

臂内含光纤光栅的方向耦合器的理论研究*

舒学文 黄德修 阮 玉

(华中理工大学光电子工程系, 武汉 430074)

摘 要 提出了臂内含有光纤光栅的方向耦合器的一般模型, 推导了任意端口输入时任何一端口的输出表达式。作为特例, 研究了二类法布里-珀罗干涉谐振腔, 发现它们之间存在一种交换等价关系, 第一次阐述了光纤光栅在法布里-珀罗腔中调幅和调频的概念。

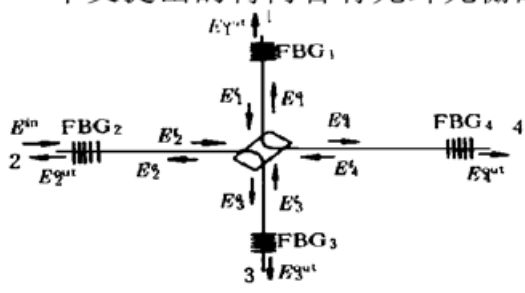
关键词 光纤光栅, 光纤方向耦合器, 法布里-珀罗干涉谐振腔。

近年来光纤技术最引人注目的成就之一就是光纤光栅的发展和成熟, 人们提出了许多光纤光栅的应用方案, 例如用来制作滤波器和波分复用器, 用来补偿光纤色散和平坦掺铒光纤放大器增益, 以及用于光纤激光器和光纤传感器等等^[1]。光纤光栅的出现对于优化光纤器件的设计以及设计新型光纤器件有十分重要的意义。

本文提出把光纤光栅直接刻写在光纤方向耦合器一些端口所构成的新型光纤器件的一般模型, 并求得了此模型的普遍解。在此基础上, 研究了二类在光纤激光器和滤波器中可能有重要用途的法布里-珀罗干涉谐振腔, 发现了二类腔之间的交换等价关系, 分析了光纤光栅对谐振腔特性的一些特殊影响, 提出了若干新的观点。所建立的理论模型将有助于分析和设计这类新型光纤器件。

1 一般模型和理论推导

本文提出的臂内含有光纤光栅的光纤方向耦合器的一般模型如图1所示。图中假定光纤方向耦合器的四个臂内都写入了布拉格相位光栅, 第 i ($i = 1, 2, 3, 4$) 个臂内的光栅对于波长为 λ 的光的强度反射率 $R_i(\lambda)$ 和透射率 $T_i(\lambda)$ 可写为:



$$R_i(\lambda) = |r_i(\lambda) \exp [j\varphi(\lambda)]|^2 \quad (1)$$

$$T_i(\lambda) = |t_i(\lambda) \exp [j\psi_i(\lambda)]|^2 \quad (2)$$

式中 $r_i(\lambda)$ 和 $\varphi(\lambda)$ 分别为振幅反射率的大小和相移, $t_i(\lambda)$ 和 $\psi_i(\lambda)$ 分别为振幅透射率的大小和相移。如果光纤光栅无附加损耗则还有下面的关系成立:

Fig. 1 General model for directional coupler with fiber Bragg gratings in its arms

