

激光动态外锥折射实验研究*

宁国斌 梁 柱

(长春光学精密机械学院理学院, 长春 130022)

摘 要 根据双轴晶体的锥形折射效应, 提出锥角可控的动态外锥折射以及一种实现外锥折射的新方法; 选用 KNbO_3 晶体进行实验, 不仅观察到外锥折射, 而且实现了锥角在 $0^\circ \sim 8^\circ$ 范围内的外锥折射扫描控制。

关键词 动态外锥折射, 锥角调制, 波矢锥面。

1 引 言

锥形折射是晶体光学中的概念, 最早由哈密顿在 1832 年从光的波动理论上预言, 并于 1833 年由洛埃用实验所证明。这在当时, 是对光的波动理论的有力支持。从那时起到现在, 锥形折射只是作为晶体光学理论中的一种现象在文献及教科书^[2]中讲述。虽然有人对此也作过较详细的研究和实验观察, 例如波根道尔夫、海定谔等人对内锥折射双环结构的观察及其他人的不同解释^[1], 而对动态外锥折射和应用几乎无人问津。锥形折射中的外锥折射, 是利用一块双轴晶体切割后使其通光面垂直于一个光线光轴, 在两个通光面上放置二个精确相对的小孔, 其中一个孔用会聚光照射, 光到达第二孔后出射, 波法线构成以第二孔为顶点的空心锥形光束, 在固定的接收屏上将观察到有一定宽度且孔径不变的光环。当屏移动时, 光环孔径也随着变化。外锥折射的空心锥形光束, 其明显特性之一是光的电场矢量在光环半径方向上振动的线偏振光。以此特性可以作为判断外锥折射的一种依据。目前对锥形折射控制研究, 国内外尚未见报道。本文通过理论和实验研究证明, 通常采用双轴晶体和两个针孔, 使会聚照射光产生外锥折射的实验方法不是唯一的, 并且外锥折射的锥角是可变的。作者用 KNbO_3 双轴晶体和单个针孔, 不仅产生外锥折射; 而且通过改变入射激光的会聚角度, 获得了时间、空间上的动态外锥折射, 实现对锥形折射控制的目的。

2 动态外锥折射基本理论分析

由麦克斯韦方程组可以推出晶体光学中的对偶方程(一般称为简正模方程), 在主轴坐标系可写为^[3]

$$n_i^2 E_i = n^2 [E_i - k_i (\mathbf{E} \cdot \mathbf{k})], \quad n_i^{-2} D_i = n_s^{-2} [D_i - S_i (\mathbf{D} \cdot \mathbf{S})], \quad (i = x, y, z) \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1997-04-13; 收到修改稿日期: 1998-01-08

式中 n_i 为主轴折射率, n 为波矢对应的折射率, n_s 为光线折射率。第一个方程描绘电场矢量与波矢方向满足的关系, 可确定波法线方向传播的两种光波的振动方向及折射率。第二个方程表示电位移矢量与光线方向的关系, 用来确定光线方向上的两种光波的振动方向及对应的折射率。对偶方程综合地描述了晶体的双折射现象。

对于 KNbO_3 双轴晶体, 在主轴坐标系 $o\text{-}xyz$ 中, 主轴折射率为 n_x 、 n_y 、 n_z , 并且 $n_x < n_y < n_z$ 。光线光轴在 xz 坐标面内, 与 z 轴的夹角 ϕ_s , 由公式

$$\tan \phi_s = \left[\frac{n_y^2 - n_x^2}{n_z^2 - n_y^2} \right]^{1/2} \quad (2)$$

计算。当一束光线沿 KNbO_3 晶体某一光线光轴传播时, 可以有无限多个波矢方向与之对应, 这些波矢方向构成一个锥面, 利用对偶方程(1)式中的第二式可推出此锥面的锥角。

