

# 基于球扩展光源模型的物体三维形状的恢复

田英利 马颂德

(中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室, 北京 100080)

**摘 要** 计算机视觉中传统的物体三维形状恢复方法大都基于光源是无穷远点光源的假设, 如由单幅图像恢复三维形状(shape from shading)、光度立体视觉(photometric stereo)方法等。实际环境中的光源往往不能满足这个假设, 因此大大限制了这些方法的应用。本文提出了一种更加实用的球扩展光源模型, 并推导出此光源下漫反射物体表面的反射图。此模型在三维坐标系中描述了球光源位置、亮度、漫反射物体表面反射度与图像灰度的关系, 从而可方便地应用于计算机视觉和计算机图形学。基于此模型, 本文由单幅图像方法恢复物体三维形状。实验结果表明, 基于此模型的由单幅图像恢复三维物体形状方法可正确恢复物体三维形状。

**关键词** 形状恢复, 球扩展光源模型, 漫反射, 由单幅图像恢复三维物体形状。

物体三维形状恢复是计算机视觉与物体识别中的一个重要部分。目前传统的物体三维形状恢复方法大都基于光源是无穷远点光源、漫反射物体表面的假设。如由单幅图像恢复三维物体形状(shape from shading)<sup>[1, 2]</sup>, 光度立体视觉<sup>[3]</sup>方法等。根据物体表面的反射特性, 反射大体可分为镜面反射、漫反射和混合反射。基于物理的反射模型的建立在计算机视觉、图形学及图像分析中得到越来越多的应用。图像的亮度不仅取决于物体反射表面的法线方向和摄像机的位置, 而且取决于反射表面的内部特性如粗糙度和导电性等。60 年代, Bechmann、Spizzichino<sup>[4]</sup>和 Torrance、Sparrow<sup>[5]</sup>分别提出两个精确的反射模型并得到广泛的应用。Torrance-Sparrow 模型是第一个不仅描述了镜面反射, 而且描述了漫反射的理论模型。Nayar 等比较了 Torrance-Sparrow 模型和 Beckmann-Spizzichino 模型在金属表面反射的特性<sup>[6]</sup>。Shafer 提出了描述彩色图像形成的双色反射模型<sup>[7]</sup>。但这些模型大都是基于理想光源的假设。由于实际环境中的光源条件与理想光源相差太远, 基于这些模型的物体形状恢复方法便会有很大的误差。为了发展更准确的物体三维形状恢复方法, 本文针对传统的物体三维形状恢复方法对光源的限制, 提出了一种更加实用的球扩展光源模型。建立了三维坐标系下的球扩展光源模型。此模型描述了光源与物体表面法线方向的关系, 从而方便地用于物体三维形状恢复的研究。

## 1 球扩展光源模型的推导

### 1.1 三维坐标系下的球扩展光源模型

#### 1.1.1 球扩展光源上任一点在物体上的光照度

为了方便地推导三维坐标系中的球扩展光源模型，给出“光源-物体坐标系”和“摄像机-物体坐标系”的定义。在三维直角坐标系中，假设物体位于坐标原点，而球扩展光源的中心位于 Z 轴上，称之为“光源-物体”坐标系；如果物体位于坐标原点，而摄像机的光轴与 Z 坐标轴重合，称之为“摄像机-物体”坐标系。在“光源-物体”坐标系中的球扩展光源的几何关系如图 1 所示。球扩展光源的中心位于 Z 轴。物体上任一点的法线方向为  $n(\theta_n^s, \varphi_n^s)$ 。摄像机位于  $(\theta_c^s, \varphi_c^s)$  方向。上标 s 表示在“光源-物体”坐标系中。用一个白色球形灯罩罩在一个小灯泡上作为球扩展光源。 $r$  为球扩展光源的半径， $H$  为物体与球扩展光源中心之间的距离。 $\alpha$  为球扩展光源照射到物体的有效角。从图 1 得知：

