

# 波带片离焦量和非单色光对光斑的影响\*

杨绍光 谢行恕 赵永飞 贾成芝

(中国科学技术大学基础物理中心, 合肥 230026)

**摘 要** 考虑了波带片在离焦和非单色光照明条件下的光斑特性。通过数值计算, 得到了在不同离焦量时光强分布曲线、光斑大小、以及特定范围内总能量随离焦量的变化; 同时得到不同带宽的光强分布曲线、光斑半径随带宽的变化曲线。并研究了用于软 X 光扫描显微镜的聚焦波带片允许的离焦误差以及光斑半径与带宽的关系。

**关键词** 波带片, 扫描显微术, 软 X 光。

## 1 引 言

波长从 2.3 nm 到 4.4 nm 的软 X 光, 是所谓“冰窗”波段。在这一波段里 X 光对水的透过率高于蛋白质等生物物质约一个数量级, 为人类研究活的生物细胞提供了良好的物理条件<sup>[1]</sup>。由于软 X 光在介质里的折射率接近 1, 所以无法象可见光波段那样利用透镜成像, 而广泛采用波带片做为聚焦和成像元件<sup>[2]</sup>。在软 X 光傅里叶变换全息中, 人们利用波带片聚焦提供参考光, 其光斑大小决定了分辨能力<sup>[3-5]</sup>。在扫描软 X 光显微镜中, 利用波带片的光斑照射样品, 光斑大小表征了显微镜的分辨能力<sup>[6]</sup>。以前在分析波带片光斑时, 只考虑准确聚焦和单色光照明的情况。而实际工作中不可能使波带片完全准确地聚焦, 总会存在一定的聚焦误差。当波带片聚焦具有一定的离焦量时, 它的光斑应该受到影响。同时实际工作中使用的是具有一定带宽的准单色光, 因此有必要考察光的带宽对波带片聚焦光斑的影响。本文的目的就是考察波带片聚焦光斑随离焦量变化的关系, 以及波带片聚焦光斑随照明光带宽的变化关系, 并结合实际工作得到扫描软 X 光显微镜的分辨能力。

## 2 理论基础

软 X 光振幅型波带片是一组透光和不透光相间隔的圆环组成的特殊光栅, 圆环半径满足

$$r_n^2 = n\lambda f + n^2\lambda^2/4, \quad n = 1, 2, 3, \dots N \quad (1)$$

$\lambda$  代表波长,  $f$  为波带片焦距,  $r_n$  为第  $n$  个环带的半径。最外环宽度满足

$$\Delta r_N = r_1/2N^{1/2} \quad (2)$$

按照瑞利判据, 准确聚焦时最小分辨距离为<sup>[7]</sup>

\* 合肥国家同步辐射实验室和国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1996-11-18; 收到修改稿日期: 1997-03-10

$$\Delta = 0.61\Delta r_N \tag{3}$$

在本文研究范围内, 适用标量衍射理论。从亥姆霍兹-基尔霍夫积分方程出发<sup>[8]</sup>

$$u(P_0) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \left\{ \frac{\partial u}{\partial n} \left[ \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} \right] - u \frac{\partial}{\partial n} \left[ \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} \right] \right\} ds \tag{4}$$

其中  $u$  代表衍射面  $\Sigma$  上光的复振幅分布,  $u(P_0)$  是光在观察点  $P_0$  的复振幅,  $\Sigma$  代表波带片的透光环带,  $r_{01}$  是  $\Sigma$  面上某点  $P$  到  $P_0$  的距离(图1)。利用基尔霍夫边界条件, 并注意到  $k \gg \frac{1}{r_{01}}$ , 可得到

$$u(P_0) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} \left[ \frac{\partial u}{\partial n} - jku \cos \alpha \right] ds \tag{5}$$

取照明光波为平面波:  $u = A \exp(jkz)$ 。如果  $\Sigma$  面取  $z = 0$ , 则有如下关系

$$u = A, \quad \frac{\partial u}{\partial n} = - \frac{\partial u}{\partial z} = - jkA \tag{6}$$

此时, 积分等式变为

$$u(P_0) = \left( - \frac{jkA}{4\pi} \right) \iint_{\Sigma} \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} [1 + \cos \alpha] ds \tag{7}$$

现考虑垂直于光轴的平面上光场的径向分布, 如(图1)。在柱坐标系下, 源点为  $P(r, \theta, 0)$ , 观察点为  $P_0(r_0, 0, z)$

$$\begin{aligned} OP = r, \quad P_0B = r_0, \quad P_0A = z, \quad PP_0 = r_{01}, \quad PA \perp P_0A, \\ r_{01}^2 = (r_0^2 + r^2 + z^2) - 2ror \cos \theta, \quad \cos \alpha = z/r_{01} \end{aligned}$$

