绝热条件下，应用压力 P 与密度 ρ 的关系则有：

$$\frac{P}{P_0} = \left(1 + \frac{n - n_0}{n_0 - 1}\right)^\gamma \quad (9)$$

式中 P_0 与 P 分别为扰动前后气体的压力， γ 取1.4，为绝热常数。可见，只要求出空间折射率，即可获得声场空间压力分布。

3 实 验

3.1 实验装置

图3为所用光路及实验设备，其中图3(a)为所用实验光路，红宝石脉冲激光器发射的脉冲光通过有一小倾斜角放置的负透镜 NL 后分为两部分，1) 透射部分，经分束镜 BS，准直透镜 L 后通过测量区域。漫射屏反射该光束，在 BS 处经反射后穿过 CCD 变焦系统和孔径 A 到达 CCD 靶面；2) 由负透镜 NL 反射的部分，经反射镜 M 反射，扩束系统扩束后直接到达 CCD 靶面形成参考光。图3(b)为所用高压电极产生声场的装置。其中，电极为钨，极隙为1.5 mm，放电电压为8.0 keV，所产生的声场经过孔径模板 AM 传输到被测区域。孔径模板 AM 为可旋转铁制圆盘，直径为150 mm，厚度为2 mm，其上花样与参数见图3(c)。在 xy 平面，测量区域为108 mm × 108 mm。实验时，孔径模板放在电极下方53 mm 处。为了确保系统具有较高的重复性和重复精度，实验系统各部分经电子单元进行实时监控和调整。

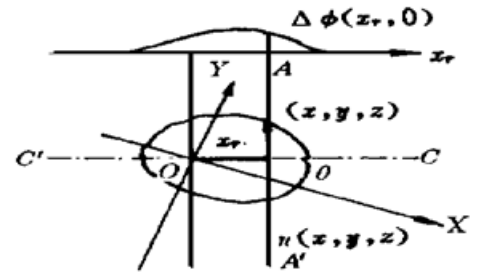


Fig. 2 Coordinate system for CT and its projection

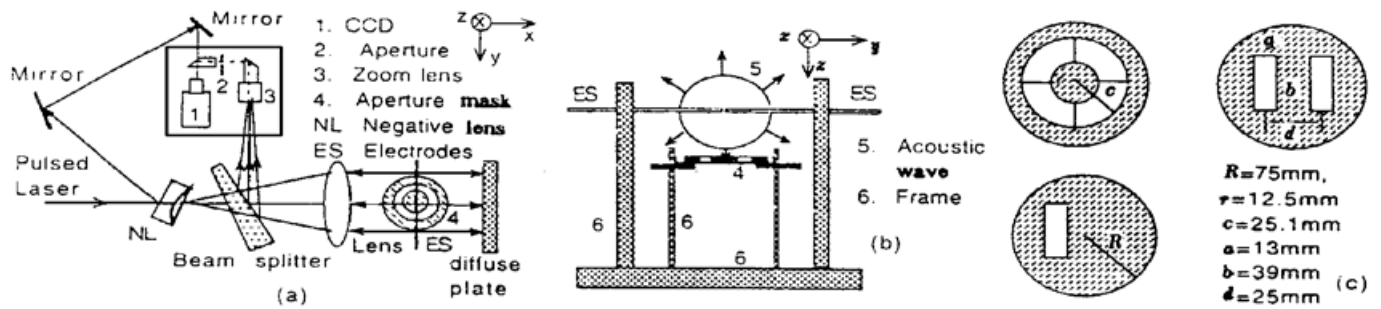


Fig. 3 Schematic of experimental arrangement for pulsed carrier ESPI, (a) Optical set-up, (b) Equipment of producing acoustic wave field, (c) Aperture mask for transient acoustic wave diffraction

3.2 实验结果

实验开始时，首先在 t_0 时刻触发激光系统及 CCD，从而在激光器释放第一脉冲激光的同时，CCD 记录一幅无扰动干涉场。延时 Δt_1 后，在 $t_0 + \Delta t_1$ 时刻触发高压系统放电以产生扰动场，再经延时 Δt_2 ，在 $t_0 + \Delta t_1 + \Delta t_2$ 时刻，同时触发激光系统与 CCD，这样在激光器释放其第二个激光脉冲的同时，再由 CCD 在其另一帧上记录扰动后干涉场。图4分别为 $\Delta t_2 = 235 \mu s$ 时，声场穿过不同孔径模板 (0° 及 90°) 时，衍射声场相位波前投影。其中图4(a)、图4(b)为圆环模板，图4(c)、图4(d)为双缝模板，图4(e)、图4(f)为单缝模板。为了显示得更清楚，图中亮的地方表示相位增加，暗的地方表示相位减少。

