第 18 卷 第 11 期 光 学 学 报 Vol.18, No.11
1998 年 11 月 ACTA OPTICA SINICA November, 1998

奇偶相干态中测量相位算符的涨落及其压缩

董传华
(上海大学物理系, 上海 200072)

摘　要　利用 Barnett 和 Pegg 提出的测量相位算符讨论了奇偶相干态中的相位涨落及其高阶涨落。在测不准关系和高阶测不准关系基础上给出了测量相位压缩和高阶压缩的二类定义, 并用这二类定义研究了奇偶相干态中测量相位的二阶和高阶压缩情况。

关键词　奇偶相干态,　测量相位算符,　高阶压缩。

1 引　　言

在量子光学中, 相位的定义比经典的情况下困难, 曾经有过多种尝试, 但这些定义各有其优点和不足之处。传统的 Susskind-Glogower 指数相位算符 $\exp(i\phi)$ 不是么正的[1], 并且也不是厄密的, 虽然这种非厄密性可以通过构造下列一对厄密算符来克服:

$$\cos\phi = \frac{1}{2}[\exp(i\phi) + \exp(-i\phi)], \qquad \sin\phi = \frac{1}{2i}[\exp(i\phi) - \exp(-i\phi)] \tag{1}$$

但这样的一对算符并不具备所希望的经典性质, 因为 $\langle\cos\phi^2\rangle + \langle\sin\phi^2\rangle \neq 1$。针对这种情况, Barnett 和 Pegg 提出了么正的指数相位算符和测量相位算符[2, 3]。Wilson-Gordon 等人曾利用前者讨论了位移克尔态中相位的二阶压缩[4]。Barnett 和 Pegg 特别推荐测量相位算符, 因为在一些实验中, 它与通常的相位测量对应[3], 因此这种相位算符引起广泛兴趣。Lynch 讨论了这种测量相位在压缩态中的二阶涨落[5], Nath 研究了它在准光子相位态中的性质[6]。最近, Hsi-Teh Tu 和 Chang-De Gong 进一步研究了它在压缩光子数态中的性质, 并计算了它的二阶和四阶涨落[7]。

在量子光学中另一个引人注意的领域是量子化电磁场振幅的压缩, 并且发现压缩这种非经典现象对于其他物理量和其他量子系统也存在。但是对于高阶压缩问题, 目前还只局限于电磁场的振幅。由于 Hong-Mandel 提出的量子化电磁场振幅的高阶压缩的定义不适用于其他物理量[8], 因此其他物理量(例如相位)的高阶压缩一直没有被研究。既然其他物理量也存在二阶压缩, 那么研究它们的高阶压缩也必然是有意义的。作者最近利用高阶测不准关系建立了适用于各种物理量的高阶压缩的定义[9], 并以此研究了原子偶极矩的高阶压缩[10]。本文即研究奇偶相干态中测量相位的二阶及高阶(四、六、和八阶)涨落, 并且利用测不准关系建

收稿日期: 1997-09-08

立测量相位的二阶及高阶压缩的定义，讨论奇偶相干态中测量相位的二阶及高阶压缩。

2 奇偶相干态中的测量相位算符

奇相干态$|\alpha\rangle_o$和偶相干态$|\alpha\rangle_e$是湮灭算符平方a^2的二个简并的本征态，具有相同的本征值α^2[11]。展开成光子数态的叠加，它们分别只包含奇数光子数态和偶数光子数态：

$$|\alpha\rangle_o = (\sinh|\alpha|^2)^{-1/2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2n+1}}{\sqrt{(2n+1)!}}|2n+1\rangle$$

$$|\alpha\rangle_e = (\cosh|\alpha|^2)^{-1/2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2n}}{\sqrt{(2n)!}}|2n\rangle \tag{2}$$

其中$\alpha = |\alpha|\exp(\mathrm{i}\delta)$。$|\alpha\rangle_o$和$|\alpha\rangle_e$可用算符$a$相互转换

$$a|\alpha\rangle_e = \alpha(\tanh|\alpha|^2)^{1/2}|\alpha\rangle_o,\qquad a|\alpha\rangle_o = \alpha(\coth|\alpha|^2)^{1/2}|\alpha\rangle_e \tag{3}$$

