

相位微扰法在粗糙面光散射中的应用

张向东 吴振森 吴成柯

(西安电子科技大学物理系, 710071)

摘 要 根据粗糙面散射理论, 用相位微扰法推导出了从随机粗糙介质表面散射的激光雷达散射截面的理论计算公式。计算了几种粗糙表面样品在 $1.06 \mu\text{m}$ 下的单位面积激光雷达散射截面, 数值结果与实验数据基本吻合。

关键词 激光雷达散射截面, 相位微扰法, 粗糙面散射。

1 引 言

粗糙面电磁波散射在许多科学和工程领域有着重要的应用价值, 如在微波遥感^[1, 2]、光学表面特性、表面物理、无线电通信、水下声学等中都涉及到粗糙面散射问题。而激光雷达散射截面的研究在激光制导、跟踪、目标识别中有着重要的应用价值。解决粗糙面散射的两个经典理论为微扰法和基尔霍夫(Kirchhoff)近似法, 这两种近似理论都有其一定的成立条件和应用范围。微扰法适用于表面斜率较小的微粗糙表面, 基尔霍夫近似法则适用于表面曲率半径相对于波长较大的微起伏表面, 故基尔霍夫近似法有时又称为平面近似法。这两种近似法在入射角或观测角接近于掠射角情况下或者超出其应用条件如大粗糙度情况下, 则都不成立。因此急需另外的理论来解决这一问题。

相位微扰法正是在这种背景中产生的。由 Winebrenner 和 Ishimaru 所介绍的相位微扰法是解决粗糙面散射的另外一种新方法。但是, 它仅局限于良导体的粗糙表面。由文献[3]可以看出, 在一定条件下由相位微扰法所表示的散射系数便变成了微扰法和基尔霍夫近似法。文献[4]中详细给出了具有高斯分布的一维粗糙表面和满足 Dirichlet 边界条件的双基雷达散射截面的计算公式, 并且作了详细的分析与讨论。但是, 对于激光波段, 任何表面都是具有介电特性的介质, 而不能把它看做良导体。据知对于非隐身材料表面一般是电介质这一情况下目前还没有相位微扰法的文献报道。

因此, 本文利用相位微扰法从理论上推导出了电磁(光)波从具有介质特性的粗糙表面散射的双基和后向雷达散射截面的理论计算公式, 并进行了数值分析和讨论。

2 相位微扰理论

先来考虑 TE 波的情况。设一平面波入射到一粗糙表面, 如图 1 所示。

入射波矢为 \mathbf{k}_i 平行于 $X-Z$ 平面, 散射波矢为 \mathbf{k} , 粗糙面为三维表面, 表面上任意一点的位置矢量为 $\mathbf{r}_s[x, y, h(p)]$, 表面以上的半球为区域 I, 通常为空气, 其折射率为 1, 表面以下的半球为区域 II, 其折射率为 n_2 。

由衰减定理的亥姆霍兹积分公式可得空间任意一点的散射场为:

$$\psi_s(\mathbf{r}') = - \int d^2|\mathbf{k}| \exp [i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}' + ik_z z'] T(\mathbf{k}, \mathbf{k}_i) \quad (1)$$

式中 \mathbf{r}' 是观察点, k_z 是散射波矢 \mathbf{k} 在 Z 轴上的分量, 而

$$T(\mathbf{k}, \mathbf{k}_i) = \frac{1}{2i(2\pi)^2 k_z} \int d^2 p \exp [-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{p} - ik_z h(\rho)] \frac{\partial \psi(\mathbf{r}_s)}{\partial n} \quad (2)$$

称为 T 矩阵或传递矩阵。[$\mathbf{p}, h(p)$] 是表面上任意一点, $\frac{\partial \psi(\mathbf{r}_s)}{\partial n}$ 是表面源密度。在粗糙面 \mathbf{p} 点处的入射场为

$$\psi_i = \exp (i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{p})$$

对于 TE 波, 设表面的菲涅耳反射系数为 R_{\perp} , 则表面上的总场为

$$\psi(r_s) = (1 + R_{\perp}) \psi_i$$

则

$$\frac{\partial \psi(\mathbf{r}_s)}{\partial n} = -i(1 - R_{\perp}) k_{iz} \exp [i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{p}] f(\mathbf{p}) \quad (3)$$

不失一般性, 假定粗糙面为一维表面, 则 $f(\mathbf{p}) \approx f(x)$ 。

在场理论中, $f(x)$ 可以用小参量 kh 来表示为:

$$f(x) = f^{(0)}(x) + (kh)f^{(1)}(x) + \frac{(kh)^2}{2} f^{(2)}(x) + \frac{(kh)^2}{3!} f^{(3)}(x) + \dots \quad (4)$$