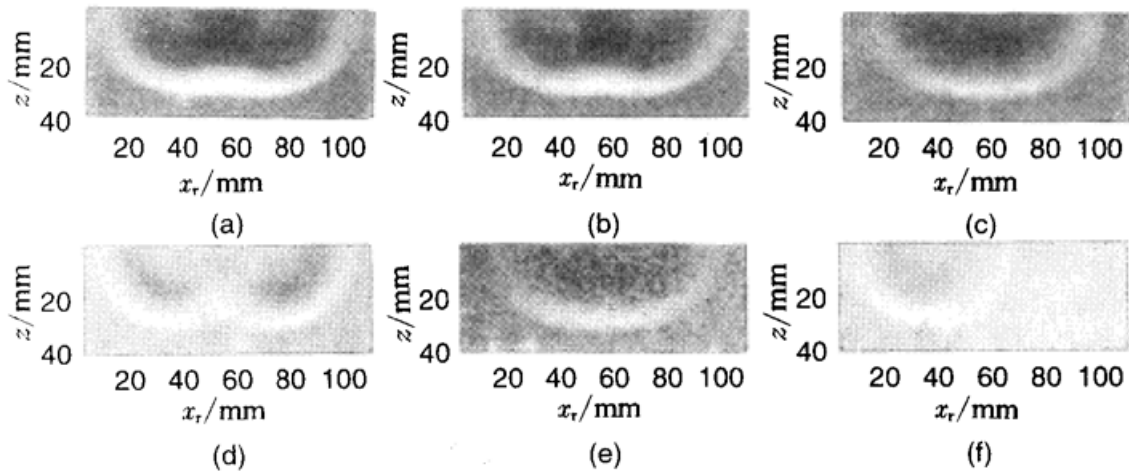


Fig. 4 Two-dimensional projections of the acoustic wave at $\Delta t_2 = 235 \mu s$ in 0 and 90 degrees. Diffraction aperture masks are (a), (b) circular ring; (c), (d) double slit; and (e), (f) single slit. $z = 0$ is the position of aperture masks and locates at the top of the two-dimension projection maps

图5为分别对应于圆环、双缝及单缝孔径模板，在距其分别为 $z = 12.3 \text{ mm}$ ， 15.8 mm 及 19.3 mm 时，各截面衍射相位波前重建。其中，在圆环孔径模板条件下，由于其对称性，仅用一个方向的二维投影进行三维重建，而在双缝及单缝模板时为18个投影。图6为分别对应于图5(a)、图5(b)、图5(d)和图5(e)的压力场分布。

4 讨 论

应用脉冲载波电子散斑干涉与计算机层析技术相结合，实现了空间衍射声波波前与其压力场的三维重建。由图5可以看到，随着距孔径模板距离 z 的增加，波前以球面波远离声源，由其引起的压力可由图6清楚地看到。其中，压力场变化最大值约为非扰动情形的1%，这