在奇、偶相干态中，光子数平均值分别为

$$n_o = |\alpha|^2\coth|\alpha|^2,\qquad n_e = |\alpha|^2\tanh|\alpha|^2 \tag{4}$$

$a^{+m}a^n$在偶相干态中的平均值为

$$\langle a^{+m}a^n\rangle_e = \begin{cases} \alpha^{*m}\alpha^n & m、n\text{ 均为偶数，包括零} \\ \alpha^{*m}\alpha^n\tanh|\alpha|^2 & m、n\text{ 均为奇数} \\ 0 & m、n\text{ 中一个是奇数，另一个是偶数} \end{cases} \tag{5}$$

$a^{+m}a^n$在奇相干态中的平均值只要把上式中$\tanh|\alpha|^2$改为$\coth|\alpha|^2$。

Barnett 和 Pegg 在一些实验中发现，相位的测量对应于一个量$\cos_M\phi = k(a+a^+)$，其中k为一个c数，与它正交的另一个分量是$\sin_M\phi = (k/\mathrm{i})(a-a^+)$。这样的两个算符称为测量相位算符，用下标 M 以区别于其他相位算符。c数k的一个合理的选择是$k = (n+0.5)^{-1/2}/2$，其中n是所考虑的态中的平均光子数。光场的二个正交相位的振幅分量x_1和x_2定义为

$$x_1 = (a+a^+)/2,\qquad x_2 = (a-a^+)/2\mathrm{i} \tag{6}$$

因此，测量相位算符可以写成

$$\cos_M\phi = \lambda x_1,\qquad \sin_M\phi = \lambda x_2 \tag{7}$$

其中$\lambda \equiv 2k = (n+0.5)^{-1/2}$。如此定义的测量相位算符满足经典的三角恒等式$\langle\cos_M\phi^2\rangle + \langle\sin_M\phi^2\rangle = 1$，并且具有下列对易关系：

$$[\cos_M\phi,\ \sin_M\phi] = \frac{\mathrm{i}}{2}\lambda^2 \tag{8}$$

测量相位算符与光子数算符有如下对易关系：

$$[\cos_M\phi,\ N] = \mathrm{i}\sin_M\phi,\qquad [N,\ \sin_M\phi] = \mathrm{i}\cos_M\phi \tag{9}$$

3 奇偶相干态中测量相位的二阶涨落和二阶压缩

利用(5)式可以有$\langle x_j\rangle_e = \langle x_j\rangle_o = 0\ (j = 1\text{ 或 }2)$。所以就有

$$\langle\sin_M\phi\rangle_e = \langle\sin_M\phi\rangle_o = \langle\cos_M\phi\rangle_e = \langle\cos_M\phi\rangle_o = 0 \tag{10}$$

测量相位的二阶涨落为

$$\langle\Delta\cos_M\phi^2\rangle_e = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\lambda_e^2|\alpha|^2\cos 2\delta,\qquad \langle\Delta\sin_M\phi^2\rangle_e = \frac{1}{2}-\frac{1}{2}\lambda_e^2|\alpha|^2\cos 2\delta \tag{11}$$

对奇相干态来说，二阶涨落只要在上式中用λ_o^2代替λ_e^2。

$$\lambda_e^2 = (0.5+|\alpha|^2\tanh|\alpha|^2)^{-1},$$

$$\lambda_o^2 = (0.5 + |\alpha|^2 \coth|\alpha|^2)^{-1}$$

当 $\delta = \pi/4$ 时，奇偶相干态中测量相位的二阶涨落为常数0.5。对于比较大的$|\alpha|^2$(例如$|\alpha|^2 > 5$)时 $\lambda_o^2 \approx \lambda_e^2 \approx 1/|\alpha|^2$，这时 $\langle(\Delta \cos_M \phi)^2\rangle_e \approx \langle(\Delta \cos_M \phi)^2\rangle_o \approx (\cos \delta)^2$，$\langle(\Delta \sin_M \phi)^2\rangle_e \approx \langle(\Delta \sin_M \phi)^2\rangle_o \approx (\sin \delta)^2$。因此，$|\alpha|^2$ 较大时测量相位的二阶涨落随$|\alpha|^2$ 变化很小，主要由 δ 决定。图 1 所示为偶相干态中 $\langle(\Delta \cos_M \phi)^2\rangle_e$ 与$|\alpha|^2$ 的关系。从中可以看出，在 $0 < \delta < \pi/4$ 时 $\langle(\Delta \cos_M \phi)^2\rangle_e$ 随$|\alpha|^2$ 的增加而增大，在$\pi/4 < \delta < \pi/2$ 时则随$|\alpha|^2$ 的增加而减小。

