

中心遮拦干涉图的处理

张圣华 张晓辉 韩昌元

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

摘 要 介绍了一种用于中心遮拦的大口径干涉仪的干涉条纹处理软件。该软件通过对干涉数据进行采集、处理而得出被检波面的波差分布和像差。由于对干涉图数据拟合过程中所使用的泽尼特(Zernike)多项式进行了修正, 因此得到的结果的准确度也有了较大的提高。

关键词 中心遮拦, 干涉图处理, 泽尼特多项式。

1 引 言

在光学测量中, 干涉仪是一种必不可少的精密测量工具, 而干涉图处理是干涉仪测量中的重要技术。干涉仪给出的测量结果就是干涉图, 如果对干涉图处理不当, 就会直接影响测量结果的准确性。

一般情况下, 对于单幅干涉图的处理, 多采用泽尼特多项式来进行数据拟合, 这主要是由泽尼特多项式的特点所决定的。首先是泽尼特多项式在单位圆上加权正交, 其次是它的各项系数可以与传统的 Seidel 像差建立起联系。

泽尼特多项式是在圆域上正交, 但是对于本文要处理的中心遮拦光学系统来说, 如果要想得到比较精确的结果, 就必须修正泽尼特多项式使只能在圆环域上正交。本文依据 Tattian^[3]的文章, 对泽尼特多项式进行了修正, 以满足处理干涉图的需要。

2 干涉条纹多项式拟合算法

从干涉图信息可以拟合波面, 这个波面用极坐标函数 $W(r, \theta)$ 表示, 并可展开成泽尼特多项式的线性组合。因为要检测的镜面有中心孔, 即波面有中心遮拦, 所以需要对在圆域上正交的泽尼特多项式进行修正, 使修正后的泽尼特多项式要在圆环域上正交。

由于泽尼特多项式在连续单位圆上正交的特性, 对单幅干涉图的处理多采用泽尼特多项式作为基函数来对数据进行拟合。但是, 泽尼特多项式的正交区域为连续区域, 对于实测所得的离散数据所构成的区域是不正交的。为此, 可采用 Gram-Schmidt 正交法来构造多项式集, 该多项式在测得的数据点上正是交的。每一个新的多项式都是泽尼特多项式的线性组合, 从而得到在所测得的数据点上都满足最小二乘法法则的波差函数。

为得到在圆环形区域上正交的泽尼特多项式, 需要对传统的泽尼特多项式进行修正。方

法是, 假设干涉图像圆的半径为 1, 遮拦半径为 $\epsilon < 1$ 。利用构成约可比(Jacobi)多项式的方法, 把序列 $1, r^2, \dots, r^{2n}$ 在 $[\epsilon, 1]$ 上正交, 取权重因子为 1, 得到 $m = 0$ 时的泽尼特向多项式:

$$R_{2j}^0(r, \epsilon) = P_j^{(0,0)} \left[\frac{2(r^2 - \epsilon^2)}{1 - \epsilon^2} - 1 \right] \quad (1)$$

其中, P_j 为勒让德(Legendre)多项式, $j = 0, 1, 2, \dots$ 。令

$$Q_j^0(r^2) = R_{2j}^0(r, \epsilon) \quad (2)$$

$$h_j^0 = \frac{1 - \epsilon^2}{2(2j + 1)} \quad (3)$$

当 $m = 1, 2, 3, \dots$ 时, 用如下递推公式求 $R_{2j+m}^m(r, \epsilon)$:

$$R_{2j+m}^m(r, \epsilon) = \left[\frac{1 - \epsilon^2}{2(2j + m + 1)h_j^m} \right]^{\frac{1}{2}} r^m Q_j^m(r^2) \quad (4)$$

其中

$$Q_j^m(r^2) = \frac{2(2j + 2m - 1)}{(j + m)(1 - \epsilon^2)} \frac{h_j^{m-1}}{Q_j^{m-1}(0)} \sum_{i=0}^j \frac{Q_i^{m-1}(0) Q_i^{m-1}(r^2)}{h_i^{m-1}}$$

$$h_j^m = - \frac{2(2j + 2m - 1)}{(j + m)(1 - \epsilon^2)} \frac{Q_{j+1}^{m-1}(0)}{Q_j^{m-1}(0)} h_j^{m-1}$$