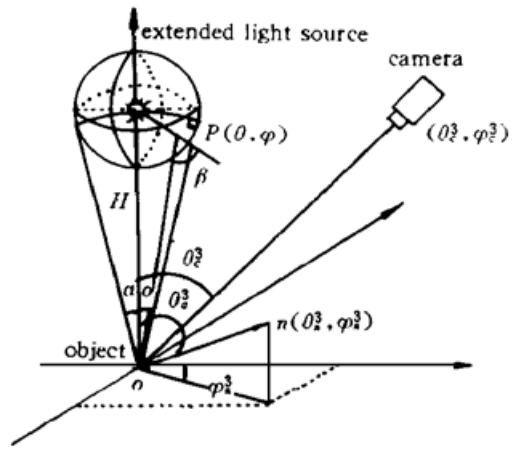


Fig. 1 Geometry of the spherical light source in 3D coordinate system

$$\alpha = \arcsin (r/H)$$

小灯泡作为点光源，假设其发光强度为  $I_0$ 。所以球扩展光源的发光度为：

$$E = \rho I_0 / r^2$$

其中  $\rho$  为透射系数。球扩展光源上任一点  $P(\theta, \varphi)$  在物体方向上的光亮度为：

$$L(\theta) = E \cos \beta$$

由图 1 知，物体与光源上点  $P(\theta, \varphi)$  之间的距离为：

$$D = H \cos \theta - \sqrt{r^2 - H^2 \sin^2 \theta}$$

所以，

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{r^2 - H^2 \sin^2 \theta} / r, \quad L(\theta) = \rho I_0 \sqrt{r^2 - H^2 \sin^2 \theta} / r^3.$$

物体被球扩展光源上一点  $P(\theta, \varphi)$  照射的光照度为：

$$B = \begin{cases} L(\theta) \cos \Delta\theta / D^2, & \Delta\theta < 90^\circ, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中  $\Delta\theta$  是  $OP$  与物体表面法线  $n$  之间的夹角，且

$$\cos \Delta\theta = \sin \theta \cos \varphi \sin \theta_n^s \cos \varphi_n^s + \sin \theta \sin \varphi \sin \theta_n^s \sin \varphi_n^s + \cos \theta \cos \theta_n^s$$

### 1.1.2 物体表面被整个球扩展光源照射的光照度

扩展光源可以看作是由许多点光源的集成，物体表面被整个球扩展光源照射的光照度可以通过光源上每一点的积分运算来获得。所以物体表面的光照度  $B'$  为：

$$B = \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} B d\theta d\varphi = \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} [L(\theta) \cos \Delta\theta / D^2] d\theta d\varphi = C \cos \theta_n^s$$

其中：
$$C = \frac{\pi \rho I_0 [2H^3 r^2 \pi + H r^4 \pi + (4H r^3 - 2H^3 r - 4r) \sqrt{H^2 - r^2} + (2H^5 - 4H^2) \alpha]}{4H^2 r^3 (H^2 - r^2)^2}$$

如果系统装置确定，则  $C$  为一常数。

### 1.2 “光源-物体”坐标系与“摄像机-物体”坐标系之间的转换

在物体形状恢复法中，常常固定摄像机位置而移动光源来获取图像序列。因此需把公式转换到“摄像机-物体”坐标系中，此转换可以通过旋转“光源-物体”坐标系一定角度来实现。“光源-物体”坐标系中物体上法线为  $n(\theta_n^s, \varphi_n^s)$  的点，其法线矢量在“摄像机-物体”坐标系中则表示为  $n(\theta_n, \varphi_n)$ 。两个坐标系间的关系可以用下面的公式表示：

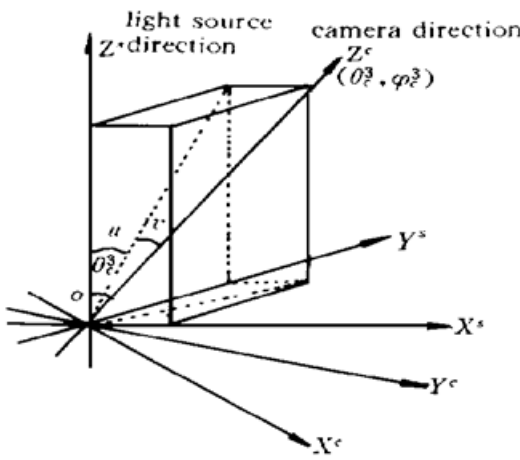


Fig. 2 Geometry of the angles  $u$  and  $v$

$$\begin{bmatrix} X^s \\ Y^s \\ Z^s \end{bmatrix} = Q \begin{bmatrix} X^c \\ Y^c \\ Z^c \end{bmatrix}$$