(7) 式简化为

$$u(r_0, 0, z) = \left( - \frac{jkA}{4\pi} \right) \iint_{\Sigma} \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} [1 + \cos \alpha] r dr d\theta \tag{8}$$

以(8)式为基础, 可以得到波带片的各种性质。利用计算机设计了计算程序, 对不同离焦量及非单色光不同带宽的情况做了具体计算, 得到了一些有意义的结果。

### 3 计算结果

#### 3.1 离焦情况下光斑特性

众所周知, 波带数大于100的波带片已经具有波带片的典型性质, 为了保险起见特取波

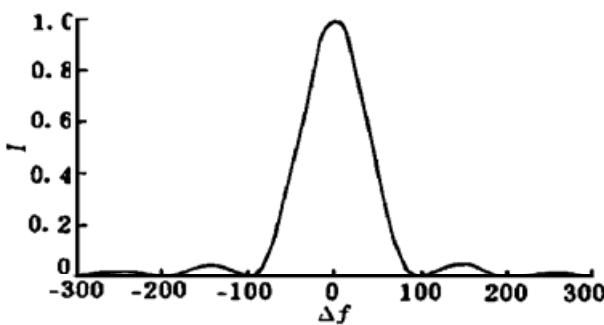


Fig. 2 Intensity distribution along axis

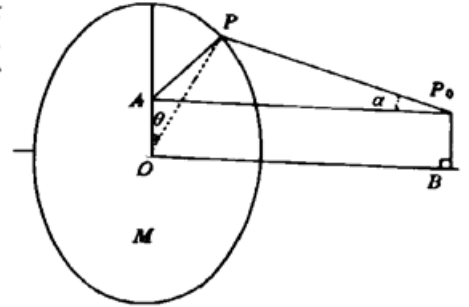


Fig. 1 The coordinate system used in the calculation of the distribution of diffraction

带数为200。令记录平面在焦点附近沿着光轴移动, 移动步长为  $f/10000$ , 其中  $f$  为焦距。记录面上沿着半径方向将  $\lambda$  取为步长, 其中  $\lambda$  为波长。为了叙述方便, 规定: 1) 沿着光轴移动的步数(即  $f/10000$  的倍数)叫离焦量。比如向着波带片移动  $f/1000$ , 则离焦量为  $-10$ , 背离波带片移动  $f/500$ , 离焦量为  $+20$ 。绝对值小于60的离焦量称之为小离焦量, 大于60的称之为大离焦量。2) 记录面上以波长为单位, 某点

到记录面中心的距离是波长的多少倍就叫半径是多少。如：离中心为  $50\lambda$  的点，就说它到中心的半径是 50。计算中取  $f = 6.25 \times 10^6$  单位， $\lambda = 1$  单位，结果显示于图 2~ 图 6。图中用  $I$ 、 $r$ 、 $\Delta f$ 、 $E$  分别表示相对光强、到光斑中心的距离、离焦量和相对能量。