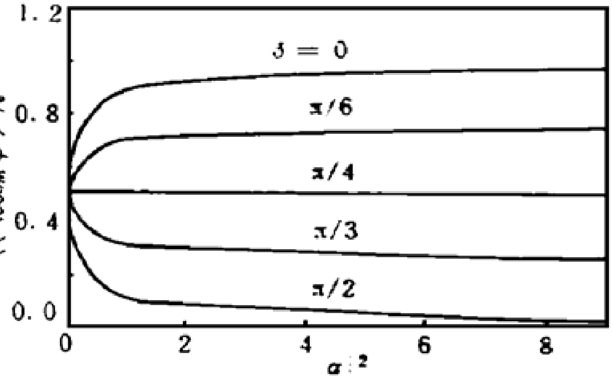

Fig. 1 The second-order fluctuations of $\cos_M \phi$ vs. $|\alpha|^2$ in even coherent states

对于量子化的光场，不可能以任意的精度来测量场的一对不可对易的量。这种测量所固有的测不准性是受到基础量子涨落的限制。设这一对不对易的量为 A 和 B，那么按测不准关系，这一基础量子涨落 F_{AB} 就是$\frac{1}{2}|\langle[A, B]\rangle_\psi|$。值得强调的是这基础量子涨落构成了涨落的非经典的量子本底，这不仅与量子化场所处的态$|\Psi\rangle$ 有关，而且它是属于量A 和B 两者，而不是只属于A(或B)。按照 Wodkiewicz 的观点[12]，如果A(或B) 在态$|\Psi\rangle$ 中的涨落小于其在该态中的基础量子涨落，那么就认为在$|\Psi\rangle$ 中A(或B) 被压缩了。这也是常见的压缩的定义之一[4, 12]。常见的这种压缩定义只是指二阶压缩。在下一节中将把它推广到高阶情况。由上所述，A 是否被压缩，不仅与A 本身有关，还应与A 一起考虑的B 有关。因此，说A 被压缩时必须说明B 是什么。

现在考虑奇偶相干态中的测量相位 $\cos_M \phi$。$\cos_M \phi$与另一个分量满足测不准关系(8)，它们的基础量子涨落 $F_{CS}^{(2)} = \frac{1}{4}|\lambda^2|$ [这里上标(2) 是指二阶，以区别于以后讨论的高阶]。$\cos_M \phi$与N 满足(9) 式，它们的基础量子涨落$F_{CN}^{(2)} = \frac{1}{2}|\langle\sin_M \phi\rangle|$。由这二类基础量子涨落，可以相应地定义二类压缩。当$\cos_M \phi$与$\sin_M \phi$一起考虑时，$\cos_M \phi$被压缩的条件是$\langle(\Delta \cos_M \phi)^2\rangle < F_{CS}^{(2)}$，这类压缩称为 CS 类压缩。当$\cos_M \phi$与$N$ 一起考虑时，$\cos_M \phi$被压缩的条件是$\langle(\Delta \cos_M \phi)^2\rangle < F_{CN}^{(2)}$，这类压缩称为 CN 类压缩。为了讨论这二种压缩的大小，定义二种压缩参量$S_{CS}^{(2)}$ 和$S_{CN}^{(2)}$:

$$S_{CS}^{(2)} \equiv \langle(\Delta \cos_M \phi)^2\rangle - F_{CS}^{(2)}, \qquad S_{CN}^{(2)} \equiv \langle(\Delta \cos_M \phi)^2\rangle - F_{CN}^{(2)} \tag{12}$$