对偶方程(1)式中的第二式可以写为

$$\begin{pmatrix} n_x^{-2} - n_s^{-2}(1 - s_x^2) & n_s^{-2}s_x s_y & n_s^{-2}s_x s_z \\ n_s^{-2}s_y s_x & n_y^{-2} - n_s^{-2}(1 - s_y^2) & n_s^{-2}s_y s_z \\ n_s^{-2}s_z s_x & n_s^{-2}s_y s_z & n_z^{-2} - n_s^{-2}(1 - s_z^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = 0 \quad (3)$$

光线沿双轴晶体光线光轴之一传播时, 有

$$s_x = \sin \phi_s, \quad s_y = 0, \quad s_z = \cos \phi_s \quad (4)$$

式中 ϕ_s 由(2)式给出, 将(4)式代入(3)式, 利用(2)式并考虑到 $n_s^{-2} = n_y^{-2}$, 解方程(3)得到

$$D_y = \text{任意值} \quad (5)$$

$$n_z^2(n_y^2 - n_x^2)D_x + n_x^2[(n_y^2 - n_x^2)(n_z^2 - n_y^2)]^{1/2}D_z = 0 \quad (6)$$

由(6)式

$$-\frac{D_z}{D_x} = \tan U = \frac{n_z^2}{n_x^2} \left[\frac{n_y^2 - n_x^2}{n_z^2 - n_y^2} \right]^{1/2} = \frac{n_z^2}{n_x^2} \tan \phi_s \quad (7)$$

式中 U 是电位移矢量 D 在 xz 坐标面上投影方向与 x 轴夹角。(7)式为常数, 表明电位移矢量

D 在 xz 坐标面上投影方向一定。和光线光轴上的光线相对应的电位移矢量 D , 在主轴坐标系中各分量之间关系由(5)式、(7)式描述。

如图 1 所示, 通过坐标系原点并且分量 $D_y = 0$ 的电位移矢量 D , 一定在 xz 坐标面内, 与 x 轴夹角为 U , 其波矢 k 也在 xz 坐标面上。 Σ 平面通过坐标原点 o , 与 x 轴夹角为 U , 并且平行于 y 轴。在 Σ 平面内通过坐标原点 o 的电位移矢量 D , 其分量之间关系满足(5)式、(7)式。由于 D_y 值任意, 所以在 Σ 平面内, D 从 o 点向任意方向, 与 D 对应的所有波矢方向分布在以 o 为顶点, 以波矢光轴为中轴的锥面上, 称此锥为“波矢锥面”。就是说与光线光轴上的光线 S 对应的

波矢方向是“波矢锥面”上的某一条母线。或者说与“波矢锥面”上的波矢方向相对应的所有光线 S 都沿光线光轴传播。与光线光轴上传播的光线对应的“波矢锥面”若出射到各向同性介质中时, 光波在双轴晶体外构成锥形光, 这种现象为外锥折射。“波矢锥面”锥角 α 为

$$\alpha = U - \phi_s \quad (8)$$

利用(2)式、(7)式, 由(8)式可得

$$\tan \alpha = \frac{1}{n_y^2} [(n_y^2 - n_x^2)(n_z^2 - n_y^2)]^{1/2} \quad (9)$$

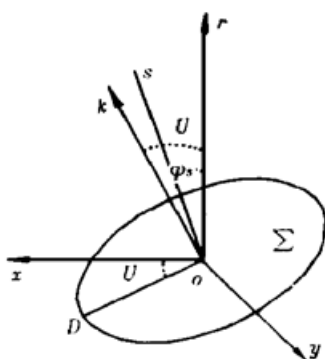


Fig. 1 Wave-vector cone

“波矢锥面”从晶体出射到各向同性介质空气中, 形成外锥折射的锥角 α 与 “波矢锥面” 锥角 α 应满足波矢折射定律

$$\sin \alpha = n_{\parallel} \sin \alpha \quad (10)$$

式中 n_{\parallel} 是与 “波矢锥面” 上波矢方向对应的简正模的折射率。在主轴坐标系中, 可以推导出波矢 \mathbf{k} 沿任意方向时的 n_{\parallel} 公式

$$n'_{\parallel} = \left[\frac{1}{2}(a + c + \sqrt{(a - c)^2 + b^2}) \right]^{-1/2}, \quad n''_{\parallel} = \left[\frac{1}{2}(a + c - \sqrt{(a - c)^2 + b^2}) \right]^{-1/2} \quad (11)$$

