第 18 卷 第 10 期　　光 学 学 报　　Vol. 18, No. 10
1998 年 10 月　　ACTA OPTICA SINICA　　October, 1998

自生磁场对相对论谐波辐射的影响

杜春光　曾贵华　徐至展
(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘　要　分析了自生磁场对相对论谐波辐射的影响。得出结论: 自生磁场对强激光在欠稠密等离子体中产生的相对论相干谐波辐射有重要作用, 自生磁场激发偶次谐波辐射, 并对奇次谐波辐射产生影响。对二次, 三次谐波作了详细分析, 发现: 自生磁场激发二次谐波辐射, 而对三次谐波辐射有削弱作用, 并且它还使谐波的失相时间延长。

关键词　相对论谐波辐射,　自生磁场,　等离子体,　强激光。

1　引　　言

随着激光技术的进展, 输出相对论强激光在实验室中成为现实。激光与等离子体相互作用[1]的许多新现象被不断发现, 强激光与等离子体作用产生的相对论相干谐波辐射[2~5]即是其中之一。在欠稠密等离子体情况下, 等离子体受强激光场驱动, 会产生横向(垂直于光传播方向) 相对论性非线性振荡电流, 它能导致相干谐波辐射[2, 6~8]。文献[2, 6, 7]都表明在一维模型中只有奇次谐波产生, 而没有偶次谐波产生。产生偶次谐波的条件是等离子体在初始时刻具有横向密度梯度[7]。以上是在没有考虑自生磁场的情况下得到的结论, 如果在等离子体中有一准静态磁场, 则将产生一些新的现象, 这里准静态磁场可以是背景磁场, 也可以是自生磁场。实际上, 当强激光在等离子体中传播时, 在激光脉冲内会激发出自生磁场。目前, 相对论强激光等离子体相互作用中产生自生磁场的机制主要有有质动力机制和逆法拉第机制[9, 10]。自生磁场的产生不是本文所考虑的问题, 因此在计算中将其作为已知量处理。从而将看到自生磁场有重要作用, 它不仅影响奇次谐波, 还产生偶次谐波, 而且它还对谐波失相时间有影响。

2　基本理论

采用冷等离子流体模型, 引入归一化矢势 a 和标势 ϕ, 根据流体力学方程, 引入 p、n、γ, 分别为相对论电子的动量、电子密度和相对论因子, 根据文献[11, 12], 在一维情况下有如下方程

$$[\partial^2/\partial z^2 - (1/c^2)(\partial^2/\partial t^2)]a = k_p^2 na/\gamma n_0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = k_p^2\left(\frac{n}{n_0} - 1\right), \qquad \frac{\partial p_z}{\partial t} = c\,\frac{\partial(\phi - \gamma)}{\partial z}, \tag{2}$$

收稿日期: 1997-05-08

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{c}{\gamma} n p_z\right), \qquad \gamma = (1 + a^2 + p_z^2)^{1/2}, \tag{3}$$

式中 k_p 为等离子波数，m、e 为电子质量和电荷，n_0 为背景等离子体密度。以上模型成立的条件是激光的有效光斑半径比等离子体固有波长大得多。为方便采用另一组独立变量 ζ、τ，在准稳态近似下[7]得到波动方程

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) a = k_p^2 \frac{a}{1+\phi} \qquad \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{k_p^2}{2}\left[\frac{(1+a)^2}{(1+\phi)^2} - 1\right], \tag{4}$$

将 ϕ 可分成慢变量 ϕ_s 和快变量 ϕ_f 两部分，即 $\phi = \phi_s + \phi_f$。根据文献[2]，假定：

$$|\phi_f| \ll |1 + \phi_s| \tag{5}$$

这里考虑到自生磁场的贡献，a 中应包含一个时间上作低频振荡，空间上缓变的场 a_0，假设 $|\partial a_0/\partial \zeta| \ll |k a_0|$，即作慢变近似。$k$ 为泵浦光波数。可将辐射自洽场展开成

$$a = \sum_m a_m, \qquad m = 0, 1, 2, 3, \cdots \tag{6}$$

其中 $a_1 = a_{10}\cos k\zeta$ 为基波，a_{10} 为振幅，a_0 为自生磁场的归一化矢势，考虑到谐波的高频振荡特性，以及自生磁场的缓变特性，将其近似看作常量($|\partial a_0/\partial \zeta| \sim 0$)，仿照文献[7] 的方法，在长脉冲区($L \gg \lambda_p$) 有

$$1 + \phi_s = (1 + a_0^2 + a_{10}^2/2)^{1/2} \tag{7}$$

再将 ϕ_f 展开

$$\phi_f = \sum_m \phi_m, \qquad m = 1, 2, 3, \cdots \tag{8}$$

将(6)式、(8)式代入(4)式，计算 ϕ_f 的前三项得

$$\phi_1 = -\frac{k_p^2}{k^2}\frac{a_0 a_1}{(1+\phi_s)^2} \tag{9}$$

$$\phi_2 = -\frac{k_p^2 a_{10}^2}{16k^2(1+\phi_s)^2}\left[1 + \frac{4k_p^2 a_0^2}{k^2(1+\phi_s)^3}\right]\cos 2k\zeta \tag{10}$$

$$\phi_3 = -\frac{k_p^4 a_0 a_{10}^3}{16k^4(1+\phi_s)^5}\left[1 + \frac{4k_p^2 a_0^2}{9k^2(1+\phi_s)^3}\right]\cos 3k\zeta \tag{11}$$