* 国家自然科学基金资助课题。

收稿日期: 1997-08-05; 收到修改稿日期: 1997-10-31

$$R_i(\lambda) + T_i(\lambda) = 1 \quad (3)$$

假设这类耦合器由单模光纤构成, 则在耦合器各臂中传输的导模只有正、反向传输的基模。为了了解这种耦合器对波长的响应, 假设输入光波是波长为 λ 的单色光 E^{in} , 先考察端口 2 为输入口的情形。用 E_i^{I} , E_i^{a} 和 E_i^{out} 分别表示各臂在耦合区附近(假定耦合区为理想点状)向外、向内以及端口输出光的电场强度。设光纤耦合器的耦合系数和损耗分别为 k 和 γ , 光纤的损耗系数为 α , 且它们都与波长以及偏振无关。由图中耦合、反射和透射关系, 可写出下列方程:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} E_3^{\text{a}} \\ E_4^{\text{a}} \end{bmatrix} = \sqrt{1-\gamma} \begin{bmatrix} \sqrt{1-k} & j\sqrt{k} \\ j\sqrt{k} & \sqrt{1-k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_2^{\text{I}} \\ E_1^{\text{I}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} E_2^{\text{a}} \\ E_1^{\text{a}} \end{bmatrix} = \sqrt{1-\gamma} \begin{bmatrix} \sqrt{1-k} & j\sqrt{k} \\ j\sqrt{k} & \sqrt{1-k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_3^{\text{I}} \\ E_4^{\text{I}} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

$$E_2^{\text{I}} = A_2 E^{\text{in}} + B_2 E_2^{\text{a}}, \quad E_i^{\text{I}} = B_i E_i^{\text{a}}, \quad (i = 1, 3, 4)$$

$$E_i^{\text{out}} = A_i E_i^{\text{a}}, \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

$$A_i = t_i \exp[-\alpha l_i + j(\beta l_i + \psi_i)], \quad B_i = r_i \exp[-2\alpha l_i + j(2\beta l_i + \varphi)]$$

l_i 是耦合器中心到各臂光纤光栅之间光纤的长度, 传播常数 $\beta = 2\pi n_e/\lambda$, 其中 n_e 为光纤有效折射率。利用(4)式经过繁琐的推导可得到耦合器各端口的输出为:

$$\begin{cases} E_1^{\text{out}} = A_1 D_1 E^{\text{in}}/D, \quad E_2^{\text{out}} = A_2 D_2 E^{\text{in}}/D \\ E_3^{\text{out}} = A_3 \left(\sqrt{1-k} A_2 + \sqrt{1-k} B_2 \frac{D_2}{D} + j\sqrt{k} B_1 \frac{D_1}{D} \right) \sqrt{1-\gamma} E^{\text{in}} \\ E_4^{\text{out}} = A_4 \left(j\sqrt{k} A_2 + j\sqrt{k} B_2 \frac{D_2}{D} + \sqrt{1-k} B_1 \frac{D_1}{D} \right) \sqrt{1-\gamma} E^{\text{in}} \\ D_1 = -j\sqrt{k(1-k)} A_2 (B_3 + B_4) (1-\gamma) \\ D_2 = A_2 [(1-\gamma) B_1 B_3 B_4 + k B_4 - (1-k) B_3] (1-\gamma) \\ D = -1 + [(1-k)(B_2 B_3 + B_1 B_4) - k(B_1 B_3 + B_2 B_4)] (1-\gamma) - B_1 B_2 B_3 B_4 (1-\gamma)^2 \end{cases} \quad (5)$$

以上得到的是输入为端口 2 时, 任何一个端口的输出光场的表达式。事实上由于所提出模型的对称性, 对于其他端口输入的情形, 只需对所求得的解作脚标对换即可。例如从端口 1 输入时, 把(5)式中的所有脚标作 1 \leftrightarrow 2 对换, 3 \leftrightarrow 4 对换即可。因此实际上求得了模型在任意一端输入时任意一端的输出表达式。

以上模型假定光纤耦合器的四个端口都写入了光纤光栅, 实际应用中当有端口不含光纤光栅时, 只需令其 $R_i(\lambda) = 0$ 和 $T_i(\lambda) = 1$ 即可, 所以本文提出的模型具有普遍意义。作为实例, 下面将把模型及其解应用到两类典型的法布里-珀罗谐振腔中。

2 两类法布里-珀罗谐振腔

图 2(a)、图 2(b) 分别示了两类法布里-珀罗腔的结构。在图 2(a) 情形中, 光纤光栅刻写在 1、4 端; 图 2(b) 情形中, 光纤光栅刻写在 1、3 端, 分别称之为第 I 型法布里-珀罗和第 II 型法布里-珀罗腔。为简化讨论, 在下面的分析中, 对于不含光纤光栅的臂不仅令其 $T_i = 1$ 和 $R_i = 0$ (即 $B_i = 0$) 而且令其 $A_i = 1$, 即相当于在这些端口考察 E_i^{a} 取代 E_i^{out} 作为输出场强。