在相位微扰理论中, $f(x)$ 可以用一复相位函数 $q(x)$ 来表示

$$\begin{aligned} f(x) &= \exp [q(x)] \\ &= \exp [q^{(0)}(x) + (kh)q^{(1)}(x) + \frac{(kh)^2}{2} q^{(2)}(x) + \dots] \end{aligned} \quad (5)$$

因此:

$$\begin{aligned} q^{(0)}(x) &= 0 \\ q^{(1)}(x) &= f^{(1)}(x) \\ q^{(2)}(x) &= f^{(2)}(x) - [f^{(1)}(x)]^2 \\ q^{(3)}(x) &= f^{(3)}(x) - 3f^{(2)}(x)f^{(1)}(x) + 2[f^{(1)}(x)]^3 \end{aligned} \quad (6)$$

由(5)、(6)两式可得:

$$\begin{aligned} f(x) &\approx \exp \left[(kh)f^{(1)}(x) + \frac{(kh)^2}{2} \{f^{(2)}(x) - [f^{(1)}(x)]^2\} \right] \\ &\equiv \exp [\mathcal{Q}(x)] \equiv \exp [\mathcal{Q}(\mathbf{p})] \end{aligned}$$

所以, T 矩阵可写为:

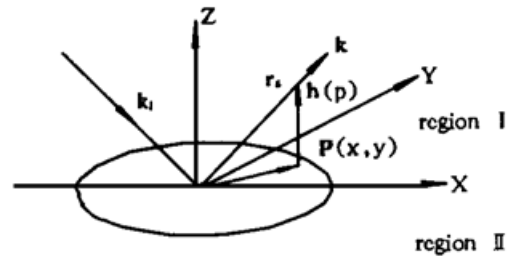


Fig. 1 Scattering geometry

$$\begin{aligned}
 T(\mathbf{k}, \mathbf{k}_i) &= \frac{-1}{2i(2\pi)^2 k_z} \int d^2|\mathbf{p}| \exp[-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{p} - ik_z h(\mathbf{p})] i[1 - R_\perp] k_{iz} \exp[i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{p} + \mathcal{Q}(\mathbf{p})] \\
 &= -\frac{(1 - R_\perp) k_{iz}}{2(2\pi)^2 k_z} \int d^2|\mathbf{p}| \exp[-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{p}] \exp[-ik_z h(\mathbf{p}) + \mathcal{Q}(\mathbf{p})] \quad (7)
 \end{aligned}$$

对于一维情况:

$$\begin{aligned}
 T(\mathbf{k}, \mathbf{k}_i) &= -\frac{(1 - R_\perp) k_{iz}}{2(2\pi)^2 k_z} \int dx \exp[-i(k_x - k_{ix})x] \exp[-ik_z h(x) + \mathcal{Q}(x)] \\
 &= \frac{(1 - R_\perp)}{2} T'(\mathbf{k}, \mathbf{k}_i)
 \end{aligned}$$

其中 $T'(\mathbf{k}, \mathbf{k}_i)$ 为满足 Dirichlet 条件下的 T 矩阵。

所以, 由文献[4]可得双基雷达散射截面

$$\sigma(\mathbf{k}, \mathbf{k}_i) = \frac{(1 - R_\perp)^2}{4} \frac{k_{iz}^2}{|\mathbf{k}|} \exp\{-2\text{Re}[N_2]\} \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp[-i(k_x - k_{ix})x] \{\exp[N_{11}(x)] - 1\} \quad (8)$$

其中

$$N_2 = \frac{\hbar^2}{2} (k_z^2 - k_{iz}^2) + k(k_z + k_{iz}) \int_{-\infty}^{\infty} dK W(K) \beta[(K + k_{ix})/\mathbf{k}]$$

$$\beta(K/k) = [1 - (K/\mathbf{k})^2]^{1/2},$$

$W(K)$ 为表面谱密度, 对应粗糙面高度起伏相关函数的傅里叶谱分布。 K 为空间波数。设一维粗糙表面为高斯分布, 则

$$W(K) = \frac{\hbar^2 l}{2\sqrt{\pi}} \exp(-K^2 l^2/4)$$

$$R_\perp = \frac{n_2 \cos \theta_s - \sqrt{1 - \left[\frac{\sin \theta_s}{n_2}\right]^2}}{n_2 \cos \theta_s + \sqrt{1 - \left[\frac{\sin \theta_s}{n_2}\right]^2}}$$