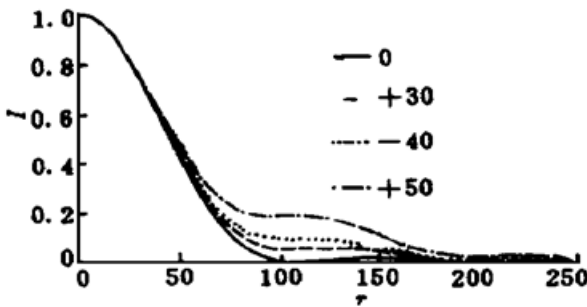


Fig. 3 Intensity distribution in small focusing error

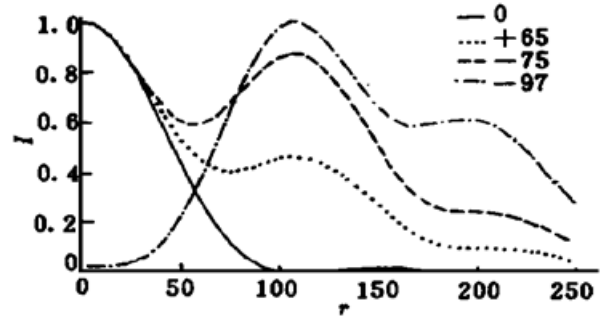


Fig. 4 Intensity distribution in large focusing error

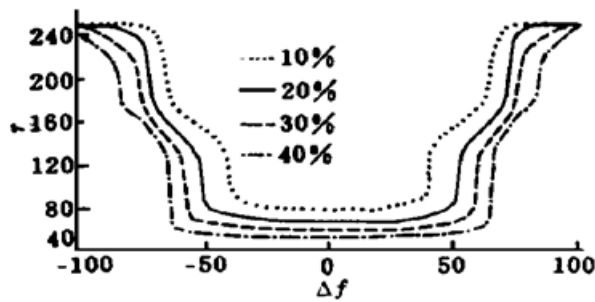


Fig. 5 Allowable limit of the largest focusing error

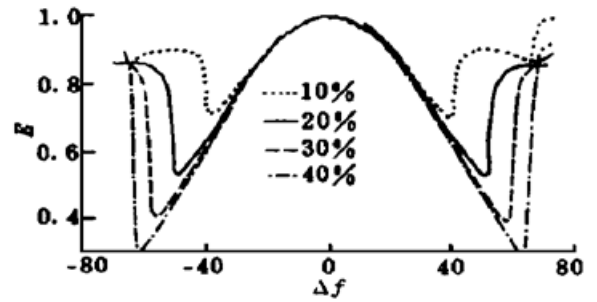


Fig. 6 Energy distribution of light spot

### 3. 1. 1 光强沿光轴的分布

沿光轴方向波带片光强分布呈振荡曲线<sup>[9]</sup>。本文工作中，作者将焦点附近沿光轴的光强分布曲线放大，以找出感兴趣的离焦量范围。计算结果如图2所示。其中0点表示焦点位置。对这条曲线进行定性分析，可以得到有启发性的结论。从图2可见，记录面上中心点的光强随着离焦量的增加而变化，有时减小，有时增大，有时接近于零。根据能量守恒定律，当中心点光强较大时，能量在中心集中，光斑较小，分辨率好；当中心点光强减弱时，能量分布向外扩展，分辨率下降。分辨率决定于波带片焦点光斑的大小。根据实际计算结果得到光斑大小随离焦量的变化，可以定量地考查离焦量与分辨率的关系。

### 3. 1. 2 小离焦量条件下光强沿径向分布曲线

众所周知，在波带片的焦平面处光强沿径向的分布呈爱里斑图样分布。当记录面稍微偏离焦点时光强分布将会发生变化。由于离焦量小变化应该不太剧烈。通过计算将几个小离焦情况下的结果显示于图3中。

### 3. 1. 3 大离焦量条件下光强分布

当离焦量增时光强分布曲线发生了很大的变化，如图4所示。有些情况下光斑中心光强较弱，甚至接近0；而且最大光强位置外移，在记录面上形成一个光环而不是一个光点。

### 3. 1. 4 聚焦误差的允许范围

在实际工作中，需要知道当记录面的离焦量在多大范围内变化时光斑的范围是可接受的。为此取光强大于光强最大值的10%，20%，30%，40%四种情况分别绘出曲线，如图5所示。从图上可以看到，当离焦量在某一范围内变化时光斑大小只有很小的变化，而超出这个范围时光斑将急剧增大使分辨率迅速下降。对于本文的波带片可使用的范围大约为离焦量小于焦距的0.7%。

### 3.1.5 光斑内能量随离焦量的变化

光斑的大小取光强小于最大值的10%、20%、30%和40%四种情况,计算光斑内的能量随离焦量的变化,如图6所示。这对探测仪器的灵敏度提出了具体的要求。

比较图5和图6可以看到,光斑能量的极小值所对应的离焦量刚好就是聚焦误差所允许的极限离焦量。当知道波带片的环带数、焦距以及照射光的波长时,可以直接计算离焦量对焦斑的影响。

### 3.2 照明光的非单色性对光斑的影响

将准单色光按  $\lambda_0/10000$  为单位 ( $\lambda_0$  为中心波长) 看成单色光的线性迭加,并假设入射光中每一波长的光强度相同<sup>[2]</sup>。同一波长的光经波带片衍射后复振幅迭加,不同波长的光经波带片衍射后强度迭加。为了叙述方便,规定带宽表示为准单色光的波长范围与  $\lambda_0/10000$  的比值。例如,波长从  $\lambda_0(1 - 1/200)$  到  $\lambda_0(1 + 1/200)$  的准单色光,带宽等于 100。计算的结果示于图 7, 图 8。图中分别用  $I$ 、 $r$ 、 $\Delta\lambda$  表示相对光强、到光斑中心的距离和带宽。