2.1 I 型法布里-珀罗腔

在(5)式中令 $A_2 = A_3 = 1$, $B_2 = B_3 = 0$, 并运用光强 $I = E^* E = |E|^2$, 可求得各端口

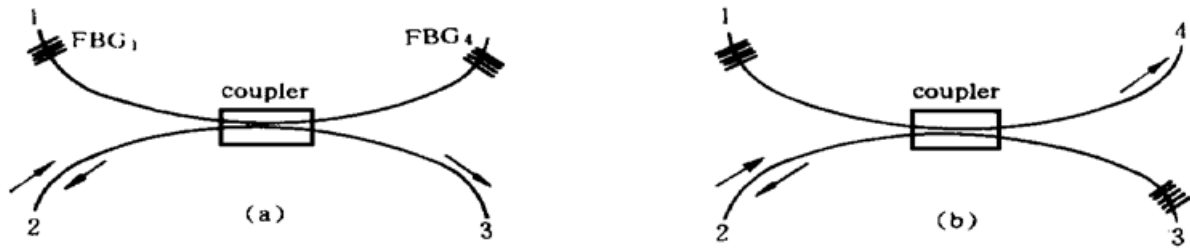


Fig. 2 Two types of Fabry-Perot resonator: (a) Fibre Bragg gratings are in arms 1 and 4 of the cavity, (b) Fiber Bragg gratings are in arms 1 and 3 of the cavity

的输出光强为:

$$\left. \begin{aligned} I_1^{out} &= (1 - \gamma)^2 k(1 - k) |A_1|^2 |B_4|^2 I^{in}/I_d, & I_2^{out} &= [(1 - \gamma)^2 k^2 |B_4|^2 I^{in}/I_d \\ I_3^{out} &= (1 - \gamma)(1 - k) \{ [1 - (1 - \gamma) |B_1| |B_4|]^2 + 4(1 - \gamma) |B_1| |B_4| \sin^2 \theta \} I^{in}/I_d \\ I_4^{out} &= (1 - \gamma) k |A_4|^2 I^{in}/I_d, & \theta &= \beta(l_1 + l_4) + (\varphi_1 + \varphi_4)/2 \\ I_d &= [1 - (1 - \gamma)(1 - k) |B_1| |B_4|]^2 + 4(1 - \gamma)(1 - k) |B_1| |B_4| \sin^2 \theta \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中“|”表示复数求模运算, 显然有:

$$|A_i| = t_i \exp(-\alpha l_i), \quad |B_i| = r_i \exp(-2\alpha l_i) \quad (7)$$

图3给出了当 $\gamma = 0$ 时, 对应于不同 k 和 $|B_1 B_4|$ 值时反射端口2和透射端口3对波长的响应输出曲线。其中图3(a)、图3(b)是当 $k = 0.2$ 时, $|B_1 B_4|$ 分别为 0.99、0.9、0.8 和 0.7 时的波长响应, 从图中可看出谐振发生在 $\beta(l_1 + l_4) + (\varphi_1 + \varphi_4)/2 = m\pi$ 处, 而且随着 $|B_1 B_4|$ 的增大, 输出峰或谷越来越尖锐, 所以增大光纤光栅的反射率或者减小光纤中的有利于提高这类法布里-珀罗腔的波长选择性; 图3(c)、图3(d)则是 $|B_1 B_4| = 0.99$ 时, k 分别为 0.1、0.3、0.5 和 0.7 时的波长响应, 从图中可看出随着耦合系数的增大, 输出峰越来越平坦, 所以要想提高波长的选择性还必须减小耦合系数。值得的是在作图3(b)、图3(d)中的曲线时, 作者固定了 $|B_4| = 0.99$, 因为从(6)式可看出端口2输出峰的尖锐程度(用半高全宽表征)只与 $|B_1 B_4|$ 的大小有关, $|B_4|$ 的大小不会改变峰的半高全宽值而只改变峰的高度。