设(4)式右边为源项 S，可将它也写成

$$S = \sum_m S_m, \qquad m = 0, 1, 2, 3, \cdots \tag{12}$$

将(11)式、(6)式和(8)式代入(4)式，得前几个源项

$$S_0 = \frac{k_p^2 a_0}{1+\phi_s}\left[1 + \frac{k_p^2 a_{10}^2}{2k^2(1+\phi_s)^3}\right], \qquad S_1 = \frac{k_p^2 a_1}{1+\phi_s}\left[1 + \frac{k_p^2 a_0^2}{k^2(1+\phi_s)^3}\right] \tag{13}$$

$$S_2 = \frac{9k_p^4 a_0 a_{10}^2}{16k^2(1+\phi_s)^4}\left[1 + \frac{4k_p^2 a_0^2}{9k^2(1+\phi_s)^3}\right]\cos 2k\zeta \tag{14}$$

$$S_3 = \frac{k_p^4 a_1^3}{32k^2(1+\phi_s)^4}\left\{1 + \frac{6k_p^2 a_0^2}{k^2(1+\phi_s)^3}\left[1 + \frac{4k_p^2 a_0^2}{27k^2(1+\phi_s)^3}\right]\right\}\cos 3k\zeta \tag{15}$$

偶次源项不为零，从而有偶次谐波产生；由于自生磁场的作用奇次谐波也与文献[2, 3, 6~12]不同，自生磁场改变了 S_m，从而影响每一次谐波。

3 稀薄极限下的谐波辐射

在波动方程(4)中利用源项 S_N 可分析每一次谐波。为方便起见，根据文献[7]，设 N 次谐波辐射场有以下形式

$$a_N = a_{N0}(\tau)\exp(\mathrm{i}k_N\zeta - \mathrm{i}\Delta\omega_N\tau) \tag{16}$$

(这里 $\Delta\omega_N = \omega_N - \beta_{ph} c k_N$, $k_N \zeta - \Delta\omega_N \tau = k_N z - \omega_N t$, β_{ph} 为基波的相速度)。将它代入(4)式得以下约化方程

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau} - 2\mathrm{i}\omega_N\right)\frac{\partial}{\partial\tau} a_{N0} = -c^2 S_{N0}\exp(\mathrm{i}\Delta\omega_N\tau) \tag{17}$$

这里 S_{N0} 为源项 S_N 的振辐, $S_N = S_{N0}\exp(\mathrm{i}Nk\zeta)$, S_N 由(13)、(14)、(15)式给出。以上 $k_N = Nk$, $N = 1, 2, 3, \cdots$。约化方程(17)有以下解

$$a_{N0} \approx -\frac{c^2 S_{N0}[\exp(\mathrm{i}\Delta\omega_N\tau) - 1]}{\omega_N^2 - \beta_p h^2 c^2 k_N^2} \tag{18}$$

根据文献[7]给出的色散关系

$$\frac{\omega_N^2}{c^2} = \frac{k_N^2 + k_p^2}{1 + \Phi_s}$$

得

$$a_{N0} \approx S_{N0}\frac{1+\Phi_s}{k_p^2}\frac{\exp(\mathrm{i}\Delta\omega_N\tau) - 1}{N^2 - 1}, \qquad N = 2, 3, \cdots \tag{19}$$

$k_p \ll k$ 时有

$$S_{20} = \frac{9k_p^4 a_0 a_{10}^2}{16k^2(1+\Phi_s)^4}, \qquad S_{30} = \frac{k_p^4 a_{10}^3}{32k^2(1+\Phi_s)^4} \tag{20}$$

于是由(19)式得

$$a_2 = -\frac{9k_p^2 a_0 a_{10}^2}{3\times 16k^2(1+\Phi_s)^3}[\exp(\mathrm{i}\Delta\omega_2\tau) - 1] \tag{24}$$

$$a_3 = -\frac{k_p^2 a_{10}^3}{8\times 32k^2(1+\Phi_s)^3}[\exp(\mathrm{i}\Delta\omega_3\tau) - 1]$$

由文献[7], 有

$$\Delta\omega_N = Nck\left\{\left[1 + \frac{k_p^2}{N^2k^2(1+\Phi_s)}\right]^{1/2} - \left[1 + \frac{k_p^2}{k^2(1+\Phi_s)}\right]^{1/2}\right\}, \qquad N = 2, 3, \cdots \tag{22}$$