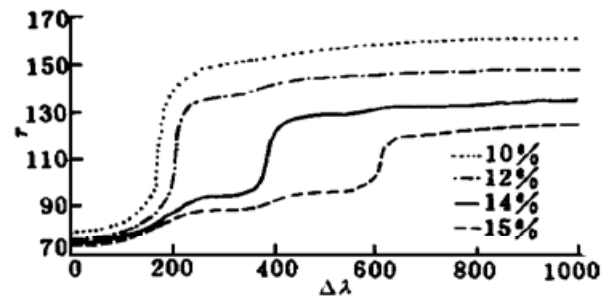
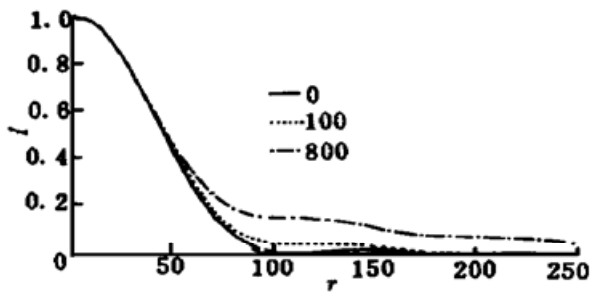


Fig. 7 Intensity distribution in different band-width condition

Fig. 8 Relationship between radius of light spot and band-width

#### 3.2.1 不同带宽的准单色光光强分布

从(1)式可知,对同一波带片,焦距和波长有着非常密切的关系。对波带片离焦量的考虑同样可用于对入射光带宽的探讨。当带宽增大时,光强分布曲线发生变化,光斑向外扩大。同时“本底”光强增大,如图7所示。这将影响波带片的分辨率。图中带宽分别为:0、100、800。

#### 3.2.2 光斑半径随带宽的变化

实际工作中需要知道当入射光的带宽在多大的范围内变化时光斑的范围是可接受的。取光强大于光强最大值的10%、12%、14%、15%四种情况分别绘出曲线,如图8所示。从图上可以看到,当光的带宽在某一范围内变化时光斑大小只有很小的变化,而超出这个范围时光斑将急剧增大,使分辨率迅速下降。一方面为了提高分辨率需要尽可能窄的带宽,另一方面带宽越窄对单色仪的制造技术和光路调节技术的要求就越高。从图8可以看出,光的带宽在某一范围内变化时对光斑的影响很小。据此可以降低技术要求,又能得到满意的分辨率。

## 4 软 X 光扫描显微镜的应用

合肥国家同步辐射实验室(NSRL)软 X 光扫描显微镜是利用微波带片聚焦,工作波长范围为2.0 nm~ 5.0 nm 的显微镜。具体参数如下:最大直径90  $\mu\text{m}$ ,最外环宽度0.045  $\mu\text{m}$ ,其焦距与波长的乘积等于4.05 nm·mm。为了消除记录面上零级光的影响,波带片中央用加厚的直径为36  $\mu\text{m}$  的圆斑<sup>[10]</sup>挡住。

### 4.1 离焦量的影响

沿光轴方向取 $0.1125 \mu\text{m}$ 为步长,记录面上,沿着径向取最外环宽度的百分之一(即 $0.045/100 \mu\text{m}$ )为步长,波长取 $3.2 \text{ nm}$ ,进行数值计算。取大于最大光强10%, 20%, 30%, 40%为光斑范围,考查离焦量的允许值(如图9所示)。图9中横轴离焦量单位为 $0.1125 \mu\text{m}$ ,纵轴半径单位为 $4.5 \times 10^{-4} \mu\text{m}$ 。

为了清楚起见,下面以光强大于30%为例列出这个波带片的焦斑半径与离焦量的对应数值,其中“ $\ominus$ ”表示远离波带片,“ $\oplus$ ”表示靠近波带片。离焦量的单位取 $0.1125 \mu\text{m}$ ,焦斑半径的单位取 $4.5 \times 10^{-4} \mu\text{m}$ 。

离焦量	- 40	- 35	- 33	- 30	- 20	0	+ 20	+ 30	+ 33	+ 35	+ 40
焦斑半径	249	148	78	68	63	61	63	68	77	147	249

可以得到对应于30%的曲线允许离焦量大约为 $7.6 \mu\text{m}$ 。

### 4.2 带宽的影响

计算时记录面上沿径向取最外环宽度的千分之一(即 $0.045/1000 \mu\text{m}$ )为步长,中心波长取 $3.2 \text{ nm}$ ,进行数值计算。分别取大于最大光强的10%, 12%, 15%为光斑范围,考查光斑半径与带宽的关系(如图10所示)。图10中横轴带宽单位为 $3.2/10000 \text{ nm}$ ,纵轴半径单位为 $0.045/1000 \mu\text{m}$ 。