于是上述二类压缩的条件分别为 $S_{CS}^{(2)} < 0$ 和 $S_{CN}^{(2)} < 0$。

考虑偶相干态中的情况，这时 $F_{CS}^{(2)} = (2 + 4|\alpha|^2 \tanh|\alpha|^2)^{-1}$

$$S_{CSe}^{(2)} = \frac{1}{2}\lambda_e^2|\alpha|^2(\cos 2\delta + \tanh|\alpha|^2) \tag{13}$$

由于$\tanh|\alpha|^2 < 1$，因此只要$\pi/4 < \delta < \pi/2$，就有可能使$S_{CSe}^{(2)} < 0$，即$\cos_M \phi$在偶相干态中发生二阶 CS 类压缩的条件是

$$|\alpha|^2 < \ln(\tan\delta), \qquad \left(\frac{\pi}{4} < \delta < \frac{\pi}{2}\right) \tag{14}$$

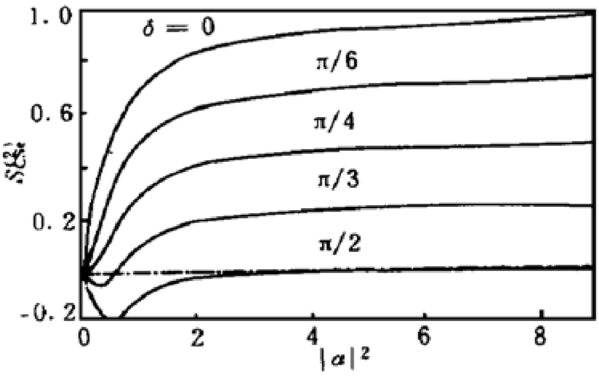

Fig. 2 The second-order squeezing parameter of CS type for $\cos_M \phi$ in even coherent states

图 2 所示为 $\delta = 0, \pi/6, \pi/4, \pi/3$ 和 $\pi/2$ 时 $S_{CSe}^{(2)}$ 与 $|\alpha|^2$ 的关系。在奇相干态中

$$S_{CSo}^{(2)} = \frac{1}{2}\lambda_o^2|\alpha|^2(\cos 2\delta + \coth|\alpha|^2) \tag{15}$$

由于 $\coth|\alpha|^2 > 1$，因此 $\cos_M \Phi$ 在奇相干态中不会发生二阶 CS 类压缩。由(10)式可知 $F_{CNe}^{(2)} = F_{CNo}^{(2)} = 0$，因此，与 N 一起考虑时奇偶相干态中 $\cos_M \Phi$ 不会发生二阶 CN 类压缩。

4 奇偶相干态中测量相位的高阶涨落和高阶压缩

由(7)和(10)式，奇偶相干态中测量相位的 K 阶涨落为

$$\langle\langle \Delta \cos_M \Phi)^K\rangle = \lambda^K \langle x_1^K\rangle, \qquad \langle\langle \Delta \sin_M \Phi)^K\rangle = \lambda^K \langle x_2^K\rangle \tag{16}$$

由于 K 为奇数时 $\langle x_1^K\rangle_{e,o} = \langle x_2^K\rangle_{e,o} = 0$，所以只讨论 K 为偶数的情况。x_1^K 和 x_2^K 可按正规序展开为

$$x_j^K = \sum_{l=0}^{K/2}\frac{K^{(2l)}}{l!}2^{-3l}\cdot x_j^{K-2l}\cdot \quad (j = 1 \text{ 或 } 2) \tag{17}$$

其中记号 $K^{(2l)} \equiv K!/(K-2l)!$。利用(5)式，在偶相干态中有

$$\langle x_j^K \cdot\cdot\rangle_e = 2^{1-K}|\alpha|^K[\tanh|\alpha|^2 \sum_{i=0}^{[L_1]}(1+\delta_{K-2,4i})^{-1}C_K^{2i+1}\cos(K-2-4i)\delta - (-1)^j\sum_{i=0}^{[L_2]}(1+\delta_{K,4i})^{-1}C_K^{2i}\cos(K-4i)\delta] \tag{18}$$

