

光场的线宽对无粒子数反转光 放大增益的影响*

张汉壮 高锦岳 国秀珍 姜 云
(吉林大学物理系, 长春 130023)

摘 要 针对拉曼驱动场下的四能级理论模型, 讨论了实现无吸收、高折射率的条件, 并分析了探测场及相干激发场的线宽对介质的折射率及增益的影响。计算结果表明, 改变相干激发场的场强, 或改变相干场的频率与原子能级间的失谐均可获得介质的无吸收、高折射率。激发场线宽破坏了原子的相干性, 使介质的增益下降并改变了折射率的大小, 探测场的线宽使介质的探测增益及折射率谱的分辨率下降。

关键词 线宽, 增益, 无吸收, 高折射率。

1 引 言

无粒子数反转光放大及介质的无吸收高折射率研究是目前量子光学领域较活跃的研究课题之一, 因为无粒子数反转光放大的研究打破了传统激光理论中产生激光的上下能级间必须实现粒子数反转的限制, 从而拓宽了激光工作介质的选择, 为实现短波长激光开辟了一条新路; 无吸收高折射率的研究克服了以往在获得高折射率的同时伴随探测光被强烈吸收的缺陷, 它在激光粒子加速、光学显微术、原子探测及测磁强术等领域中^[1]将具有巨大的潜在应用价值。目前, 采用严格的单频探测和激发场, 针对不同的理论模型, 国内外学者对这两方面的研究已有了较多的理论^[2-7]和实验报道^[8-15]。但是, 严格的单频探测和激发场只是一种理想的近似, 而实际上的探测场和激发场都具有一定的线宽, 因此, 在理论上考虑探测场和激发场的线宽对介质的增益和折射率的影响就显得尤为重要。Sadaf Suctana 等人针对三能级理论模型给出了激发场的线宽对介质的增益和折射率的影响^[7]。本文针对拉曼场驱动的四能级理论模型, 从理论上讨论了实现无吸收高折射率的条件, 及探测场和激发场的线宽对介质的增益和折射率的影响, 其理论结果对在实验上获得无粒子数反转激光及实现无吸收高折射率具有指导意义。

2 理论模型及公式推导

采用文献[5]中所用的四能级理论模型, 如图 1 所示, 其中 1、2 是靠得较近的原子基态

* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1996-9-29

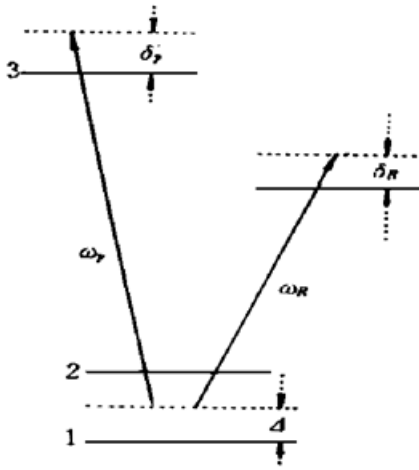


Fig. 1 Schematic energy level diagram of the Raman-driven four-level system. ω_p and ω_R are the carrier frequencies of the probe and Raman fields, respectively. The dashed line indicates the mid-point between the hyperfine states of the ground state

(如原子的两个超精细结构); 3、4 是原子的两个激发态; 3 与 1、2 及 4 与 1、2 是原子的允许电偶极跃迁; 3 与 4 及 1 与 2 是原子的禁戒电偶极跃迁; ω_p 和 ω_R 分别代表探测场和相干激发场的频率; δ_p 和 δ_R 分别表示探测场和激发场的频率与原子能级间的失谐。本文采用半经典理论, 即原子的行为由量子力学中的密度算符矩阵元方程来描述, 场由麦克斯韦方程来描述。首先推导密度算符矩阵元方程。探测场和激发场的形式为

$$E_p(t, z) = \frac{1}{2} \{ E_{p0}(t, z) \exp [iK_p Z - i\omega_p t - i\phi_2(t)] + C. C \} \quad (1a)$$

$$E_R(t, z) = \frac{1}{2} \{ E_{R0}(t, z) \exp [iK_R Z - i\omega_R t - i\phi_1(t)] + C. C \} \quad (1b)$$

其中 $E_{p0}(t, z)$ 和 $E_{R0}(t, z)$ 分别代表探测场和激发场的慢变化复振幅, $\phi_1(t)$ 和 $\phi_2(t)$ 分别代表激发场和探测场的频率随时间的扰动, 该扰动分别导致了激发场和探测场具有一定的频率线宽。为处理问题方便, 首先令 $\phi_2(t) = 0$, 即假定探测场是严格的单频场, 并假定相干激发场的频谱具有洛仑兹线型, 并用 D_1 表示其半宽度。根据文献[16, 17]中的结果, 该过程可用如下关联函数来描述:

$$F(t) = \dot{\phi}_1(t) \quad (2a)$$

$$\langle F(t) \rangle = 0 \quad (2b)$$

$$\langle F(t) F(t') \rangle = 2D_1 \delta(t' - t) \quad (2c)$$

$$\langle F(t_1) \cdots F(t_{2n-1}) \rangle = 0 \quad (2d)$$

$$\langle F(t_1) \cdots F(t_{2n}) \rangle \neq 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2e)$$