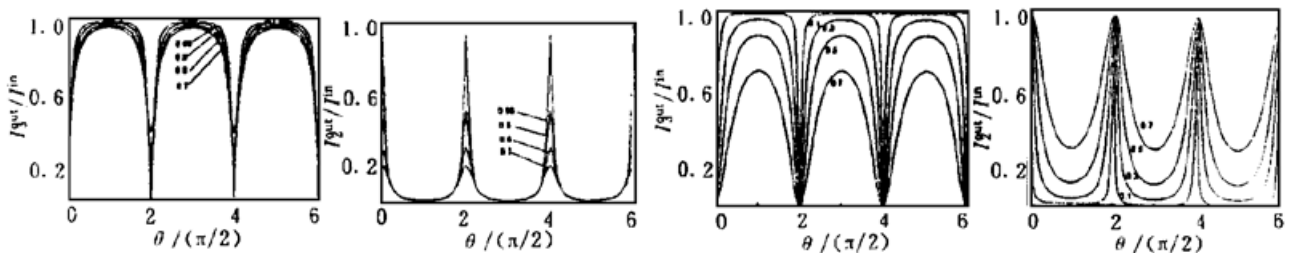


Fig. 3 Output wavelength response of port 2 and port 4 for the first type F-P resonator. (a) $|B_1 B_4| = 0.99, 0.9, 0.8, 0.7, k = 0.2$, (b) $|B_1 B_4| = 0.99, 0.9, 0.8, 0.7, k = 0.2$, (c) $|B_1 B_4| = 0.99, k = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$, (d) $|B_1 B_4| = 0.99, k = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$

考虑到 $\beta = 2\pi n_c/\lambda$, 很容易求得谐振峰的频率间隔即法布里-珀罗腔的自由谱宽为:

$$\Delta\nu = c/2n_c(l_1 + l_4) \quad (8)$$

由上式可看出这类法布里-珀罗腔的自由谱宽与通常的法布里-珀罗腔一样都表示光在腔中来回一周所需的时间。还可以求得这类谐振腔的精细度为^[2]:

$$F = \frac{\pi \sqrt{(1 - \gamma)(1 - k) r_1 r_4 \exp[-2\alpha(l_1 + l_4)]}}{1 - (1 - \gamma)(1 - k) r_1 r_4 \exp[-2\alpha(l_1 + l_4)]} \quad (9)$$

从(9)式可看出，要获得高精度即高波长选择性可以通过提高光纤光栅的反射率或者降低光纤耦合器的耦合系数和损耗以及光纤损耗来获得。

2.2 II型法布里-珀罗腔

令(5)式中 $A_2 = A_4 = 1, B_2 = B_4 = 0$ ，同理可求得 II 型法布里-珀罗腔各端口输出光强为：

$$\left. \begin{aligned}
 I_1^{out} &= (1 - \gamma)^2 k(1 - k) |A_1|^2 |B_3|^2 I^{in}/I_d', & I_2^{out} &= [(1 - \gamma)^2 (1 - k)^2 |B_3|^2 I^{in}/I_d'] \\
 I_3^{out} &= (1 - \gamma)(1 - k) |A_3|^2 I^{in}/I_d', & \theta' &= \beta(l_1 + l_3) + (\varphi_1 + \varphi_3)/2 \\
 I_4^{out} &= (1 - \gamma)k \{ [1 + (1 - \gamma) |B_1| |B_3|]^2 - 4(1 - \gamma) |B_1| |B_3| \sin^2 \theta' \} I^{in}/I_d' \\
 I_d' &= [1 + (1 - \gamma)k |B_1| |B_3|]^2 - 4(1 - \gamma)k |B_1| |B_3| \sin^2 \theta'
 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