其中求和上标中记号[ ]指取整数部分，$L_1 = (K-2)/4$，$L_2 = K/4$。函数 $\delta_{a,b} = 1$($a = b$ 时) 或 0($a \neq b$ 时)。在偶相干态中 K 阶涨落可写成

$$\left.\begin{matrix}\langle\langle \Delta \cos_M \Phi)^K\rangle_e \\ \langle\langle \Delta \sin_M \Phi)^K\rangle_o\end{matrix}\right\} = \lambda_e^K\{\sum_{l=0}^{K/2-1}\frac{K^{(2l)}}{l!}\frac{|\alpha|^{K-2l}}{2^{K+l-1}}[\tanh|\alpha|^2\sum_{i=0}^{[L_1-l/2]}(1+\delta_{K-2l-2,4i})^{-1}\times C_{K-2l}^{2i+1}\cos(K-2l-2-4i)\delta - (-1)^j\sum_{i=0}^{[L_2-l/2]}(1+\delta_{K-2l,4i})^{-1}\times C_{K-2l}^{2i}\cos(K-2l-4i)\delta] + 2^{-K}(K-1)!!\} \tag{19}$$

$\langle\langle \Delta \cos_M \Phi)^K\rangle_e$ 对应于 $j = 1$，$\langle\langle \Delta \sin_M \Phi)^K\rangle_e$ 对应于 $j = 2$。对于它们在奇相干态中的 K 阶涨落，只要把(19)式中的 $\tanh|\alpha|^2$ 改为 $\coth|\alpha|^2$，λ_e 改为 λ_o。图 3(a)、(b)、(c)中表示了偶相干态中 $\cos_M \Phi$ 中的四阶、六阶和八阶涨落与 $|\alpha|^2$ 的关系，其中 $\delta = 0, \pi/6, \pi/4$ 和 $\pi/3$。当 $|\alpha|^2$ 较大时涨落随 $|\alpha|^2$ 变化很小，在 $|\alpha|^2 < 1$ 范围内有一峰值。

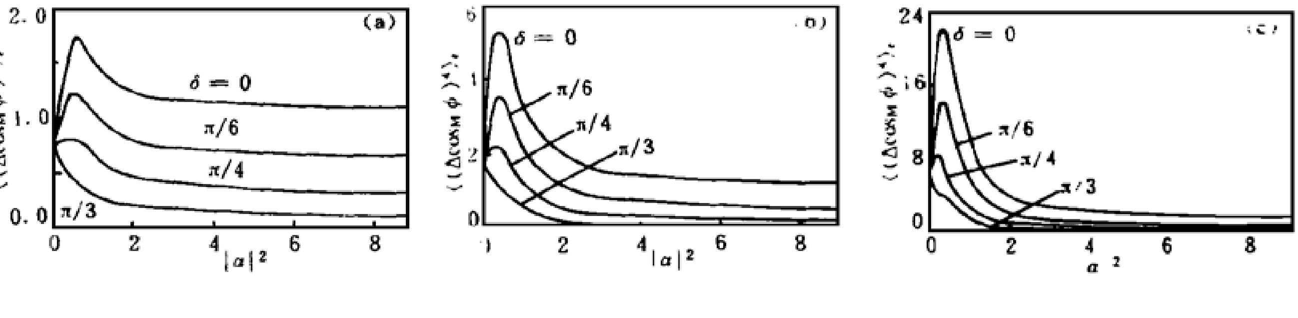

Fig. 3 The higher-order fluctuations of $\cos_M \Phi$ vs. $|\alpha|^2$ in even coherent states. (a) For fourth-order, (b) For sixth-order and (c) For eighth-order

为了讨论测量相位的高阶压缩，首先要把建立在测不准关系基础上的二阶压缩的定义推广到高阶。按照作者曾得到的高阶测不准关系[9, 10]，不对易的物理量 A 和 B 在态 $|\Psi\rangle$ 中的 K 阶涨落应满足如下关系

$$\langle(\Delta A)^K\rangle_\psi\langle(\Delta B)^K\rangle_\psi \geqslant \frac{1}{4}\left|\langle[(\Delta A)^{K/2},(\Delta B)^{K/2}]\rangle_\psi\right|^2 \tag{20}$$