在旋转波近似下, 原子及场与原子之间相互作用的哈密顿量可写成如下形式:

$$H_a = \hbar \omega_1 a_1^\dagger a_1 + \hbar \omega_2 a_2^\dagger a_2 + \hbar \omega_p a_3^\dagger a_3 + \hbar \omega_R a_4^\dagger a_4 - \hbar \delta_p a_3^\dagger a_3 + \hbar \delta_R a_4^\dagger a_4 \quad (3)$$

$$H_i = -\frac{1}{2} \{ (a_3^\dagger a_1 + a_3^\dagger a_2) \mu_3 E_{p0} \exp (iK_p z - i\omega_p t) + (a_4^\dagger a_1 + a_4^\dagger a_2) \mu_4 E_{R0} \exp [iK_p z - i\omega_p t - i\phi_1(t)] + C. C \}$$

在相互作用图像中, 可以写出密度算符矩阵元 $\tilde{\rho}_{ij}$ 的动力学方程。为了计算方便, 定义一组与密度算符矩阵元有关的另外一组变量 $\tilde{\chi}$, 矩阵元的具体形式为:

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}_{11} &= \tilde{\rho}_{11} & \tilde{\chi}_{12} &= \tilde{\rho}_{12} & \tilde{\chi}_{13} &= \tilde{\rho}_{13} & \tilde{\chi}_{14} &= \tilde{\rho}_{14} \exp [-i\phi_1(t)] \\ \tilde{\chi}_{21} &= \tilde{\rho}_{21} & \tilde{\chi}_{22} &= \tilde{\rho}_{22} & \tilde{\chi}_{23} &= \tilde{\rho}_{23} & \tilde{\chi}_{24} &= \tilde{\rho}_{24} \exp [-i\phi_1(t)] \\ \tilde{\chi}_{31} &= \tilde{\rho}_{31} & \tilde{\chi}_{32} &= \tilde{\rho}_{32} & \tilde{\chi}_{33} &= \tilde{\rho}_{33} & \tilde{\chi}_{34} &= \tilde{\rho}_{34} \exp [-i\phi_1(t)] \\ \tilde{\chi}_{41} &= \tilde{\rho}_{41} \exp [i\phi_1(t)] & \tilde{\chi}_{42} &= \tilde{\rho}_{42} \exp [i\phi_1(t)] & \tilde{\chi}_{43} &= \tilde{\rho}_{43} \exp [i\phi_1(t)] & \tilde{\chi}_{44} &= \tilde{\rho}_{44} \end{aligned} \quad (4)$$

关于变量 \tilde{x}_{ij} 的耦合方程可以写成矩阵形式:

$$\frac{d}{dt} \tilde{X} = [M_0 + i\dot{\phi}(t)M_1] \tilde{X} \quad (5)$$

其中 M_0 、 M_1 为 16×16 维矩阵, 其矩阵表达式见附录。由(5)式可以看出, 关于变量 \tilde{X} 的动力学方程是与统计变量 $\dot{\phi}(t)$ 有关的一阶微分方程。由于宏观测量量与变量 $\dot{\phi}(t)$ 的统计平均有关, 为此对(5)式取统计平均。根据文献[16, 17]的结果, (5)式的统计平均形式为:

$$\frac{d}{dt} \langle \tilde{X} \rangle = [M_0 - D_1 M_1^2] \langle \tilde{X} \rangle \quad (6)$$

其中 $\langle \tilde{X} \rangle$ 表示变量 \tilde{X} 对统计变量 $\dot{\phi}(t)$ 的统计平均。注意下述关系式

$$\langle \tilde{x}_{ii} \rangle = \tilde{\rho}_{ii} = \rho_{ii}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (7)$$

$$\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} + \rho_{44} = 1 \quad (8)$$

去掉关于矩阵元 $\langle \tilde{x}_{44} \rangle$ 的方程, 可以得到关于 $\langle \tilde{X} \rangle$ 的 15×1 维矩阵方程:

$$\frac{d}{dt} \langle \tilde{X} \rangle = M \langle \tilde{X} \rangle + I \quad (9)$$