为了考察这种法布里-珀罗腔的输出特性，先画出 $k = 0.8, |B_1 B_3| = 0.99, 0.9, 0.8, 0.7$ 时透射端口4的波长响应如图4所示，从图中可以看出谐振发生在 $\beta(l_1 + l_3) + (\varphi_1 + \varphi_3)/2 = (m + 1/2)\pi$ 处，且 $|B_1 B_3|$ 值越大，谐振峰越尖锐。把图4与图3(a)仔细比较，发现两者曲线几乎完全一样，只是曲线位置相差 $\pi/2$ ，这暗示两类法布里-珀罗腔之间存在一定的联系。事实上，仔细考察(10)式与(6)式，很容易证明只要作如下交换：

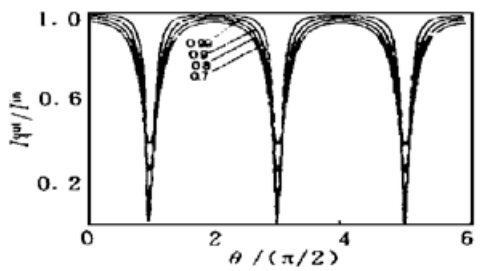


Fig. 4 Output of wavelength response of port 4 for the second type of F-P resonator. $k = 0.8, R = 0.99, 0.9, 0.8, 0.7$

$$\text{脚标 } 3 \leftrightarrow \text{脚标 } 4, \quad k \leftrightarrow 1 - k, \quad \theta' \rightarrow \theta + \pi/2 \quad (11)$$

则可从(10)式得到(6)式，反之亦然。这表明两类法布里-珀罗腔之间存在交换等价关系。这种交换等价关系存在的物理意义在于：当把光栅从臂4换写到臂3，光波从在臂1和臂4之间谐振变为在臂1和臂3之间谐振，不仅仅只是臂4和臂3有关参数(如光栅的编号、臂长等)脚标的交换，更重要的是光波在一个来回程的相移(2θ)在两次通过耦合区会产生π的相位差，同时原先臂1的光强是按(1 - k)倍耦合到臂4参与谐振，换写后臂1光强的k倍耦合到臂3参与谐振。

所以前面研究了 I 型法布里-珀罗腔的特性也就可按这种交换等价关系来了解 II 型法布里-珀罗腔的特性，例如端口3在 $|B_1 B_3| = 0.99, k = 0.9, 0.7, 0.5$ 和 0.3 时的输出也就是对应把图3(c)中 $k = 0.1, 0.3, 0.5$ 和 0.7 的曲线分别右移 $\pi/2$ 的结果，从而可知道 II 型法布里-珀罗腔的耦合系数越大，谐振峰或谷越尖锐。同样道理，II 型法布里-珀罗腔的自由谱宽和精细度的表达式也可通过把(8)式和(9)式作同样的替换求得：

$$\Delta\gamma = c/[2n_c(l_1 + l_3)] \quad (12)$$

$$F = \frac{\pi \sqrt{(1 - \gamma)kr_1r_3 \exp[-2\alpha(l_1 + l_3)]}}{1 - (1 - \gamma)kr_1r_3 \exp[-2\alpha(l_1 + l_3)]} \quad (13)$$

总而言之，发现了这两种类型法布里-珀罗腔可按照(11)式的交换等价关系，就可很方便地由一类腔的特性了解到另一类腔的特性。

2.3 光纤光栅反射特性对法布里-珀罗腔的影响

图3、图4所作的曲线都假定了光纤光栅反射率是与波长无关的常数，但实际上由(1)式可知光纤光栅的反射率的大小和相移都与波长有关，例如在通带和禁带光纤光栅反射率大小截然相反，有些光纤光栅在禁带边沿反射率大小急剧变化，又如啁啾光纤光栅不同的波长被反射的位置不同因而反射相移也不同，所有这些都将对法布里-珀罗腔的特性产生一定的影