其中  $Q$  为旋转矩阵,  $[X^s, Y^s, Z^s]$  和  $[X^c, Y^c, Z^c]^T$  分别表示物体上同一点在“光源-物体”坐标系与“摄像机-物体”坐标系中的坐标。由于矩阵乘法不具备互换性, 沿不同坐标轴的旋转次序便显得十分重要。为此, 制定了以下原则:

- 1) 在“光源-物体”坐标系到“摄像机-物体”坐标系的旋转变换中, 顺时针旋转的角度为正, 逆时针旋转的角度为负。
- 2) 首先沿  $OX_s$  轴旋转“光源-物体”坐标系一个角度  $u$ , 然后沿  $OY_s$  轴旋转  $v$  角到“摄像机-物体”坐标系。如图 2 所示,  $u$  为摄像机方向矢量在  $Y_sOZ_s$  平面上的分量与  $OZ_s$  轴的夹角,  $v$  为摄像机方向矢量与其在  $Y_sOZ_s$  平面上的投影分量的夹角。因此:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos u & -\sin u \\ 0 & \sin u & \cos u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos v & 0 & \sin v \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin v & 0 & \cos v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos v & 0 & \sin v \\ \sin u \sin v & \cos u & -\sin u \cos v \\ -\cos u \sin v & \sin u & \cos u \cos v \end{bmatrix}$$

假设摄像机方向矢量的长度为  $l$ , 由此得出在“光源-物体”坐标系中, 摄像机的位置为:

$$X_c^s = l \sin \theta_c^s \cos \varphi_c^s, \quad Y_c^s = l \sin \theta_c^s \sin \varphi_c^s, \quad Z_c^s = l \cos \theta_c^s$$

且

$$\begin{aligned} \sin u &= \frac{\sin \theta_c^s \sin \varphi_c^s}{\sqrt{\cos^2 \theta_c^s + \sin^2 \theta_c^s \sin^2 \varphi_c^s}}, & \sin v &= \sin \theta_c^s \cos \varphi_c^s \\ \cos u &= \frac{\cos \theta_c^s}{\sqrt{\cos^2 \theta_c^s + \sin^2 \theta_c^s \sin^2 \varphi_c^s}}, & \cos v &= \sqrt{1 - \sin^2 \theta_c^s \cos^2 \varphi_c^s} \end{aligned}$$

所以, “光源-物体”坐标系中物体表面法线矢量  $\mathbf{n}(X_n^s, Y_n^s, Z_n^s)$  与其在“摄像机-物体”坐标系中的表示  $\mathbf{n}(X_n^c, Y_n^c, Z_n^c)$  之间的关系为:

$$\begin{bmatrix} X_n^s \\ Y_n^s \\ Z_n^s \end{bmatrix} = Q \begin{bmatrix} X_n^c \\ Y_n^c \\ Z_n^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos v & 0 & \sin v \\ \sin u \sin v & \cos u & -\sin u \cos v \\ -\cos u \sin v & \sin u & \cos u \cos v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_n^c \\ Y_n^c \\ Z_n^c \end{bmatrix}$$

由此推出  $Z_n^s = -X_n^c \cos u \sin v + Y_n^c \sin u + Z_n^c \cos u \cos v$

$$\begin{aligned} \cos \theta_n^s &= \frac{\sin \theta_c^s \sin \varphi_c^s \sin \theta_n \sin \varphi_n - \sin \theta_c^s \cos \theta_c^s \cos \varphi_c^s \sin \theta_n \cos \varphi_n}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_c^s \cos^2 \varphi_c^s}} + \cos \theta_c^s \cos \theta_n = \\ & l_x \sin \theta_n \cos \varphi_n + l_y \sin \theta_n \sin \varphi_n + l_z \cos \theta_n. \end{aligned}$$

$$\text{其中, } l_x = \frac{-\sin \theta_c^s \cos \theta_c^s \cos \varphi_c^s}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_c^s \cos^2 \varphi_c^s}}, \quad l_y = \frac{\sin \theta_c^s \sin \varphi_c^s}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_c^s \cos^2 \varphi_c^s}}, \quad l_z = \cos \theta_c^s.$$

所以, 在“摄像机-物体”坐标系中物体表面被扩展球光源照射的亮度为:

$$B = C \cos \theta_n^s = C(l_x \sin \theta_n \cos \varphi_n + l_y \sin \theta_n \sin \varphi_n + l_z \cos \theta_n)$$