其中 M 、 I 分别是 15×15 和 15×1 维矩阵, 他们的表达式可从矩阵 M_0 和 M_1 的表达式中导出。为了计算方便, 用矩阵 y 进行如下变量代换:

$$\begin{aligned} y_{11} &= \langle \tilde{x}_{11} \rangle & y_{12} &= \langle \tilde{x}_{12} \rangle \\ y_{13} &= \exp(iK_p z) \langle \tilde{x}_{13} \rangle & y_{14} &= \exp(iK_R z) \langle \tilde{x}_{14} \rangle \\ y_{21} &= \langle \tilde{x}_{21} \rangle & y_{22} &= \langle \tilde{x}_{22} \rangle \\ y_{23} &= -i \sqrt{\frac{Y_3}{w_3}} \exp(iK_p z) \langle \tilde{x}_{23} \rangle & y_{24} &= -i \sqrt{\frac{Y_4}{w_4}} \exp(iK_R z) \langle \tilde{x}_{24} \rangle \\ y_{31} &= i \sqrt{\frac{Y_3}{w_3}} \exp(-iK_p z) \langle \tilde{x}_{31} \rangle & y_{32} &= i \sqrt{\frac{Y_3}{w_3}} \exp(-iK_p z) \langle \tilde{x}_{32} \rangle \\ y_{33} &= \langle \tilde{x}_{33} \rangle & y_{34} &= \sqrt{\frac{Y_3 Y_4}{w_3 w_4}} \exp[i(K_R - K_p)z] \langle \tilde{x}_{34} \rangle \\ y_{41} &= i \sqrt{\frac{Y_4}{w_4}} \exp(-iK_R z) \langle \tilde{x}_{41} \rangle & y_{42} &= i \sqrt{\frac{Y_4}{w_4}} \exp(-iK_R z) \langle \tilde{x}_{42} \rangle \\ y_{43} &= \sqrt{\frac{Y_3 Y_4}{w_3 w_4}} \exp[-i(K_R - K_p)z] \langle \tilde{x}_{43} \rangle & y_{44} &= \langle \tilde{x}_{44} \rangle \end{aligned} \quad (10)$$

令:

$$F_p = \frac{\mu_3 E_{p0}}{2h \sqrt{Y_3 w_3}} = - \frac{g_p}{\sqrt{Y_3 w_3}} \exp(-iK_p z) \quad (11)$$

$$F_R = \frac{\mu_4 E_{R0}}{2h \sqrt{Y_4 w_4}} = - \frac{g_R}{\sqrt{Y_4 w_4}} \exp(-iK_R z) \quad (12)$$

其中 g_p 和 g_R 分别为探测场和激发场的拉比(Rabi)频率; F_p 、 F_R 为无量纲量, 分别代表探测场和激发场的慢变化复振幅大小; 其它变量的含义在附录中加以解释。因此矩阵 Y 将满足如下的形式的方程:

$$Y' = NY + V \quad (13)$$

其中矩阵 N 和 V 的表达式参见附录。(13)式的稳态解为:

$$Y = - N^{-1}V \quad (14)$$

该式可用来描述原子系统的动力学行为。

下面建立探测场的慢变化复振幅与原子密度算符矩阵元的关系方程。首先将探测场的场强和原子的极化强度表示成如下形式:

$$E_p(z, t) = \frac{1}{2} [E_{p0}(z, t) \exp(iK_p z - i\omega_p t) + C. C] \quad (15a)$$

$$P(z, t) = \frac{1}{2} [P_0(z, t) \exp(iK_p z - i\omega_p t) + C. C] \quad (15b)$$

在慢变化近似下, 探测场的慢变化复振幅 E_{p0} 将满足

$$\frac{\partial E_{p0}(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_{p0}(z, t)}{\partial t} = i \frac{\omega_p P_0(z, t)}{2\epsilon_0 c} \quad (16)$$

根据量子力学中的力学量平均值定义, 原子的极化强度可写成:

$$P(z, t) = N \text{Tr}(\rho\mu) = N(\rho_{31}\mu_{31} + \rho_{32}\mu_{32} + C. C) = N\mu_3[\tilde{\rho}_{31} \exp(-i\omega_p t) + \tilde{\rho}_{32} \exp(-i\omega_p t) + C. C] \quad (17)$$

其中 N 为原子密度。比较(15)式和(17)式, 得到:

$$P_0(z, t) = 2N\mu_3(\tilde{\rho}_{31} + \tilde{\rho}_{32}) \exp(-iK_p z) \quad (18)$$

将(18)式代入(16)式中, 并注意如下关系,

$$y_{31} = i \sqrt{\frac{\gamma_3}{w_3}} \exp(-iK_p z) \langle \tilde{x}_{31} \rangle = i \sqrt{\frac{\gamma_3}{w_3}} \exp(-iK_p z) \tilde{\rho}_{31} \quad (19)$$

$$y_{32} = i \sqrt{\frac{\gamma_3}{w_3}} \exp(-iK_p z) \langle \tilde{x}_{32} \rangle = i \sqrt{\frac{\gamma_3}{w_3}} \exp(-iK_p z) \tilde{\rho}_{32} \quad (20)$$