当 $m = -1, -2, -3, \dots$ 时, 可利用 $R_{2j+m}^m(r, \epsilon) = R_{2j+m}^{|m|}(r, \epsilon)$ 关系式来求 $R_{2j+m}^m(r, \epsilon)$ 。

在泽尼特多项式中与 θ 有关的项为

$$H_{2j+m}^m(\theta) = \begin{cases} \cos m\theta, & m \geq 0 \\ -\sin m\theta, & m < 0 \end{cases} \quad (5)$$

则修正后的泽尼特多项式为

$$G_{2j+m}^m(r, \theta, \epsilon) = R_{2j+m}^m(r, \epsilon) H_{2j+m}^m(\theta) \quad (6)$$

这个式当 $\epsilon = 0$ 时, 即变成泽尼特多项式。为书写方便, 将 $G_{2j+m}^m(r, \theta, \epsilon)$ 写成 $G_k(r, \theta, \epsilon)$ 。其中 $k = [(2j + m)(2j + m + 1)/2] + j + 1$ 。

如果把波面 $W(r, \theta, \epsilon)$ 展开成共有 45 项的泽尼特多项式, 则

$$W(r, \theta, \epsilon) = \sum_{k=1}^{45} C_k G_k(r, \theta, \epsilon) \quad (7)$$

其中 C_k 为多项式的系数。

下面列出几项 $G_k(r, \theta, \epsilon)$ 的具体表达式:

$$k = 1(m = 0, j = 0), \quad G_1(r, \theta, \epsilon) = 1;$$

$$k = 2(m = 1, j = 0), \quad G_2(r, \theta, \epsilon) = \frac{r}{(1 + \epsilon^2)^{\frac{1}{2}}} \cos \theta;$$

$$k = 3(m = -1, j = 1), \quad G_3(r, \theta, \epsilon) = \frac{r}{(1 + \epsilon^2)^{\frac{1}{2}}} \sin \theta;$$

$$k = 5(m = 0, j = 1), \quad G_5(r, \theta, \epsilon) = \frac{2r^2}{1 - \epsilon^2} - \frac{1 + \epsilon^2}{1 - \epsilon^2};$$

$$k = 13(m = 0, j = 2), \quad G_{13}(r, \theta, \epsilon) = \frac{6r^4}{(1 - \epsilon^2)^2} - \frac{6(1 + \epsilon^2)r^2}{(1 - \epsilon^2)^2} + \frac{1 + 4\epsilon^2 + \epsilon^4}{(1 - \epsilon^2)^2}.$$

其中, G_1 表示常数项, G_2, G_3 表示倾斜, G_5 表示离焦项, G_{13} 表示初级球差项。

上式中的 $\epsilon = 0$ 时, 修正后的多项式就退化标准的泽尼特多项式。由于对泽尼特多项式进行了修正, 因此得到的结果的精度也有了较大的提高。

3 软 件

图像数据的采集点为 512×512 ,

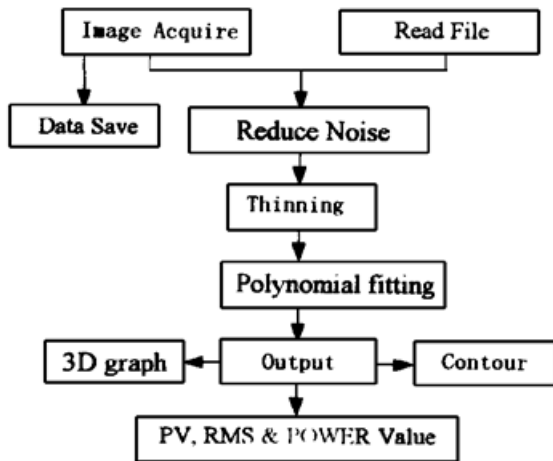


Fig. 1 Programm diagram

每一点的灰度级为 256 级。干涉图处理程序是运行在 Microsoft Windows 95(中文版)环境下的 32 位应用程序, 整个的干涉图像处理程序用 Microsoft Visual C++ 4.0 开发平台来编程。程序的主要功能有数据采集、数据保存、消除噪音、滤波、条纹细化、圆环区域的泽尼特多项式拟合等。并给出等高图、三维波面图以及峰值电压值、均方根值和幂值。