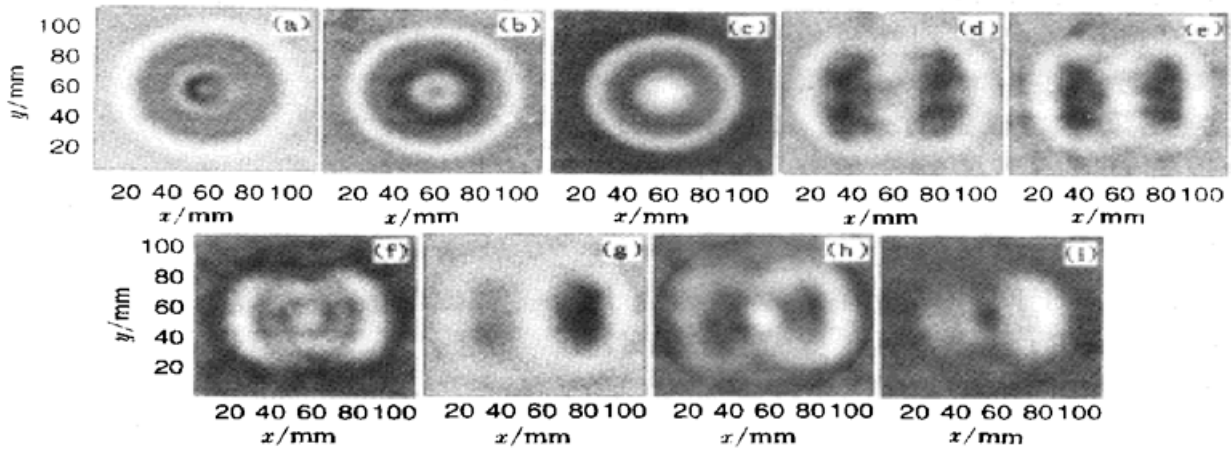


Fig. 5 Reconstructed cross-sections of the acoustic fields diffracted through different aperture masks at $Z = 12.3 \text{ mm}$, 15.8 mm , and 19.3 mm , respectively. (a) ~ (c) circular ring; (d) ~ (f) double slit; and (g) ~ (i) single slit

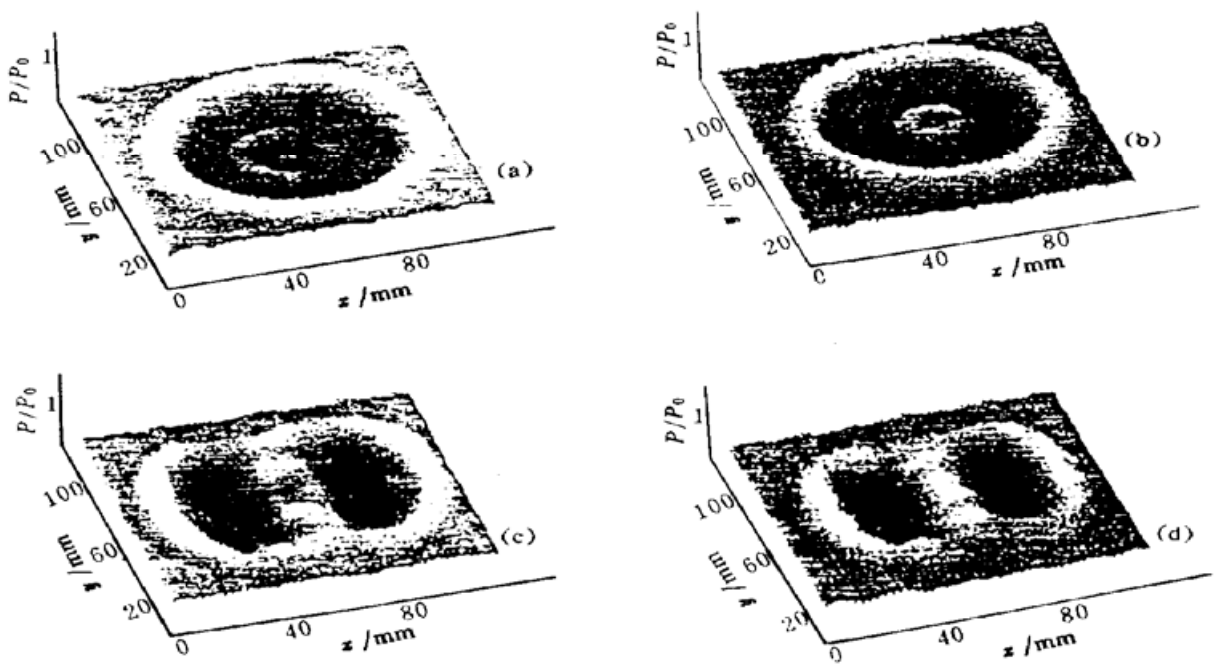


Fig. 6 Pressure distributions corresponding to (a), (b), (d) and (e) in Fig. 5

一结果与用其他方法在同样声场激励下得到的结果相同。另外，从压力变化的结果看，圆环孔径模板引起的压力变化比双缝大。最后，由图5与图6还可以清楚地看到，由双缝引起的声波波前干涉现象。

图5中在圆环孔径模板情形下，波前重建中心区域出现了轻微的半圆形重建拖影。产生这一结果的原因是由于重建中只用了单方向相位投影，而这一投影由于实验中各种噪声的影响，使其中心不对称而在重建中引起拖影。这一现象只要应用多方向投影即可避免。

如前文所述，为了保证干涉光场能被 CCD 探测单元所分辨，在脉冲载波电子散斑干涉中应用了小孔径光栏 A。这一措施导致测量时获得的二维相位投影严重地被散斑噪声所调制（见图4），从而使计算机层析重建在高噪声投影条件下进行。这时，如果直接应用噪声投影进

行重建, 将得不到正确的重建结果。为此, 应用低通滤波器对投影数据进行预处理, 以去掉高频噪声, 同时又考虑到计算机层析技术重建的频谱特性, 本文对投影数据也进行了非均匀采样, 以改善重建像的高频品质。