$$\begin{aligned}
 N_{11}(x) &= (k_z h)^2 \exp(-x^2/l^2) + [2h^2/l^2 - (k_{ix} h)^2 + i4k_{ix} h(h/l)(x/l) - 4(h^2/l^2)(x^2/l^2)] \\
 &\quad \times \exp(-x^2/l^2) \{1 - \text{erf}[(k - k_{ix})l/2 - ix/l] - \text{erf}[(k + k_{ix})l/2 + ix/l]\} \\
 &\quad + \frac{2h}{\sqrt{\pi}l} [(k + k_{ix})h + i2(h/l)(x/l)] \exp\{-[(k - k_{ix})l/2]^2 + i(k - k_{ix})x\} \\
 &\quad \times \exp(-x^2/l^2) + \frac{2h}{\sqrt{\pi}l} [(k - k_{ix})h - i2(h/l)(x/l)] \\
 &\quad \times \exp\{-[(k + k_{ix})l/2]^2 - i(k + k_{ix})x\} \exp(-x^2/l^2) \\
 &\quad + (kh)^2 \frac{k_z}{2} \exp(-ik_{ix}x) \int_{-\infty}^{\infty} dx' \exp(ik_{ix}x') \\
 &\quad \times \exp(-x'^2/l^2) \{J_2[k(x' - x)] + J_0[k(x' - x)]\}
 \end{aligned}$$

h 为表面高度起伏均方根, l 为表面相关长度。

与上面的推导类似, 可以得到 TM 波的双基雷达散射截面为

$$\sigma(k, k_i) = \frac{(1 - R_{//})^2 k_{iz}^2}{4k} \exp[-2\text{Re}[N_2]] \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp[-i(k_x - k_{ix})x] [\exp N_{11}(x) - 1] \quad (9)$$

其中

$$R_{//} = \frac{\cos \theta_s - n_2 \sqrt{1 - [(\sin \theta_s / n_2)]^2}}{\cos \theta_s + n_2 \sqrt{1 - [(\sin \theta_s / n_2)]^2}}$$

其中, θ_s 为散射角。对于后向散射时, 将 $k_{ix} = -k_x$, $k_{iz} = -k_z$ 代入(8)或(9)式即可。

3 数值分析与结果讨论

根据已经获得的雷达散射截面的计算公式, 便可以计算粗糙样品的雷达散射截面。实验数据可以通过作者自行研制的激光雷达散射截面自动测量系统^[5]来获得。本测量系统采用计算机全自动控制, 双光路测量法, 因而具有精度高、线性度好、测量动态范围大等特点。本文所利用的实验结果是全极化测量所得, 故在理论计算时, 应该考虑这一点。设 σ_{TE} 、 σ_{TM} 分别为 TE 和 TM 波的单位面积雷达散射截面, 在不考虑交叉极化的情况下, 全极化的单位面积雷达散射截面为 $\sigma_{\text{总}} = [\sigma_{TE} + \sigma_{TM}] / 2$ 。在具体计算时, 将表面高度起伏均方根 h 、表面相关长度 l 、介质的折射率 n_2 、波长分别代入(8)、(9)式即可。

根据上式, 计算了白漆与灰漆平面样品在 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ 下的后向单位面积激光雷达散射截面 σ° 。白漆样品在 $1.06 \mu\text{m}$ 下的复折射率为(1.512, 0.003), 表面高度起伏均方根为 $0.052 \mu\text{m}$, 相关长度为 $5.0 \mu\text{m}$; 灰漆样品在 $1.06 \mu\text{m}$ 下的复折射率与白漆样品的一样, 表面高度起伏均方根为 $0.1 \mu\text{m}$, 相关长度为 $0.5 \mu\text{m}$ 。

图 2 中实线所示的是理论计算的白漆样品的后向单位面积激光雷达散射截面, 虚线所表示的是实验测量曲线, 由图可以看出, 白漆样品存在明显的相干散射, 原因是由于它的粗糙度较小, 相对之下显得较光滑。理论值比实验值较小, 原因在于理论计算没有考虑交叉极化的影响, 但总的来说, 理论与实验基本吻合。

图 3 中实线所示的是理论计算的灰漆样品在 $1.06 \mu\text{m}$ 下的后向单位面积激光雷达散射截面, 虚线表示的亦是同样条件下的实验测量曲线, 由于灰漆的粗糙度较大, 故灰漆的非相干散射起主要贡献, 由图可以看出, 理论与实验基本吻合。

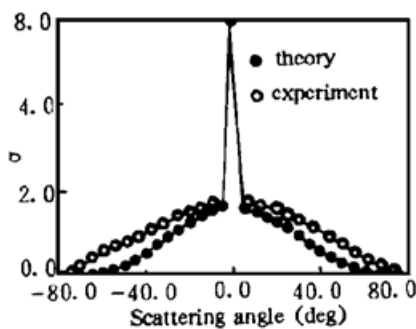


Fig. 2 Backscattering angular distribution of σ° for white paint at $1.06 \mu\text{m}$