在一般情况下, $a_0^2 \ll 1 + a_1^2/2$, 则

$$\frac{1}{(1+\Phi_s)^3} = \left(1 + \frac{a_1^2}{2} + a_0^2\right)^{-3/2} = \left(1 + \frac{a_{10}^2}{2}\right)^{-3/2}\frac{1 - (3/2)a_0^2}{1 + a_1^2/2} \tag{23}$$

于是

$$|a_2|_{\max} = \frac{18k_p^2 a_0 a_{10}^2}{3\times 16k^2}\left(1 + \frac{a_{10}^2}{2}\right)^{-3/2} \tag{24}$$

$$|a_3|_{\max} = \frac{2k_p^2 a_{10}^3}{8\times 32k^2}\left(1 + \frac{a_{10}^2}{2}\right)^{-3/2}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{a_0^2}{1 + a_{10}^2/2}\right) \tag{25}$$

由此可见, 随着 a_0 的增大, $|a_2|_{\max}$ 线性增加, 而 $|a_3|_{\max}$ 减小。同时, 根据文献[7], 谐波从开始增长到达到最大的时间(失相时间) τ_{dN} 为

$$\tau_{dN} = \frac{2\pi Nk(1+\Phi_s)}{c(N^2-1)k_p^2} = \frac{2\pi Nk}{c(N^2-1)k_p^2}\left[\left(1 + \frac{a_{10}^2}{2} + a_0^2\right)^{1/2}\right] \tag{26}$$

随着 a_0 的增大, τ_{dN} 增大。

由此可见, 对极稀薄等离子体, 自生磁场导致二次谐波辐射, 削弱三次谐波辐射, 且使谐波增长变慢。

结 论 自生磁场使谐波辐射发生重大改变。在欠稠密等离子体中, 自生磁场激发偶次谐波辐射, 同时影响奇次谐波辐射; 对极稀薄等离子体, 自生磁场激发二次谐波辐射, 削弱三次谐波辐射, 使谐波失相时间延长。

参 考 文 献

[1] W. L. Kruer, *The Physics of Laser Plasma Interactions*. New York: Addison-Wesley, 1988.

[2] P. Sprangle, E. Esarey, A. Ting, Nonlinear theory of intense laser-plasma interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(17) : 2011~ 2014

[3] G. Mourou, D. Umstadter, Devolopment and application of compact high-intense lasers. *Phys. Fluids* (*B*), 1992, **4**(7) : 2315~ 2325

[4] S. C. Wilks, W. L. Krue, W. B. Mori, Odd relativistic harmanic generation of ultra-intense laser pulse reflected from an overdense plasma. *IEEE Trans. Plasmas.*, 1993, **21**(1) : 120~ 124

[5] E. Esarey, P. Sprangle, Generation of stimulated backscattered harmonicradiation from intense-laser interaction with beams and plasma. *Phys. Rev.* (*A*), 1991, **45**(8) : 5872~ 5882

[6] P. Sprangle, E. Esarey, A. Ting, Nonlinear interaction of intense laser pulses in plasmas. *Phys. Rev.* (*A*), 1990, **41**(8) : 4463~ 4469

[7] E. Esarey, A. Ting, P. Sprangle *et al.*, Nonliner analysis of relativistic harmonic generation by intense lasers in plasmas. *IEEE Trans. Plasmas*, 1993, **21**(1) : 95~ 104

[8] W. B. Mori, C. D. Decker, W. P. Leemans, Relativistic harmonic content of nonlinear electromagnetics waves in underdense plasmas. *IEEE Trans. Plasmas*, 1993, **21**(1) : 110~ 119

[9] N. Sudan, Mechanism for the generation of 10^{19} G magnetic field in the interaction of ultraintense short laser pulse with an overdense plasma target. *Phy. Rev. Lett.*, 1993, **70**(20) : 3075~ 3078

[10] A. D. Steiger, C. H. Woods, Intensity-dependent propagation characteristic of circular polarized high-power laser radiation in a dense electron plasma. *Phy. Rev.* (*A*), 1972, **5**(3) : 1467~ 1474

[11] Guihua Zeng, Baifei Shen, Wei Yu *et al.*, Relativistic harmonic generation excited in the plasmas. *Phys. Plasmas*, 1996, **3**(11) : 4220~ 4226

[12] Zeng Gui-hua, Yu Wei, Shen Bai-fei *et al.*, Growth and saturation of the relativistic harmonic radiation. *Chin. Phys. Lett.*, 1996, **13**(1) : 31~ 34

Effect of Self-Generated Magnetic Field on Relativisic Harmonic Generation

Du Chunguang Zeng Guihua Xu Zhizan

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai* 201800)

(Received 8 May 1997)

Abstract The effect of self-generated magnetic field on relativisic harmonic generation is analysed. Results show that the self-generated magnetic field excites even harmonics and influences the odd harmonics. Elaborate analysis of the second and the third harmonic generation shows that the self-generated magnetic field excites second harmonic radiation, weakens third harmonic ratiation, and prolongs dephasing time of them.

Key words relativisic harmonic generation, self-generated magnetic field, plasmas, intense laser.