其中,  $\theta_n$  和  $\varphi_n$  为“摄像机-物体”坐标系中的物体表面法线方向。

## 2 球扩展光源下的漫反射表面的反射图(reflectance map)

对漫反射物体表面, 其亮度在任意方向是相等的。所以物体上点  $P$  在摄像机方向上的亮度可以用公式  $B = C \cos \theta_n$  来表示。考虑平行投影摄像机模型, 则物体上点  $P$  在摄像机成像平面上的灰度值为:

$$I = SC \cos \theta_n = SC(l_x \sin \theta_n \cos \varphi_n + l_y \sin \theta_n \sin \varphi_n + l_z \cos \theta_n) = A^* \sin \theta_n \cos \varphi_n + B^* \sin \theta_n \sin \varphi_n + C^* \cos \theta_n$$

其中  $(A^*, B^*, C^*)$  为球扩展光源参数,  $S$  为描述平行投影摄像机模型的常数。物体的三维形状通常用物体上每一点的法线矢量  $\mathbf{n}(n_x, n_y, n_z)$  来描述:

$$\mathbf{n}(n_x, n_y, n_z) = (\sin \theta_n \cos \varphi_n, \sin \theta_n \sin \varphi_n, \cos \theta_n)$$

所以, 球扩展光源下的漫反射表面的反射图为:

$$R(x, y) = \begin{cases} A^* n_x(x, y) + B^* n_y(x, y) + C^* n_z(x, y), & A^* n_x(x, y) + B^* n_y(x, y) + C^* n_z(x, y) > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

## 3 由单幅图像恢复物体三维形状方法及实验结果

### 3.1 由单幅图像恢复物体三维形状方法

Horn 于 1975 年提出由单幅图像恢复物体三维形状方法以来<sup>[13]</sup>, 许多研究人员陆陆续续提出多种由单幅图像恢复物体三维形状方法。概括来说, 由单幅图像恢复物体三维形状方法就是假设只有一个已知方向的点光源, 并在此光源照射下获取一幅图像。通过图像的灰度与物体表面的关系恢复三维物体形状。此类方法的优点是只由一幅图像就可以得到物体形状。但是, 对光源和物体的限制很严格, 即必须是在点光源照射下的漫反射表面。在这里, 作者旨在放宽对光源的限制。在另外一篇文章里, 作者运用彩色信息, 成功地把由单幅图像恢复物体三维形状方法扩展到在照射下非漫反射物体表面。使由单幅图像恢复物体三维形状得到更加广泛的应用。

这里, 作者把 Bichsel 和 Pentland 提出的点光源下的由单幅图像恢复物体三维形状方法应用到本文的球扩展光源模型下进行物体形状的恢复。对漫反射表面, 图像上的最亮点(又称奇异点)的物体表面法线方向即球扩展光源中心方向。当本文用  $p = dz/dx$  和  $q = dz/dy$  来表示物体表面法线方向时, 运用全局由单幅图像恢复物体三维形状方法就可以由下列公式求得整个物体的形状:

$$\mathbf{n}(n_x, n_y, n_z) = \left( \frac{-p}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}, \frac{-q}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}, \frac{1}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}} \right)$$

物体表面法线矢量则可由下列公式求出:

$$p = \frac{-A^* C^* \pm \sqrt{[1 - R^2(x, y)][R^2(x, y) - (B^*)^2]}}{R^2(x, y) - (A^*)^2 - (B^*)^2},$$

$$q = \frac{A^* B^* - B^* C^*}{R^2(x, y) - (B^*)^2},$$

### 3.2 实验结果

为了验证球扩展光源下获取物体三维形状的由单幅图像恢复物体三维形状方法, 不仅进行了模拟图像的实验, 并且在实验室环境下进行了实际图像的实验。实验结果显示, 本文的方法成功地由单幅图像恢复球扩展光源下的物体三维形状。

### 3.2.1 模拟图像的实验结果

用光线追踪法在 SGI 工作站上模拟球扩展光源产生一组图像，然后用基于本文推导的球扩展光源模型的由单幅图像恢复物体三维形状方法获取物体三维形状。本文采用三个物体（圆柱，圆锥和球）。球扩展光源的中心位于(3, 3, 20)，半径为 2 cm。实验结果表明如图 3 所示，球扩展光源模型正确，且很好地恢复了物体三维形状。