程序框图如图 1 所示。

圆环区域的泽尼特多项式拟合是采用上面的递推公式进行的, 当遮拦比为零时, 则退化成传统的圆域的泽尼特多项式拟合。

4 实验结果及分析

对于中心遮拦光学系统的干涉图处理, 如果采用传统的在圆域上正交的泽尼特来处理, 就必须人为地把中心遮拦处连接起来以形成圆域, 这样一来对中心遮拦部分必然会带来人为连接的误差, 误差的大小要依干涉条纹的情形以及人为所做的连接而确定。

如果具有中心遮拦的干涉条纹比较直, 那么对于中心遮拦的那部分所在连接带来的误差就非常小了, 完全可以忽略不计。但是, 如果干涉条纹不是很直, 如图 2 所示, 那么该如何去连接这中心遮拦处呢?

有两种方法, 一是直线连接, 即用直线把两个断点连接起来。这样做的问题是, 完全不考虑玻璃表面的光滑性, 使干涉条纹在连接处出现不光滑, 也就是至少其一阶导数不连续。而由于泽尼特多项式处理的特点, 它会把这不光滑点处理得光滑起来, 从而必然会使所处理的面形趋于更好, 减小了峰值电压值和均方根值。如图 3 所示。

另一种连接方法是使用光滑的连接方法, 既按照条纹的走向来连接, 这样做必然会增大误差。如图 4 所示。

综上所述, 利用修正后的泽尼特多项式来处理中心遮拦干涉图完全可以克服人为因素所带来的误差, 从而提高了中心遮拦干涉图的处理准确度。

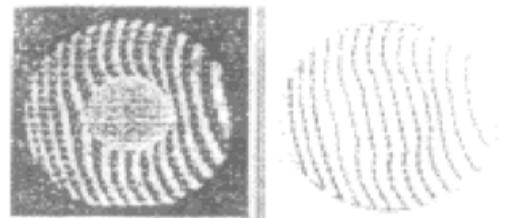


Fig. 2 The result of modified Zernike polynomial (PV is 0.341, RMS is 0.064)

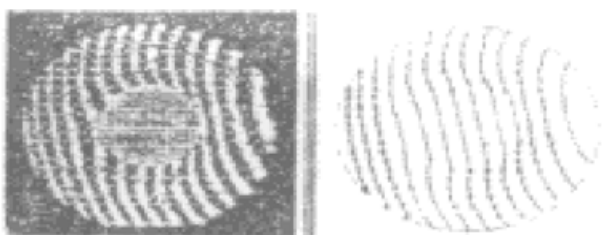


Fig. 3 The result of straight line link (PV is 0.323, RMS is 0.006)

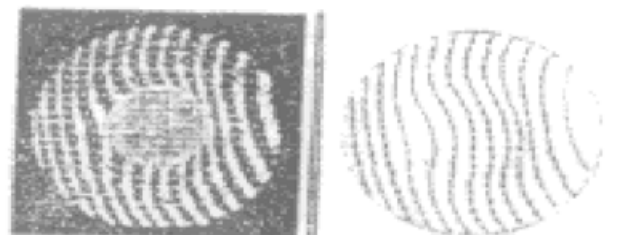


Fig. 4 The result of smooth link (PV is 0.540, RMS is 0.123)

参 考 文 献

- [1] M. P. Rimmer, C. M. King, D. G. Fox, Computer program for the analysis of interferometric test data. *Appl. Opt.*, 1972, **11**(12) : 2790~ 2798
- [2] D. M. Malacara, Wavefront fitting with discrete orthogonal polynomials. *Opt. Engng.*, 1990, **29**(6) : 672~ 676
- [3] B. Tatian, Aberration balancing in rotationally symmetric lenses. *J. Opt. Soc. Am.*, 1974, **64**(8) : 1083~ 1091

Interferogram Processing System for Obstructed Aperture Interferometer

Zhang Shenghua Zhang Xiaohui Han Changyuan

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

(Received 3 April 1997; revised 14 September 1997)

Abstract A software for fringe processing of obstructed aperture interferometer is presented. The software can acquire the fringe data, fringe thinning and fit with expand Zernike polynomial, and give wavefront distribution and aberration. Because we have expanded the Zernike polynomial, the fitting result is improved.

Key words obstructed aperture, interferogram processing, Zernike polynomial.