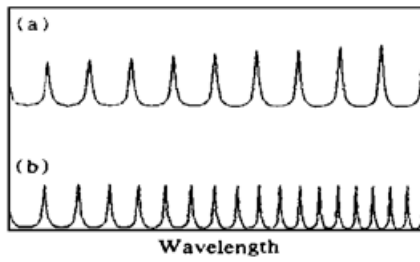


Fig. 5 Schematic diagram for special facts in F-P resonator coursed by fiber Bragg gratings. (a) Amplitude modulation, (b) Frequency modulation

响。下面以 I 型法布里-珀罗腔的端口 2 的输出为例来分别考察这些影响。因为两个光栅反射率乘积越大输出峰越尖锐, FBG₄ 反射率越大输出峰值越高, 所以如果在一定波长范围内 FBG₂ 反射率不变, 而 FBG₄ 反射率随波长增大而增大时(例如在其禁带的左边上升沿), 端口 2 的输出峰将越来越高而且越来越尖锐, 如图 5(a) 所示, 可以看到谐振峰的包络受到了反射率大小的调制, 这类似于无线电波的调幅, 作者称之为光纤光栅在法布里-珀罗腔中的“调幅”现象。值得注意的是反射率大小之积可影响谐振腔的精细度, 但不会影响谐振腔的自由谱宽。

考虑反射相移也与波长有关, 那么谐振峰的疏密将不再均匀, 因为这时两个谐振峰的频率间隔可推导为:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2n_e(l_1 + l_4) - [\varphi'_1(\lambda) + \varphi'_4(\lambda)]\lambda^2/2\pi} \quad (14)$$

因为(8)式是在假设反射相移与波长无关即 $\varphi'_1(\lambda) + \varphi'_4(\lambda) = 0$ 的情况下导出的, 所以由(14)式可以看出: 如果 $\varphi'_1(\lambda) + \varphi'_4(\lambda) > 0$, 则实际的自由谱宽要比(8)式算得的更宽, 反之会变窄。从(14)式还可看出考虑了反射相移随波长的变化, 自由谱宽也会随波长而变化。图 5(b) 画出了一段波长范围内随波长增大谐振峰间距变小情况的示意图。这种谐振峰间隔的疏密变化类似于无线电波的调频, 称之为光纤光栅在法布里-珀罗腔中的“调频”现象。值得注意的是反射相移对谐振腔的精细度会产生影响, 但对谐振峰的尖锐程度并无影响。

结 论 利用本文所提出的臂内含有光纤光栅的方向耦合器理论模型, 研究了二类典型法布里-珀罗谐振腔, 发现二类腔之间存在一种交换等价关系, 同时还发现由光纤光栅构成的法布里-珀罗谐振腔受光纤反射特性的影响会有一些特殊的现象: 反射率大小对谐振峰的“调幅”现象以及反射相移对谐振峰的“调频”现象。

参 考 文 献

- [1] I. Bennion, J. A. R. Williams, L. Zhang *et al.*, UV-written in fiber Bragg gratings. *Opt. & Quant. Electron.*, 1996, 28(1) 93~135
 [2] M. 玻恩, E. 沃耳夫著, 杨葭荪等译校, 光学原理, 北京: 科学出版社, 1978, 429~432

Study on Fiber Directional Coupler with Fiber Bragg Gratings in Its Arms

Shu Xuwen Huang Dexiu Ruan Yu

(Department of Optoelectronics Engineering, Huazhong University of Sciences and Technology, Wuhan 430074)

(Received 5 August 1997; revised 31 October 1997)

Abstract A general model for fiber directional coupler with fiber Bragg gratings in its arms is presented. The output expression of any arm is obtained when input is from an arm. As examples, two types of F-P interferometer are analyzed. We find that an exchange equivalence relationship exists between them. For the first time we describe the concepts of amplitude modulation caused by in-fiber Bragg gratings in F-P resonator.

Key words fiber Bragg gratings, fiber directional coupler, F-P resonator.