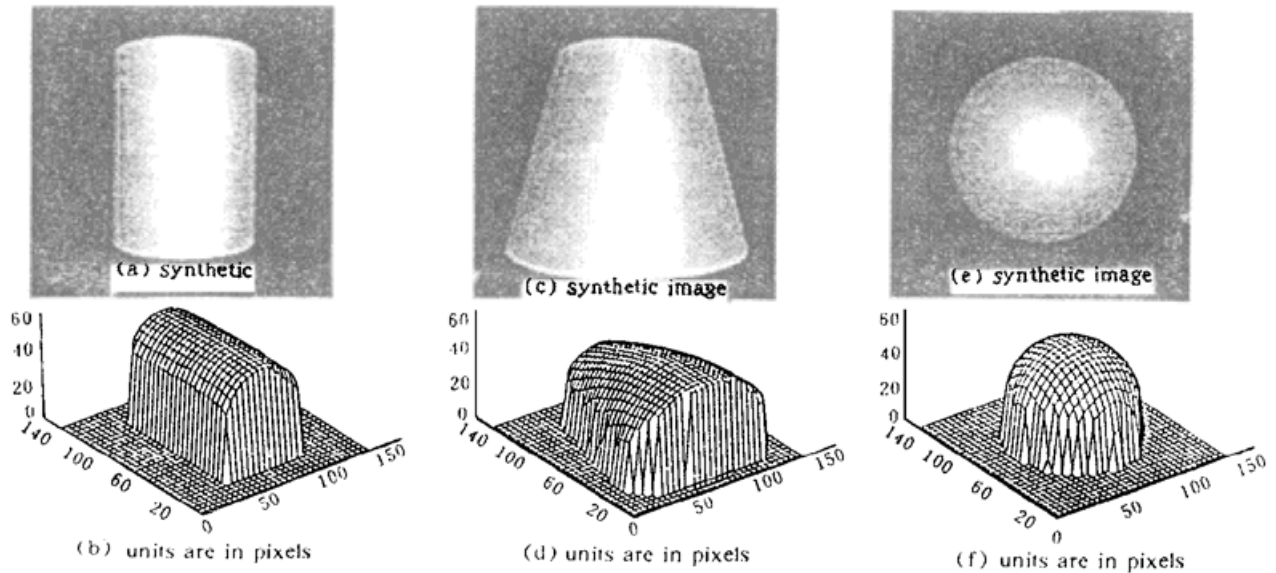


Fig. 3 Experimental results for simulation images under spherical light source

### 3.2.2 实际图像的实验结果

在实际实验中，作者用一个 PULNX TM-6 CCD 摄像机获取图像。球扩展光源由一球形灯罩罩在一个小灯泡外形成且位于(30 cm, 15 cm, 170 cm)处。球扩展光源直径为 20 cm。图 4 为球扩展光源下实际图像的实验装置图。实验结果如图 5 所示。这里给出了 4 组实验结果。从实验结果可以看出，基于球扩展光源模型恢复的由单幅图像恢复物体三维形状方法可以很好地恢复物体形状。从而说明，本文成功地放宽了现有的由单幅图像恢复物体三维形状方法对光源的限制。