式中

$$a = (\cos^2 \theta \cos^2 \varphi / n_x^2 + (\cos^2 \theta \sin^2 \varphi / n_y^2 + (\sin^2 \theta) / n_z^2) \\ b = 2(1/n_y^2 - 1/n_x^2) \cos \theta \sin \varphi \cos \varphi, \quad c = (\sin^2 \varphi / n_x^2 + (\cos^2 \varphi / n_y^2) \quad (12)$$

对 “波矢锥面” 上任意方向波矢, (10) 式都成立。现选取 “波矢锥面” 上在主轴坐标系 xz 坐标面内的波矢方向, (12) 式中的 $\varphi = 0$, 若光线光轴垂直于界面, (12) 式中的 $\theta = \alpha + \phi$, 当 n_{\parallel} 取 n'_{\parallel} 时有

$$n_{\parallel} = \left[\frac{1}{n_z^2} \sin^2(\alpha + \phi) + \frac{1}{n_x^2} \cos^2(\alpha + \phi) \right]^{-1/2} \quad (13)$$

其中 ϕ 、 α 分别由(2) 式、(9) 式求出。所以外锥折射在 xz 坐标面内的锥角为

$$\alpha = \arcsin(n_{\parallel} \sin \alpha) \quad (14)$$

然而, “波矢锥面” 锥角 α 和入射光会聚角 α_i 也应满足折射定律

$$\sin \alpha = n_{\parallel} \sin \alpha \quad (15)$$

仍选取 xz 坐标面, 并且 n_{\parallel} 由(13) 式求得, 则有

$$\alpha = \arcsin(n_{\parallel} \sin \alpha) \quad (16)$$

由(14) 式求得的 α 和产生 “波矢锥面” 的入射光会聚角度 α_i 是相等的, 即

$$\alpha = \alpha_i \quad (17)$$

由(14) 式、(16) 式和(17) 式表明, “波矢锥面” 从双轴晶体出射后的外锥折射, 是会聚角为 α_i 的入射实心会聚光, 由 “波矢锥面” 变成锥角 α 的空心锥形光。外锥折射的锥角取决于 α_i 、 n_{\parallel} , 当改变 α_i 或 n_{\parallel} 时, α 也随着改变; α_i 或 n_{\parallel} 连续变化时, α 也被连续调制。因此, 通过改变入射光会聚角度或折射率 n_{\parallel} , 可以产生动态外锥折射, 并且能实现对外锥折射锥角的控制。

3 单孔动态外锥折射实验

根据上述理论研究, 选用 KNbO_3 双轴晶体, 加工成 $7 \text{ mm} \times 6.5 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ 的长方体, 两通光面互相平行并垂直其中一个光线光轴。用非偏振 He-Ne 激光作光源, 通过改变入射光会聚角度, 进行动态外锥折射实验。

KNbO_3 晶体的主轴折射率, 对于波长 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 的激光, $n_x = 2.16$, $n_y = 2.28$, $n_z = 2.32$ 。应用上述公式计算, 光线光轴与 z 轴夹角 $\phi = 55.80^\circ$, “波矢锥面” 锥角 $\alpha = 3.73^\circ$, 在 xz 坐标面内与 z 轴夹角为 59.53° 的波矢方向对应的折射率 $n_{\parallel} = 2.28$, 外锥折射锥角 $\alpha = 8.55^\circ$, 为了获得锥角 8.55° 的外锥折射, 理论上要求入射光会聚角度也应该是 $\alpha_i = 8.55^\circ$ 。利用实验中焦距 $f' = 1.8 \text{ cm}$ 的透镜对发散光束会聚, 可获得满足入射会聚角度 α_i 的要求。实验装置原理图如图 2 所示。在实验装置中, 非偏振 He-Ne 激光束直径 0.14 cm , L_1 为负透镜,