因此在态 $|\psi\rangle$ 中, A 和 B 的 K 阶基础量子涨落 $F^{(K)}_{AB\psi}=\frac{1}{2}\left|\langle[(\Delta A)^{K/2},(\Delta B)^{K/2}]\rangle_\psi\right|$, 这里 K 为偶数。与二阶的情况相似, 对于 $\cos_M\Phi$, 也存在二类 K 阶基础量子涨落, 即与 $\sin_M\Phi$ 一起考虑时的 $F^{(K)}_{CS}$ 和与 N 一起考虑时的 $F^{(K)}_{CN}$。在奇偶相干态中

$$F^{(K)}_{CS}=\frac{1}{2}\lambda^K\left|\langle[x_1^{K/2},x_2^{K/2}]\rangle\right|,\qquad F^{(K)}_{CN}=\frac{1}{2}\lambda^{K/2}\left|\langle[x_1^{K/2},(\Delta N)^{K/2}]\rangle\right| \tag{21}$$

由此也可以定义二类 K 阶压缩: $\langle(\Delta\cos_M\Phi)^K\rangle<F^{(K)}_{CS}$ 时 $\cos_M\Phi$ 有 K 阶 CS 类压缩, $\langle(\Delta\cos_M\Phi)^K\rangle<F^{(K)}_{CN}$ 时 $\cos_M\Phi$ 有 K 阶 CN 类压缩。(如果考虑 $\sin_M\Phi$ 的压缩情况, 那么 $F^{(K)}_{CN}$ 将改为 $F^{(K)}_{SN}$, CN 类压缩将改为 SN 类压缩)。在 $K=4$, 6 和 8 时 $[x_1^{K/2},x_2^{K/2}]$ 可以展开成正规序如下:

$$\left.\begin{aligned}
&[x_1^2,x_2^2]=2\mathrm{i}:x_1x_2:\\
&[x_1^3,x_2^3]=\mathrm{i}\left[\frac{9}{2}:(x_1x_2)^2:+\frac{9}{8}N+\frac{3}{32}\right]\\
&[x_1^4,x_2^4]=\mathrm{i}\left[8:(x_1x_2)^3:+\frac{3}{2}:x_1x_2(4N+1):\right]
\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

由此得到偶相干态中 $F^{(K)}_{CSe}$ 为:

$$\left.\begin{aligned}
&F^{(4)}_{CSe}=\frac{1}{2}\lambda_e^4|\alpha|^2|\sin 2\delta|\\
&F^{(6)}_{CSe}=\frac{3}{16}\lambda_e^6\left[\frac{1}{4}+3|\alpha|^2(|\alpha|^2\sin^2 2\delta+\tanh|\alpha|^2)\right]\\
&F^{(8)}_{CSe}=\frac{1}{8}\lambda_e^8|\alpha|^2\left|3(1+4|\alpha|^2\tanh|\alpha|^2+|\alpha|^4)\sin 2\delta-|\alpha|^4\sin 6\delta\right|
\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

对 δ 的几个典型值 0、$\pi/6$、$\pi/4$、$\pi/3$ 和 $\pi/2$ 进行数值计算表明在偶相干态中, $\cos_M\Phi$ 不会发生四、六和八阶 CS 类压缩。

现在考虑 CN 类压缩, 在偶相干态中 $F^{(K)}_{CNe}(K=4$, 6 和 8) 为

$$\left.\begin{aligned}
&F^{(4)}_{CNe}=|\alpha|^2\lambda_e^2|\sin 2\delta|\\
&F^{(6)}_{CNe}=0\\
&F^{(8)}_{CNe}=\lambda_e^4\big|2|\alpha|^{10}[(1-T^4)\sin 2\delta-T(1-T^2)\sin 4\delta]+9|\alpha|^8[(1-T^2)\sin 4\delta-\\
&\qquad 2T(1-T^2)\sin 2\delta]+|\alpha|^6[(58-44T^2)\sin 2\delta-9T\sin 4\delta]+\\
&\qquad 16|\alpha|^4(2T\sin 2\delta+\sin 4\delta)+6|\alpha|^2\sin 2\delta\big|
\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