为了验证重建结果的有效性, 对图5(a)~图5(f)所对应的波前截面沿 y 方向由计算机进行积分投影, 然后与实验测量获得的同一方向、同一截面上的二维投影进行比较。统计结果表明, 对于圆环孔径模板, 其绝对值最大偏差与实验获得的相位最大值的比约为6%, 而对双缝模板, 这一数值的结果约为10%。可见, 从整体统计意义来看, 本文的重建结果是完全可以信赖的。关于两种模板在偏差比数值上所表现出的差别, 则是由于在圆环模板时仅使用一个方向投影进行重建, 而在双缝模板条件下, 用了十八个投影进行重建。因此两者相比, 其噪声源在重建过程中的贡献不同。图7分别为对应于图5(b)与图5(e), 实验所得投影与计算所得投影在 $z = 15.8 \text{ mm}$ 时的分布。其中实线为实验投影, 虚线为计算所得投影, 点划线为二者偏差。可以看到二者很好地吻合。



Fig. 7 Comparing the computational projections with the experimental projections at $z = 15.8 \text{ mm}$.

Fig. 7(a) and (b) correspond to Fig. 5(b) and (e), respectively. Solid lines—experimental projections, dash lines—computational projections, and dash dot—deviations

最后, 由图5(g)~图5(i)可以看到, 在单缝孔径模板时有一个很强的单缝衍射波前, 但同时也伴随有弱的双缝衍射波前。这一双缝衍射波前的产生是由于在本文实验中, 只是将双缝孔径模板的一个狭缝用一薄铁片盖住, 并不是一个真正的单狭缝。图5(g)~图5(i)的结果表明, 这一方法没有完全阻止被覆盖狭缝的衍射。

结 论 通过本文的实验表明, 脉冲载波电子散斑干涉技术的应用, 不仅可以获得高时间分辨二维相位序列, 而且为计算机层析重建直接提供了二维数值化相位投影。计算机层析技术与脉冲载波电子散斑干涉相结合, 可获得高时间分辨意义下的空间三维波前与压力场分布, 这一结果对于研究声场的三维传输、与介质的相互作用等无疑具有重要意义。另外, 这一方法也可以被应用到瞬态领域的测量, 如激波的传输及其与介质的相互作用等。

参 考 文 献

- [1] D. W. Sweeney, C. M. Vest, Reconstruction of three-dimensional refractive index fields from multidirection interferometric data. *Appl. Opt.*, 1973, **12**(11) ·2649~ 2664
- [2] H. M. Hertz, Experimental determination of 2-D flame temperature fields by interferometric tomography. *Opt. Commun.*, 1985, **54**(3) ·131~ 136
- [3] D. Vukicevic, H. Jäger, T. Neger *et al.*, Tomography reconstruction of the temperature distribution

- in a convective heat flow using multidirectional holographic interferometry. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(8) · 1508~ 1515
- [4] T. C. Liu, W. Merzkirch, K. Oberste-Lehn, Optical tomography applied to speckle photographic measurement of asymmetric flows with variable density. *Exper. Fluids*, 1989, **7**(3) ·157~ 167
- [5] G. Lai, T. Hirayama, Three-dimensional reconstruction of electric-potential distribution in electron-holographic interferometry. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(5) ·829~ 833
- [6] H. O. Saldner, N. E. Molin, K. A. Stetson, Fourier-transform evaluation of phase of phase data in spatially phase-based TV holograms. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(2) ·332~ 336
- [7] M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi, Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(1) ·156~ 160
- [8] K. A. Stetson, W. R. Brohinsky, Electro-optic holography and its application to hologram interferometry. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(21) ·3631~ 3637
- [9] K. Iizuka, *Engineering Optics*, Second Edition, New York: Springer-Verlag. 1983

Three-Dimension Reconstruction of Wave-Front and Pressure Field of Space-Diffraction-Sound-Wave by Computerized Tomography

Li Xide

(Department of Modern Mechanics and Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

S. Schedin P. Gren

(Lulea University of Technology, Lulea, Sweden)

(Received 25 May 1997; revised 15 October 1997)

Abstract Pulsed carried-ESPI combined with computerized tomography (CT) technique have been used to evaluate the three-dimension wave-front and pressure field distributions of diffraction field of acoustic wave through different aperture masks. Experiments are accomplished by using an electrical discharge between two electrodes as the sound source. Experimental results are given and the property of CT reconstruction are discussed in condition of noise projections.

Key words diffraction sound wave, pulsed carried-ESPI, computerized tomography.