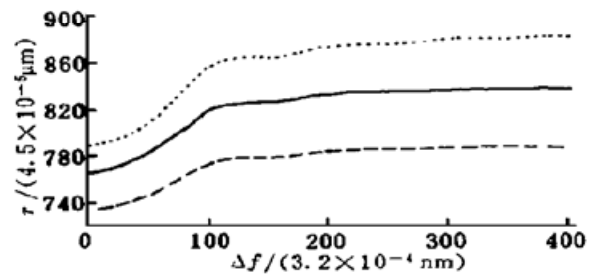
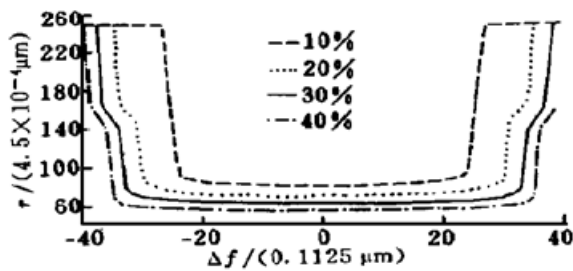


Fig. 9 Allowable limit of the largest focusing error in soft X-ray scanning microscope      Fig. 10 Relation between radius of light spot and band width of soft X-ray

从图10可以得到对应于10%的曲线,对单色光聚焦时,光斑半径为

$$790 \times (0.045/1000) \mu\text{m} \approx 0.036 \mu\text{m}$$

当照明光波带宽为100(即:  $100 \times 3.2/10000 \text{ nm}$ )时,光斑半径为

$$856 \times (0.045/1000) \mu\text{m} \approx 0.039 \mu\text{m}$$

第二种情况接近现有条件,它标志着软X光扫描显微镜的分辨能力。

**总 结** 本文通过数值计算研究了离焦量对波带片焦斑的影响。得到了小离焦量、大离焦量条件下光强分布曲线,考查了光强最大值位置与离焦量的关系,画出了光斑能量随离焦量变化曲线,得到了最大允许离焦误差。同时研究了非单色光的带宽对波带片光斑大小的影响。得到了不同带宽时光强分布,画出了光斑半径随带宽的变化曲线。最后结合实际工作需要,计算了扫描软X光显微镜的最大允许离焦量,得到了扫描软X光显微镜的最小分辨距离。

## 参 考 文 献

- [1] 谢行恕, 生物样品的软 X 射线显微成像. 物理学进展, 1992, **12**(3) ·333~ 358
- [2] A. G. Michette, *Optical Systems for Soft X Rays*. New York, Plenum Press, 1986 ·147~ 241
- [3] J. Kirz, H. Ade, C. Jacobson *et al.*, Soft X-ray microscopy with coherent X rays. *Rev. Sci. Instrum.*, 1992, **63**(1) ·557~ 563
- [4] 朱佩平, 肖体乔, 陈建文等, X 射线全息记录过程中影响分辨率的主要因素分析. 物理学报, 1994, **43**(6) ·879~ 888
- [5] 陈建文, 徐至展, 朱佩平等, X 射线全息术. 物理学进展, 1995, **15**(2) ·125~ 147
- [6] M. Howell, J. Kirz, D. Sayre *et al.*, X-ray microscopes, *Scient. Amer.*, 1991, **263**(2) ·125~ 147
- [7] 王之江, 伍树东, 成象光学, 北京, 科学出版社, 1991 ·211~ 218
- [8] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, San Francisco, McGraw-hill book company, 1968 ·30~ 42
- [9] 杨绍光, 贾成芝, 赵永飞等, 菲涅尔波带片衍射性质的数值模拟. 中国科学技术大学学报, 1997, **27**(2) ·216~ 219
- [10] E. Anderson, D. Kern, Nanifabrication of zone plate for X-ray microscopy. *X-ray Microscopy III*, ed. A. G. Michette *et al.* Berlin Springer-verlag, 1992 ·75~ 78

## Effect of Focusing Error and Illumination with Polychromatic Light on Zone Plate Light Spot

Yang Shaoguang    Xie Xingshu    Zhao Yongfei    Jia Chengzhi

(Center for Fundamental Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

(Received 18 November 1996; revised 10 March 1997)

**Abstract** The property of light spot of zone plate in misfocusing conditions is considered. The effect of band width of illuminating light is discussed. Relative intensity distribution, radius of light spot and total energy in light spot have been calculated numerically. Allowable limit of the largest focusing error of the zone plate which will be used in the soft-X-ray scanning microscope has been calculated. The limit of resolution of the soft X-ray scanning microscope has been shown.

**Key words** zone plate, scanning microscopy, soft X-ray.