B 为 0.21 cm 孔径的光阑, L_2 为焦距 $f' = 1.8$ cm 的会聚透镜, 与观察屏 P 相距 $l = 50$ cm, F 为焦点, 与 P 相距 $l_1 = 48.2$ cm, G 是 KNbO_3 双轴晶体元件, 其通光长度 0.5 cm, A 为放置在晶体元件 G 出射端面上的针孔光阑, 与 P 相距 $l_2 = 47.7$ cm。在单孔外锥折射实验中, 首先去掉晶体元件 G, 移动光阑 B, 使观察屏上光斑直径 $d = 7.2$ cm, 获得入射光会聚角度 $\alpha = 8.54^\circ$, 满足理论上的要求。然后将晶体元件 G 放入光路, 调节 G 使入射光焦点 F 在晶体元件 G 入射端面上, 并且焦点 F 和针孔 A 中心的连线垂直晶体元件 G 的入射端面, 即连线与晶体元件 G 光线光轴重合, 这样可产生外锥折射。测量观察屏上光环直径 $D = 7.0$ cm, 外锥折射锥角 $\alpha = 8.4^\circ$ 。用偏振片检测光环, 测得光环不同半径方向上光的偏振方向是不同的。这表明实验中由单个针孔光阑 A 输出的空心锥形光束是外锥折射; 并且入射于晶体元件 G 的光束会聚角度与出射的外锥折射锥角关系满足(7)式。

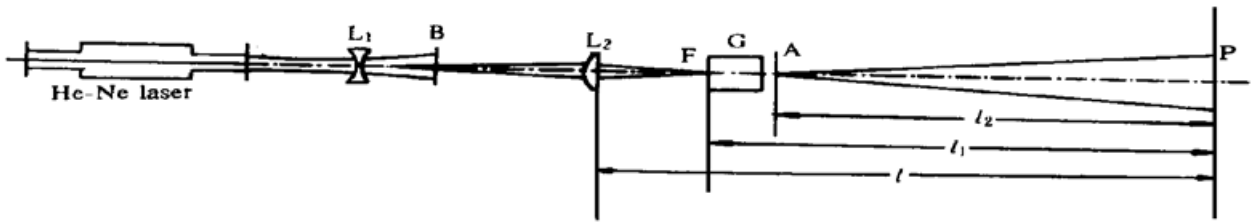


Fig. 2 Single hole outer conical refraction

在上述实验中, 使凹透镜 L_1 、凸透镜 L_2 、 KNbO_3 双轴晶体元件 G 和观察屏 P 的位置固定不动。沿水平方向平行移动光阑 B, 使入射于透镜 L_2 上的光斑大小变化, 从而改变由透镜 L_2 入射于晶体元件 G 的光束会聚角度。当光阑 B 在 L_1 、 L_2 之间某一位置上时, 去掉晶体元件 G, 测量观察屏 P 上光斑直径 d , 利用公式

$$\alpha = 2 \arctan \frac{d}{2l_1} \quad (18)$$

计算出入射光会聚角度 α 。然后将晶体元件 G 放入光路中, 调节到原位置上, 这时产生外锥折射, 测量观察屏 P 上光环直径 D , 用公式

$$\alpha = 2 \arctan \frac{D}{2l_2} \quad (19)$$

计算出外锥折射锥角 α 。实验中测量了 $4^\circ \sim 8.5^\circ$ 范围内任意入射光会聚角度和与之相对应的外锥折射的锥角, 实验数据如表 1 所列。由实验结果表明, 所获得的实验数据与(7)式结论基本相符合; 并且通过改变入射光会聚角度, 可以实现对外锥折射锥角的控制。