$\cos_M\Phi$ 的四阶 CN 类压缩参量 $S^{(4)}_{CNe}$ 为:

$$S^{(4)}_{CNe}=\lambda_e^4\left[\frac{1}{8}|\alpha|^4(4T\cos 2\delta+\cos 4\delta+3)+\frac{3}{4}|\alpha|^2(T+\cos 2\delta)+\frac{3}{16}\right]-|\alpha|^2\lambda_e^2|\sin 2\delta| \tag{25}$$

式中 $T\equiv\tanh|\alpha|^2$。

图 4 所示为偶相干态中 $S^{(4)}_{CNe}$ 与 $|\alpha|^2$ 的关系。从中可以看出, 选择适当的 δ 和 $|\alpha|^2$, $\cos_M\Phi$ 可发生四阶 CN 类压缩。由于 $F^{(6)}_{CN}=0$, 所以 $\cos_M\Phi$ 不会有六阶 CN 类压缩。进一步, 在 $K/2$ 为奇数时 $F^{(K)}_{CN}=0$, 所以对 $K/2$ 为奇数(例如 $K=2$, 6, 10, 14…) 来说, $\cos_M\Phi$ 不会有 K 阶 CN 类压缩。但对于 $K/2$ 为偶数时($K=4$, 8, 12, …), 就有可能有 K 阶 CN 类压缩。如上述

的偶相干态中四阶 CN 类压缩。同样可研究偶相干态中 $\cos_M\Phi$的八阶 CN 类压缩。这时压缩参量 $S^{(8)}_{CNe}$ 与 $|\alpha|^2$ 的关系如图 5 所示。从中可以看出在 $|\alpha|^2>1$ 时存在很强的八阶 CN 类压缩。这并不是说这时 $\cos_M\Phi$的八阶涨落很小，而是由于八阶基础量子涨落 $F^{(8)}_{CNe}$ 很大(比 $F^{(8)}_{CSe}$ 大得多)，并且随 $|\alpha|^2$ 的增大，$F^{(8)}_{CNe}$ 很快增加。

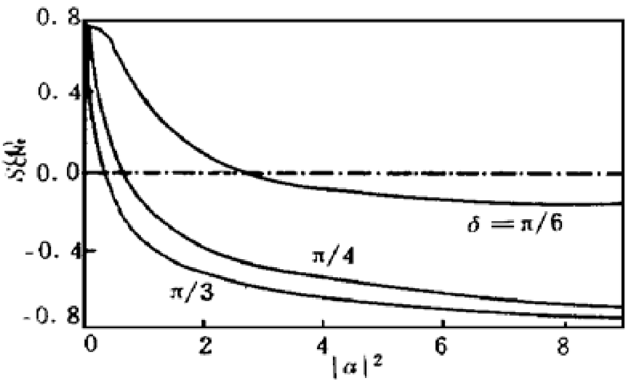

Fig. 4 The fourth-order squeezing parameter of CN type for $\cos_M\Phi$ in even coherent states

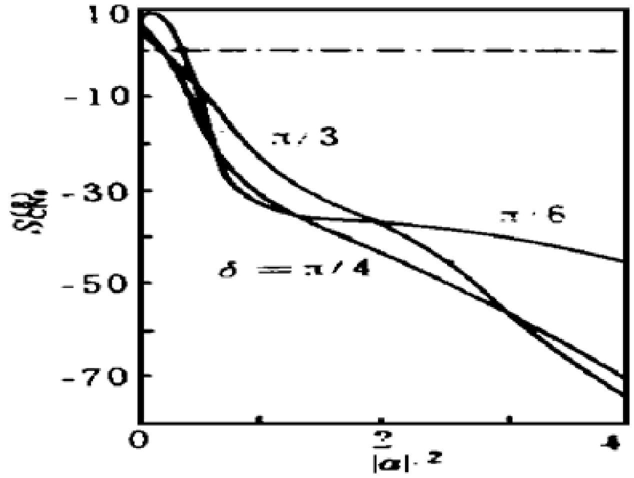

Fig. 5 The eighth-order squeezing parameter of CN type for $\cos_M\Phi$ in even coherent states