将得到探测场的无量纲慢变化复振幅方程:

$$\frac{\partial F_p}{\partial z} = \alpha(y_{31} + y_{32}) \quad (21)$$

其中 $\alpha = \frac{M\mu_3^2\omega_p}{2h\epsilon_0\gamma_3c}$ 。令: $X_1 + iX_2 = \frac{y_{31} + y_{32}}{F_p}$, 将其代入(21)式, 将得到(21)式的稳态解为:

$$F_p(z) = F(0) \exp(\alpha \hat{x}_1 z) \exp(i\alpha \hat{x}_2 z) \quad (22)$$

其中 $\hat{x}_1 = \frac{1}{z} \int_0^z X_1 dz'$, $\hat{x}_2 = \frac{1}{z} \int_0^z X_2 dz'$ 。从(22)式看到, \hat{x}_1 、 \hat{x}_2 分别对应探测场的指数增益系数和介质单位长度折射率。令:

$$X = \frac{1}{z} \int_0^z \frac{y_{31} + y_{32}}{F_p} dz \quad (23a)$$

$$\text{因此} \quad \hat{x}_1 = \text{Re}(X) \quad (23b)$$

$$\hat{x}_2 = \text{Im}(X) \quad (23c)$$

本文将根据(14)、(21)和(23)式, 计算介质的折射率和增益系数, 实现无吸收高折射率的条件及相干场和探测场的频率线宽对增益系数和折射率的影响。

3 结果分析

3.1 实现介质无吸收高折射率的条件

如图 2(a) 所示, 在共振情况下 ($\delta_R = 0$), 改变相干场的场强大小, 在某频率处可以得到介质的最大折射率, 同时探测场处于透明状态, 其结果与文献[6]中报道的结果一致; 在强相

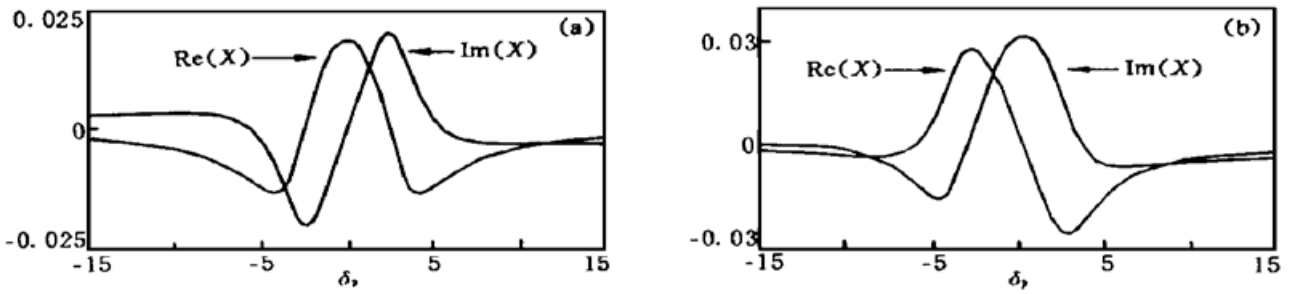


Fig. 2 Plots of $\text{Re}(X)$ (thick line, gain) and $\text{Im}(X)$ (thin line, refractive index) versus the detuning δ_p . The parameters used are $w_3 = w_4 = 1.0$, $w_5 = w_2 = 0.1$, $w_6 = 0.05$, $bw = 2.0$, $p_3 = 0.3$, $p_4 = 0$, $D_1 = D_2 = 0$, (a) for resonance case ($\delta_R = 0$), $F_R = 1.9$, (b) for off-resonance case ($\delta_R = -1.5$), $F_R = 2.1$

干场激发的情况下, 改变相干场频率与原子间的失谐, 同样可获得介质的无吸收高折射率, 如图 2(b) 所示。

3.2 相干激发场的场宽对介质的增益及折射率的影响

图 3(a) 和图 3(b) 分别表示在激发场频率线宽不同的情况下介质的增益系数和折射率对探测场失谐量的关系曲线, 其中粗线对应激发场线宽最小(等于 0), 细线对应激发场线宽最大。从图 3(a) 和图 3(b) 中可以看出, 相干场的线宽破坏了原子系统的相干性(相干性是该模型中的放大机制, 参见文献[5]), 使介质的增益下降, 较大的线宽甚至可以使放大变成吸收[如图 3(a) 中的细线所示], 同时介质的折射率谱线随之发生变化[如图 3(b) 所示]。