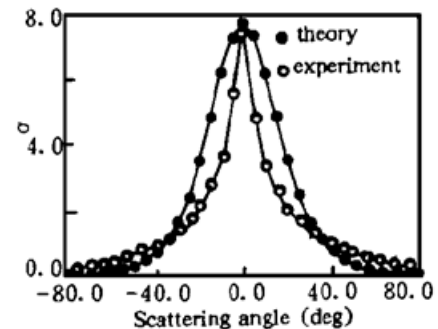


Fig. 3 Backscattering angular distribution of σ° for gray paint at $1.06 \mu\text{m}$

另外, 计算了白漆样品在 $1.06 \mu\text{m}$ 下后向单位面积激光雷达散射截面随粗糙度变化的情况。图 4 所示的是在相关长度为 $10 \mu\text{m}$ 下, 改变表面高度起伏均方根的情况, 其中曲线(a)的表面高度起伏均方根为 $0.1 \mu\text{m}$, 曲线(b)的表面高度起伏均方根为 $0.05 \mu\text{m}$, 由图可以得出,

在相关长度一定的情况下, 表面高度起伏均方根越大, 则样品的单位面积激光雷达散射截面越大。

图 5 所示的是在表面高度起伏均方根为 $0.01 \mu\text{m}$ 下, 改变相关长度的情况, 其中曲线 (a) 的相关长度为 $1 \mu\text{m}$, 曲线 (b) 的相关长度为 $10 \mu\text{m}$ 。由图可以得出, 在表面高度起伏均方根一定的情况下, 相关长度越大, 则样品的单位面积激光雷达散射截面越大。

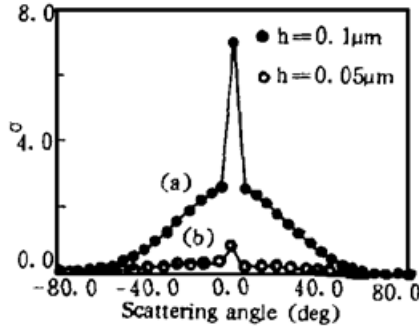


Fig. 4 Backscattering angular distribution of σ^0 for paint at $1.06 \mu\text{m}$

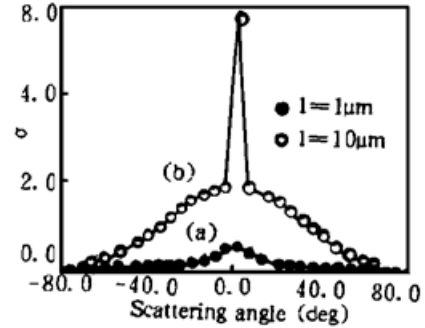


Fig. 5 Backscattering angular distribution of σ^0 for paint at $1.06 \mu\text{m}$

结束语 由上述理论与实验比较可以看出, 相位微扰法在粗糙面光散射中是一种行之有效的方法, 可以利用它来解决传统的方法不能解决的问题, 因此它有重要的应用价值。当然, 交叉极化的影响还有待于进一步的探讨。

参 考 文 献

- [1] L. Tsang, J. A. Kong, R. T. Shin, *Theory of Microwave Remote Sensing*. New York, John Wiley & Sons, 1985: 84~ 193
- [2] F. T. Ulaby, R. K. Moore, A. K. Fung, *Microwave Remote Sensing: Active and Passive*, New York, Addison-Wesley, Reading, MA, Vol. II, 1982: 231~ 295
- [3] D. Winebrenner, A. Ishimaru, Application of the phase-perturbation technique to randomly rough surfaces. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1985, **12**(2): 2285~ 2294
- [4] S. L. Broschat, E. I. Thorsos, A. Ishimaru, The phase perturbation technique vs. an exact numerical method for random rough surface scattering. *J. Electromagnetic Waves and Applications*, 1989, **3**(3): 237~ 256
- [5] X. E. Han, Z. S. Wu, X. D. Zhang, Automated measment of scattering intensity. *Proc. SPIE's Annual Symposium on Optical Science, Engineering and Instrumentation*, San Diego, USA, 1995, **7**(2552): 531~ 537

Application of the Phase-Perturbation Method to Rough Surfaces Scattering

Zhang Xiangdong Wu Zhensen Wu Chengke

(School of Communications Engineering, Xidian University, Xian 710071)

(Received 24 June 1996; revised 14 October 1996)

Abstract Based on the theory of rough surfaces scattering, a numerical formula for calculating the laser radar cross section per unit area from randomly rough surfaces is derived by using the phase-perturbation method. The laser radar cross section per unit area of some rough samples are computed at $1.06 \mu\text{m}$. The numerical results are in agreement with experimental data.

Key words LRCS (laser radar cross section), phase-perturbation method, rough surfaces scattering.