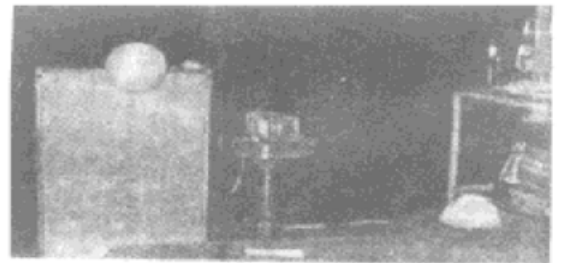


Fig. 4 Experiment setup using a spherical light

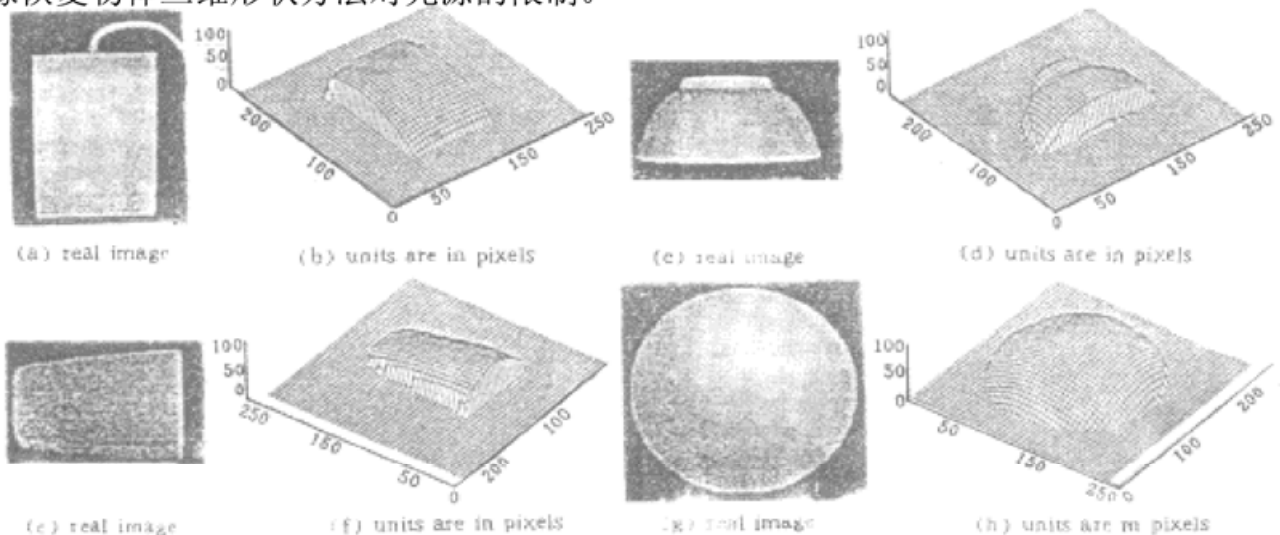


Fig. 5 Experimental results for real images under spherical light source

**结 论** 本文针对计算机视觉中传统的物体三维形状恢复方法大都基于光源是无穷远点光源的假设, 推导了一种更加实用的球扩展光源模型并给出了这种模型下漫反射表面的反射图。此模型在三维坐标系中描述了球光源位置、亮度、漫反射物体表面反射度与图像灰度的关系, 从而可以方便地应用于计算机视觉和计算机图形学。实验结果表明, 基于此模型恢复的由单幅图像恢复三维形状方法可以很好地恢复物体形状。

### 参 考 文 献

- [1] B. K. P. Horn, Obtaining shape from shading information. P. H. Winston, ed., *The Psychology of Computer Vision*, New York: McGraw Hill, 1975, 115~ 155
- [2] B. K. P. Horn, M. J. Brooks, *Shape from Shading*. Cambridge, MA: The MIT Press, 1989. 53~ 87
- [3] R. J. Woodham, Photometric stereo: A reflectance map technique for determining surface orientation from image intensity. *Proc. SPIE*, 1978, **155** : 136~ 143
- [4] P. Beckmann, A. Spizzichino, *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*. Oxford: Pergamon Press, 1963
- [5] K. E. Torrance, E. M. Sparrow, Theory for off-specular reflection from roughened surface. *J. Opt. Soc. Amer.* 1967, **57**(9) : 1105~ 1114
- [6] S. K. Nayar, K. Ikeuchi, T. Kanade, Surface reflection: Physical and geometrical perspectives. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1991, **13**(7) : 611~ 634
- [7] S. A. Shafer, Using color to separate reflection components. *Color Research and Application*, 1985, **10** : 210~ 218
- [8] 张以谟主编, 应用光学, 北京: 机械工业出版社, 1982. 89~ 119
- [9] M. Bichsel, A. P. Pentland, A simple algorithm for shape from shading. *Proc. CVPR*, 1992, 459~ 465

## Spherical Light Source Based Shape from Shading Method

Tian Yingli     Ma Songde

(National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation,  
The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

(Received 8 February 1998)

**Abstract** It will be very useful if shape recovery can be performed under indoor lights which maybe spherical shape. As a first step towards this goal a spherical light source model is developed for doing shape recovery. This model is more practical and convenient than other extended light source model. Base on it, the shape from shading method can be used to recover surface shape from one image. Our method is verified by both real and simulated experiments. The results show that this light source model is convenient and method for shape recovering is accurate.

**Key words** shape recovery, spherical light source model, diffuse reflection, shape-from shading.