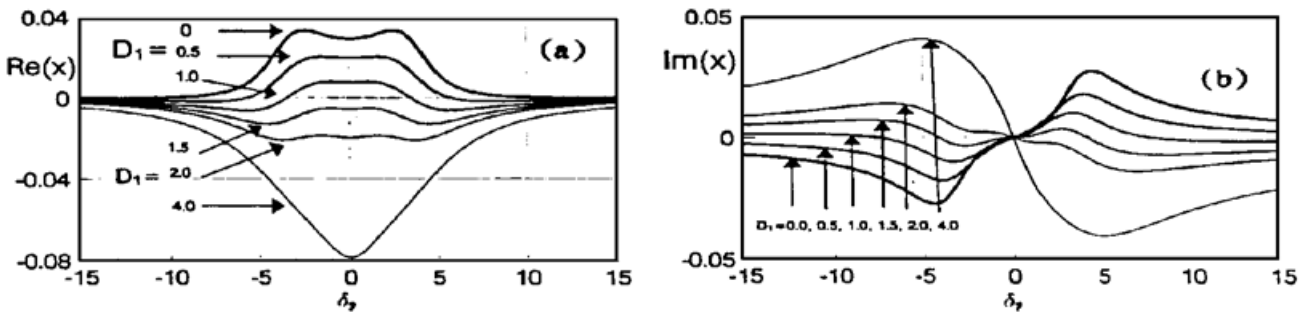


Fig. 3 Plots of $\text{Re}(X)$ [(a) gain] and $\text{Im}(X)$ [(b) refractive index] versus the detuning δ_p for different values of line-width (D_1) of driving field. $\delta_R = 0$, $F_R = 2.4$, $D_2 = 0$, the values of D_1 are 0.0; 0.5; 1.0; 1.5; 2.0; 4.0, respectively, other parameters are the same as that in Fig. 2

3.3 探测场的线宽对介质的增益及折射率的影响

在前面的理论推导中, 假设了探测场的线宽 $D_2 = 0$, 而只考虑了激发场的线宽。为了考察探测场的线宽对增益和折射率的影响, 可令激发场线宽 $D_1 = 0$, 经过同样的理论推导, 可得出相似的理论公式, 再进行理论计算。图 4(a) 和图 4(b) 分别表示在探测场线宽不同的情况下介质的增益系数和折射率对探测场失谐量的关系曲线, 其中粗线对应探测场线宽最小(等于 0), 细线对应探测场线宽最大。从图中可以看出, 探测场的线宽亦使介质的增益下降, 折射率发生变化。比较图 3 和图 4 看到, 同样的线宽, 激发场的线宽对增益和折射率的影响尤为严重, 探测场的线宽只是使增益谱和折射率谱的分辨率下降。因此, 若想在实验中获得较高的无反转增益, 应设法减小激发场和探测场的线宽, 尤其是激发场的线宽。

结论 在拉曼场驱动下的四能级理论模型中, 通过改变相干激发场的场强大小及探测场的

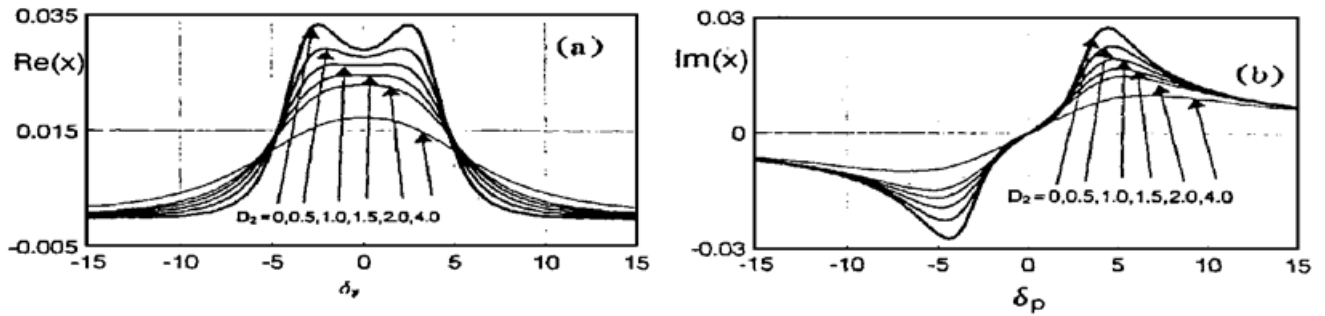


Fig. 4 Plots of $\text{Re}(X)$ [(a) gain] and $\text{Im}(X)$ [(b) refractive index] versus the detuning δ_p for different values of line-width (D_2) of driving field. $\delta_R = 0$, $F_R = 2.4$, $D_1 = 0$, the values of D_2 are 0.0; 0.5; 1.0; 1.5; 2.0; 4.0, respectively, other parameters are the same as that in Fig. 2