Table 1. Experimental data of α and α

d /cm	3.70	3.90	4.15	4.35	4.50	4.80	5.19	5.30	5.70	6.05	6.57	6.80	7.20
D /cm	3.70	4.00	4.10	4.30	4.60	4.90	5.00	5.40	5.45	6.20	6.34	6.90	7.00
α /($^\circ$)	4.40	4.64	4.94	5.16	5.34	5.70	6.16	6.30	6.76	7.20	7.80	8.06	8.54
α /($^\circ$)	4.44	4.80	4.92	5.16	5.58	5.86	6.00	6.42	6.54	7.40	7.60	8.24	8.40

在实验中, 当 L_1 、 L_2 、光阑 B 不动, 沿水平方向前后移动晶体元件 G, 在观察屏上观察到光环孔径大小变化, 即锥角变化的动态外锥折射。这是因为透镜 L_2 有一定的焦深 FF' , F' 点由近轴光会聚而成, 会聚角度很小。当 F' 点在晶体元件 G 入射端面上, F' 和针孔 A 中心连线垂直入射端面, 在屏上观察到孔径很小的光环。由 F' 点将晶体元件 G 沿水平方向向 F 点移近过程中, 在屏上观察到孔径不断增大的光环, 即产生锥角不断增大的外锥折射。当晶体元

件 G 入射端面与 F 点重合时, 光环孔径最大。F 点穿过入射端面进入晶体元件 G 内时, 没有外锥折射现象。由 F 点将晶体元件 G 沿水平方向向 F' 点移动过程中, 屏上光环孔径不断减小。沿水平方向前后移动透镜 L_2 , 观察到与移动晶体元件 G 同样的实验结果。

通过移动透镜 L_2 或晶体元件 G 或光阑 B, 都是改变入射于晶体元件 G 的入射光会聚角度, 产生外锥折射锥角随入射光会聚角度而变化的实验现象。根据这一实验现象, 使入射光会聚角度周期地大小变化, 由双轴晶体产生的外锥折射的锥角也随着周期地变化, 从而实现激光锥形折射扫描。这种扫描方式是一个空心光锥的锥角周期地大小变化, 在接收屏上将是孔径不同的完整光环进行扫描。当然与锥形折射扫描技术相关的连续时序调制和采集扫描数据等还有待进行研究。

结束语 从上述理论及实验研究表明, 在双轴晶体元件 G 入射端面不用针孔光阑仍能产生外锥折射; 并且通过控制入射光会聚角度, 可以实现对外锥折射锥角的调制。由本文的研究, 用 KNbO_3 双轴晶体, 已经实现 $0^\circ \sim 8^\circ$ 的激光锥形折射扫描。期望成为一项新的激光技术, 并且对锥形折射效应的深入研究及其应用起到一定的促进作用。

在实验中所使用的 KNbO_3 双轴晶体, 是北京人工晶体研究所沈德忠教授提供, 作者表示感谢。

参 考 文 献

- [1] R. W. Ditchburn, *Light*, Vol. II, 3Ed, New York: Academic Press Inc. Ltd, 1976. 513
- [2] M. Born, E. Wolf, 黄乐天, 孙熙谋, 陈秉乾译校, 光学原理. 北京: 科学出版社, 1981. 912
- [3] 蒋民华, 晶体物理. 济南: 山东科学技术出版社, 1980. 213

Dynamic Laser Outer Conical Refraction

Ning Guobin Liang Zhu

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Changchun 130022)

(Received 13 April 1997; revised 8 January 1998)

Abstract Based on conical refraction effect of biaxial crystal, the dynamic outer conical refraction with controllable cone apex angle and a kind of new method to implement the outer conical refraction are presented. The KNbO_3 crystal is used in the experiment, we have not only observed the outer conical refraction, but also obtained the cone apex angle control from 0° to 8° .

Key words dynamic outer conical refraction, cone apex angle control, wave-vector cone.