结 论 测量相位算符是形式简单而又有实验测量基础的量子化电磁场相位的一种表示。利用这种算符讨论了奇偶相干态中相位的二阶及高阶涨落，根据测不准关系建立了 $\cos_M\Phi$的二类压缩的定义：CS 类是以 $\cos_M\Phi$和 $\sin_M\Phi$为一对观察量，CN 类是以 $\cos_M\Phi$和 N 为一对观察量，并由此给出了相应的高阶压缩定义。结果表明，$\cos_M\Phi$的二阶及高阶涨落与 $|\alpha|^2$ 及 δ 有关。相比而言，$|\alpha|^2$ 较小(例如小于 1) 时这些涨落随 $|\alpha|^2$ 变化较大，而 $|\alpha|^2$ 较大时(例如大于 5) 时随 $|\alpha|^2$ 变化很小。这些涨落的绝对大小随阶数增高而变大。$\cos_M\Phi$在偶相干态中只有二阶 CS 类压缩，不具有四、六和八阶 CS 类压缩，但可以看出四阶和八阶 CN 类压缩。当 $K/2$ 为奇数时不会出现 K 阶 CN 类压缩。本文重点分析的是 $\cos_M\Phi$在偶相干态中的性质，由于对较大的 $|\alpha|^2$，$\coth|\alpha|^2\approx\tanh|\alpha|^2$，所以 $|\alpha|^2$ 较大时奇相干态中的情况与偶相干态中的情况相似。在 $|\alpha|^2$ 较小时，两种态中测量相位算符的性质明显不同。本文中的数值计算着重于 $\cos_M\Phi$，但对 $\sin_M\Phi$也不难进行，此处不再赘述。

参 考 文 献

[1] R. Loudon, *The Quantum Theory of Light*, Oxford: Oxford University Press, 1973, 140~143

[2] D. T. Pegg, S. M. Barnett, Phase properties of the quantized single-mode electromagnetic field. *Phys. Rev.* (*A*), 1989, **39**(4): 1665~1675

[3] S. M. Barnett, D. T. Pegg, Phase in quantum optics. *J. Phys.* (*A*) *Math. Gen.*, 1986, **19**(18): 3849~3862

[4] A. D. Wilsin-Gordon, V. Buzek, P. L. Knight, Statistical and phase properties of displaced Kerr states. *Phys. Rev.* (*A*), 1991, **44**(11): 7647~7656

[5] R. Lynch, Phase fluctuations in a squeezed state using measured phase operators. *J. Opt. Soc. Am.* (*B*), 1987, **4**(10): 1723~1726

[6] R. Nath, P. Kumar, Quasi-photon phase states. *J. Mod. Opt.*, 1991, **38**(2): 263~268

[7] Hsi-Teh Tu, Chang-De Gong, Properties of the measured phase operators in the squeezed number states. *J. Mod. Opt.*, 1993, **40**(1): 57~72

[8] C. K. Hong, L. Mandel, Generation of higher-order squeezing of quantum electromagnetic fields. *Phys. Rev.* (*A*), 1985, **32**(2): 974~982

[9] 董传华, 高阶压缩的另一种定义. 光学学报, 1996, **16**(11): 1543~1548

[10] 董传华, 原子偶极矩的高阶压缩. 物理学报, 1996, **45**(6): 946~952

[11] 郭光灿, 量子光学. 北京: 高等教育出版社, 1990. 131~134

[12] K. Wodkiewicz, On the quantum mechanics of squeezed states. *J. Mod. Opt.*, 1987, **34**(6/7): 941~948

Fluctuations and Squeezing of Measured Phase Operators in Odd and Even Coherent States

Dong Chuanhua

(*Department of Physics, Shanghai University, Shanghai* 200072)

(Received 8 September 1997)

Abstract The phase fluctuations and higher-order fluctuations in odd and even coherent states have been discussed via the measured phase operators introduced by S. M. Barnett and D. T. Pegg. Based on the uncertainty relation and higher-order uncertainty relation, two kinds of definitions of squeezing and higher-order squeezing for the measured phase operators are introduced. Using these definitions, the squeezing and higher-order squeezing of measured phase operators in odd and even coherent states have been studied.

Key words odd and even coherent state, measured phase operator, higher-order squeezing.