频率与原子能级间的失谐量, 可以获得介质的无吸收高折射率。激发场和探测场的线宽均使介质的增益下降, 折射率谱发生变化, 激发场的线宽对增益和折射率的影响尤为严重, 因此, 若想在实验上获得高增益、高分辨率的增益和折射率谱, 应设法减小激发场和探测场的线宽。

参 考 文 献

- [1] M. O. Scully, M. Fleischhauer, High-sensitivity magnetometer based on index-enhanced media. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **69**(9) : 1360~ 1363
- [2] Marlan O. Scully, Shi-Yao Zhu, Degenerate quantum laser: Lasing without inversion and inversion without lasing. *Phys. Rev. Lett.*, 1989, **62**(24) : 2813~ 2816
- [3] S. E. Harris, Laser without inversion: Interference of lifetime-broadened resonances. *Phys. Rev. Lett.*, 1989, **62**(9) : 1033~ 1036
- [4] O. A. Kocharovskaya, F. Mauri, E. Arimondo, Laser without population inversion and coherent trapping. *Opt. Commun.*, 1991, **84**(5, 6) : 393~ 400
- [5] L. M. Narducci, H. M. Doss, P. Ru *et al.*, A simple model of a laser without inversion. *Opt. Commun.*, 1991, **81**(6) : 379~ 384
- [6] U. Rathe, M. Fleischhauer, Shi-Yao Zhu, Nonlinear theory of index enhancement via quantum coherence and interference. *Phys. Rev. (A)*, 1993, **47**(6) : 4994~ 5002
- [7] Sadaf Sultana, M. Suhail Zubairy, Effect of finite bandwidth on refractive-index enhancement and lasing without inversion. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **49**(1) : 438~ 448
- [8] J. Gao, C. Guo, X. Z. Guo *et al.*, Observation of light amplification without population inversion in sodium. *Opt. Commun.*, 1992, **93**(5, 6) : 323~ 327
- [9] A. Nottelmann, C. Peters, W. Lange, Inversionless amplification of picosecond pulses due to zeeman coherence. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(12) 1783~ 1886
- [10] W. E. van der Veer, R. J. J. van Diest, A. Donszelmann *et al.*, Experimental demonstration of light amplification without population inversion. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(21) : 3243~ 3246
- [11] E. Fry, X. Li, D. Nikonov, Atomic coherence effects within the sodium D_1 line: Lasing without inversion via population trapping. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(21) : 3235~ 3238
- [12] J. A. Kleinfeld, A. D. Streater, Observation of gain due to coherence effects in a potassium-helium mixture. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **49**(6) : R4301~ 4304
- [13] Jin-Yue Gao, Han-Zhuang Zhang, Hai-Feng Cui *et al.*, Inversionless light amplification in sodium. *Opt. Commun.*, 1994, **110**(1) : 590~ 594
- [14] Min Xiao, Yong-qing Li, Shao-zheng *et al.*, Measurement of dispersive properties of electromagnetically induced transparency in rubidium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**(5) : 666~ 669
- [15] A. S. Zibrov, M. D. Lukin, D. E. Nikonov *et al.*, Experimental demonstration of laser oscillation without population inversion via quantum. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **78**(8) : 1499~ 1502
- [16] Ronald Forrest Fox, Contributions to the theory of multiplicative stochastic process. *J. Math. Phys.*, 1972, **13**(8) : 1196~ 1207
- [17] K. Wodkiewicz, Exact solution of some multiplicative stochastic processes. *J. Math. Phys.*, 1979, **20**(1) : 45~ 48

附 录

本文中矩阵 M_0 、 M_1 、 N 和 V 的表达式:

$$M_0 = \begin{pmatrix} M_{11} & 0 & ig_p & ig_R & 0 & w_2 & 0 & 0 & -ig_p^* & 0 & w_3 & 0 & -ig_R^* & 0 & 0 & w_4 \\ 0 & N_{22} & ig_p & ig_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -ig_p^* & 0 & 0 & 0 & -ig_R^* & 0 & 0 \\ ig_p^* & ig_R^* & N_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -ig_p^* & 0 & 0 & 0 & -ig_R^* & 0 \\ ig_R^* & ig_R^* & 0 & M_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -ig_p^* & 0 & 0 & 0 & -ig_R^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_{55} & 0 & ig_p & ig_R & -ig_p^* & 0 & 0 & 0 & -ig_R^* & 0 & 0 & 0 \\ w_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{66} & ig_p & ig_R & 0 & -ig_p^* & w_3 & 0 & 0 & -ig_R^* & 0 & w_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ig_p^* & ig_R^* & N_{77} & 0 & 0 & 0 & -ig_p^* & 0 & 0 & 0 & -ig_R^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ig_R^* & ig_R^* & 0 & M_{88} & 0 & 0 & 0 & -ig_p^* & 0 & 0 & 0 & -ig_R^* \\ -ig_p & 0 & 0 & 0 & -ig_p & 0 & 0 & 0 & N_{99} & 0 & ig_p & ig_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -ig_p & 0 & 0 & 0 & -ig_p & 0 & 0 & 0 & M_{1010} & ig_p & ig_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_3 & 0 & -ig_p & 0 & 0 & p_3 & -ig_p & 0 & ig_p^* & ig_p^* & M_{1111} & 0 & 0 & 0 & 0 & w_6 \\ 0 & 0 & 0 & -ig_p & 0 & 0 & 0 & -ig_p & ig_R^* & ig_R^* & 0 & M_{1212} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -ig_R & 0 & 0 & 0 & -ig_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{1313} & 0 & ig_p & ig_R \\ 0 & -ig_R & 0 & 0 & 0 & -ig_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{1414} & ig_p & ig_R \\ 0 & 0 & -ig_R & 0 & 0 & 0 & -ig_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & ig_p^* & ig_p^* & M_{1515} & 0 \\ p_4 & 0 & 0 & -ig_R & 0 & p_4 & 0 & -ig_R & 0 & 0 & w_5 & 0 & ig_R^* & ig_R^* & 0 & M_{1616} \end{pmatrix}$$

$$M_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} w_4 \\ 0 \\ 0 \\ g_4 F_R^* \\ 0 \\ w_4 \\ 0 \\ g_4 F_R^* \\ 0 \\ 0 \\ w_4 \\ 0 \\ g_4 F_R^* \\ g_4 F_R^* \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{pmatrix} N_{11} & 0 & w_3 F_p & w_4 F_R & 0 & w_2 - w_4 & 0 & 0 & w_3 F_p^* & 0 & w_3 - w_4 & 0 & w_4 F_R^* & 0 & 0 \\ 0 & N_{22} & w_3 F_p & w_4 F_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w_3 F_p^* & 0 & 0 & 0 & w_4 F_R^* & 0 \\ -g_3 F_p^* & -g_3 F_p^* & N_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_3 F_p^* & 0 & 0 & 0 & w_4 F_R^* \\ -2g_4 F_R^* & -g_4 F_R^* & 0 & N_{44} & 0 & -g_4 F_R^* & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_4 F_R^* & w_3 F_p^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_{55} & 0 & w_3 F_p & w_4 F_R & w_3 F_p^* & 0 & 0 & 0 & w_4 F_R^* & 0 & 0 \\ w_2 - w_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{66} & w_3 F_p & w_4 F_R & 0 & w_3 F_p^* & w_3 - w_4 & 0 & 0 & w_4 F_R^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -g_3 F_p^* & -g_3 F_p^* & N_{77} & 0 & 0 & 0 & g_3 F_p^* & 0 & 0 & 0 & w_4 F_R^* \\ -g_4 F_R^* & 0 & 0 & 0 & -g_4 F_R^* & -2g_4 F_R^* & 0 & N_{88} & 0 & 0 & -g_4 F_R^* & w_3 F_p^* & 0 & 0 & 0 \\ -g_3 F_p & 0 & 0 & 0 & -g_3 F_p & 0 & 0 & 0 & N_{99} & 0 & g_3 F_p & w_4 F_R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -g_3 F_p & 0 & 0 & 0 & -g_3 F_p & 0 & 0 & 0 & N_{1010} & g_3 F_p & w_4 F_R & 0 & 0 & 0 \\ p_3 - w_6 & 0 & -w_3 F_p & 0 & 0 & p_3 - w_6 & -w_3 F_p & 0 & -w_3 F_p^* & -w_3 F_p^* & N_{1111} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -g_3 F_p & 0 & 0 & 0 & -g_3 F_p & -g_4 F_R^* & -g_4 F_R^* & 0 & N_{1212} & 0 & 0 & 0 \\ -2g_4 F_R & 0 & 0 & 0 & -g_4 F_R & -g_4 F_R & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_4 F_R & 0 & N_{1313} & 0 & w_3 F_p \\ -g_4 F_R & -g_4 F_R & 0 & 0 & 0 & -2g_4 F_R & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_4 F_R & 0 & 0 & N_{1414} & w_3 F_p \\ 0 & 0 & -g_4 F_R & 0 & 0 & 0 & -g_4 F_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g_3 F_p^* & -g_3 F_p^* & N_{1515} \end{pmatrix}$$

其中:

$$\begin{aligned}
 N_{11} &= -w_2 - w_4 - p_3 - p_4; & N_{22} &= 2i\Delta - \mathcal{Y}_2; & N_{33} &= i\Delta - i\delta_p - \mathcal{Y}_3; \\
 N_{44} &= i\Delta - i\Delta_R - \mathcal{Y}_4 - D_1; & N_{55} &= -2i\Delta - \mathcal{Y}_2; & N_{66} &= N_{11}; \\
 N_{77} &= -i\Delta - i\delta_p - \mathcal{Y}_3; & N_{88} &= -i\Delta - i\delta_R - \mathcal{Y}_4 - D_1; & N_{99} &= i\delta_p - i\Delta - \mathcal{Y}_3; \\
 N_{1010} &= i\Delta + i\delta_p - \mathcal{Y}_3; & N_{1111} &= -2w_3 - w_5 - w_6; & N_{1212} &= i\delta_p - i\delta_R - \mathcal{Y}_5 - D_1; \\
 N_{1313} &= i\delta_R - i\Delta - \mathcal{Y}_4 - D_1; & N_{1414} &= i\delta_R + i\Delta - \mathcal{Y}_4 - D_1; & N_{1515} &= i\delta_R - i\delta_p - \mathcal{Y}_5 - D_1; \\
 M_{11} &= N_{11} + w_4; & M_{44} &= N_{44} + D_1; & M_{66} &= M_{11}; \\
 M_{88} &= N_{88} + D_1; & M_{1111} &= N_{1111} + w_6; & M_{1212} &= N_{1212} + D_1; \\
 M_{1313} &= N_{1313} + D_1; & M_{1414} &= N_{1414} + D_1; & M_{1515} &= N_{1515} + D_1; \\
 M_{1616} &= -2w_4 - w_6; & w_2 &= w_{12} = w_{21}
 \end{aligned}$$

为其态能级 1、2 之间的粒子数弛豫速率; $w_3 = w_{31} = w_{32}$, $w_4 = w_{41} = w_{42}$ 分别为激发态能级 3 和 4 上的粒子向基态跃迁的纵向弛豫速率; w_5 和 w_6 分别为粒子由能级 3 向能级 4 及反向弛豫速率; bw 为能级 3、1 间的粒子数横向弛豫速率; p_3 和 p_4 分别为由基态向激发态 3、4 泵浦粒子的抽运速率;

$$\begin{aligned}
 \mathcal{Y}_2 &= w_2 \\
 \mathcal{Y}_3 &= \frac{1}{2}(w_2 + 2w_3 + w_5 + p_3 + bw) \\
 \mathcal{Y}_4 &= \frac{1}{2}(w_2 + 2w_4 + w_6 + p_4 + bw) \\
 \mathcal{Y}_5 &= \frac{1}{2}(2w_3 + 2w_4 + w_5 + w_6)
 \end{aligned}$$

分别是能级 1 和 2、3 和 1、4 和 1、3 和 4 间的极化衰减速率; Δ 是基态能级间的半宽度;

$$g_p = -(\mu_3 E_{p0}/2h \sqrt{\mathcal{Y}_3 w_3}) \exp(-iK_p z), \quad g_R = -(\mu_4 E_{R0}/2h \sqrt{\mathcal{Y}_4 w_4}) \exp(-iK_R z)$$

分别对应探测场和激发场的拉比频率, 其中 μ_3 、 μ_4 分别表示能级 3 与 1、能级 4 与 1 间光跃迁的电偶极矩阵元;

$$F_p = \frac{\mu_3 E_{p0}}{2h \sqrt{\mathcal{Y}_3 w_3}} = -\frac{g_p}{\sqrt{\mathcal{Y}_3 w_3}} \exp(-iK_p z), \quad F_R = \frac{\mu_4 E_{R0}}{2h \sqrt{\mathcal{Y}_4 w_4}} = -\frac{g_R}{\sqrt{\mathcal{Y}_4 w_4}} \exp(-iK_R z)$$

分别代表探测场和激发场的无量纲慢变化复振幅。

Effect of Finite Bandwidths of Light Fields on Inversionless Light Amplification and Refractive Index

Zhang Hanzhuang Gao Jinyue Guo Xiuzhen Jiang Yun
 (Department of Physics, Jilin University, Changchun 130023)
 (Received 29 September 1996)

Abstract The conditions of the maximum refractive index with vanishing absorption and the effect of the finite bandwidths of the probe and driving field on the index of refraction and the gain are analyzed based on a Raman-driven four-level system. The calculated results show that the maximum index of refraction with vanishing absorption can be achieved by changing the detuning between the frequency of the driving field and the resonant atomic transition or by changing the intensity of the driving field. The finite bandwidths of the driving field and the probe field decrease the gain and change the value of the index of refraction, especially of the driving field.

Key words line-width, gain, no absorption, high index of refraction.